



ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ - ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ 1^ο ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ »

ΘΕΜΑ 1^ο

Να αντιστοιχίσετε καθένα από τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της ομάδας Α με το ίσον του από τη Β ομάδα

1.

Α ΟΜΑΔΑ	
1.	$\csc \frac{2\pi}{3}$
2.	$\eta\mu 240^\circ$
3.	$\epsilon\varphi \frac{5\pi}{4}$
4.	$\eta\mu 315^\circ$
5.	$\csc \left(-\frac{\pi}{6} \right)$

Β ΟΜΑΔΑ	
Α.	$-\frac{1}{2}$
Β.	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
Γ.	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
Δ.	$\frac{1}{2}$
Ε.	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ζ.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
Η.	-1
Θ.	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ι.	1

1	2	3	4	5

2.

Α ΟΜΑΔΑ	
1.	$\csc \frac{3\pi}{4}$
2.	$\eta\mu 210^\circ$
3.	$\csc 300^\circ$
4.	$\eta\mu \left(-\frac{\pi}{3} \right)$
5.	$\epsilon\varphi \frac{5\pi}{6}$

Β ΟΜΑΔΑ	
Α.	$-\frac{1}{2}$
Β.	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
Γ.	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
Δ.	$\frac{1}{2}$
Ε.	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ζ.	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
Η.	$-\sqrt{3}$
Θ.	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Ι.	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

1	2	3	4	5

**ΘΕΜΑ 2^ο**

1. Αν $\eta\mu x = -\frac{3}{5}$ και $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x

2. Αν $\sigma\upsilon\nu x = \frac{8}{17}$ και $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \pi\right)$, να βρείτε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας x

ΘΕΜΑ 3^ο

1. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \varepsilon\varphi(21\pi + \theta) \varepsilon\varphi\left(\frac{9\pi}{2} - \theta\right)}{\eta\mu\left(\frac{11\pi}{2} + \theta\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)} = -\frac{1}{\eta\mu\theta} \quad \text{και} \quad \beta) \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \sigma\upsilon\nu(31\pi + \theta)}{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \varepsilon\varphi(15\pi + \theta) \varepsilon\varphi\left(\frac{13\pi}{2} - \theta\right)} = -\eta\mu\theta$$

2. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \left(\frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} - \varepsilon\varphi x\right)^2 = \frac{1 - \eta\mu x}{1 + \eta\mu x} \quad \text{και} \quad \beta) \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 - \varepsilon\varphi x} + \frac{\eta\mu^2 x}{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x} = \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu x$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε κάθε μία από τις παρακάτω παραστάσεις να κυκλώσετε το γράμμα A αν ο ισχυρισμός είναι αληθής ή το γράμμα Ψ αν είναι ψευδής.

- | | | | |
|----|--|---|---|
| 1. | α. $\eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 50^\circ = 1$ | A | Ψ |
| | β. $\sigma\upsilon\nu(x - \pi) = \sigma\upsilon\nu x$ | A | Ψ |
| | γ. Αν $\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sigma\upsilon\nu x = 0$, τότε $\sigma\upsilon\nu x = 0$ | A | Ψ |
| | δ. $\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$ | A | Ψ |
| 2. | α. $\eta\mu^2 20^\circ + \eta\mu^2 70^\circ = 1$ | A | Ψ |
| | β. $\eta\mu(x - \pi) = -\eta\mu x$ | A | Ψ |
| | γ. Αν $\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \eta\mu x = 0$, τότε $\eta\mu x = 0$ | A | Ψ |
| | δ. $\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0$ | A | Ψ |



- | | | | |
|----|--|---|---|
| 3. | 1. Αν $\eta\mu\omega = 1$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$. | A | Ψ |
| | 2. Υπάρχει γωνία ω με $\eta\mu\omega = \frac{1}{3}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. | A | Ψ |
| | 3. Για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu\omega$. | A | Ψ |
| | 4. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\eta\mu\omega = 1$. | A | Ψ |
| | 5. Υπάρχει γωνία ω με $\eta\mu\omega = \frac{3}{4}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{4}$. | A | Ψ |
| | 6. Για κάθε γωνία ω ισχύει $\sigma\upsilon\nu\omega = \sqrt{\eta\mu^2\omega - 1}$. | A | Ψ |

ΘΕΜΑ 5^ο

1. Να αποδείξετε ότι οι τιμές των παραστάσεων είναι ανεξάρτητες του
- x

$$A = \eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x + 2\sigma\upsilon\nu^2 x$$

$$B = \epsilon\phi^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\phi^2 x \cdot \eta\mu^2 x$$

2. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\sigma\upsilon\nu^3 x}{\eta\mu x} + \frac{\epsilon\phi x}{1 + \epsilon\phi^2 x} = \sigma\phi x$$

$$\beta) \frac{1}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x} = \eta\mu x \sigma\upsilon\nu x$$

$$\gamma) (1 - \sigma\upsilon\nu x) \left(1 + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x} \right) = \eta\mu x \cdot \epsilon\phi x$$

$$\delta) \eta\mu^2 x \cdot \epsilon\phi x - \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \sigma\phi x = \epsilon\phi x - \sigma\phi x$$

ΘΕΜΑ 7^ο

1. Αν είναι
- $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{23\pi}{2} + x\right) - \eta\mu\left(\frac{23\pi}{2} + x\right) = \frac{1}{2}$
- , να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = \epsilon\phi^2 x + \sigma\phi^2 x$$

2. Να αποδείξετε ότι: i)
- $\eta\mu(\pi - x) + \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \eta\mu(x - \pi) - \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$

$$ii) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \eta\mu(\pi - \alpha) - \eta\mu(-\alpha) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = 0$$

3. Αν
- $\theta = \frac{19\pi}{4}$
- και
- $x = \frac{29\pi}{4}$
- , να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων

$$A = 2\epsilon\phi\theta - 3\sigma\phi x + \eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 \theta \quad \text{και} \quad B = 2\sigma\phi\theta + \epsilon\phi x - \eta\mu^2 \theta - \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

**ΘΕΜΑ 8^ο**

1. Να υπολογισθούν οι παραστάσεις:

$$A = \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{3\pi}{8} + x\right) + \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{8} - x\right) \quad B = \frac{\sigma\upsilon\nu(3\pi + x) \cdot \eta\mu\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot \sigma\phi(7\pi - x)}{\eta\mu(9\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{7\pi}{2}\right) \cdot \epsilon\phi\left(-\frac{\pi}{2} + x\right)}$$

2. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\eta\mu^3(x - 270^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - x)}{\epsilon\phi^3(x - 90^\circ) \sigma\upsilon\nu^3(x - 270^\circ)} \quad B = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \epsilon\phi(\pi - \alpha)}{\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \eta\mu(\pi - \alpha)}$$

$$\Gamma = \frac{-\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) \cdot \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi - \beta) \cdot \epsilon\phi(\pi - \alpha)} \quad \Delta = \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\sigma\upsilon\nu(\pi - \alpha) \cdot \sigma\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}$$

ΘΕΜΑ 9^ο

1. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\epsilon\phi\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) - \eta\mu^3\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)}{\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{11\pi}{2} + x\right)} = \eta\mu^2 x$$

$$\beta) \frac{\eta\mu(180^\circ - \alpha) \eta\mu(270^\circ - \alpha) \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \alpha) \epsilon\phi(90^\circ - \alpha)}{\eta\mu(90^\circ + \alpha) \eta\mu(360^\circ - \alpha) \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha) \epsilon\phi(270^\circ + \alpha)} = 1$$

$$\gamma) \frac{\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\sigma\upsilon\nu(2\pi - \alpha)} - \frac{\epsilon\phi\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \eta\mu(\pi + \alpha) \eta\mu\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\eta\mu^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)} = 0.$$

2. Να βρεθούν οι τιμές των παραστάσεων:

$$A = \frac{\sigma\upsilon\nu 675^\circ \cdot \eta\mu 390^\circ + \sigma\upsilon\nu 420^\circ \cdot \eta\mu 675^\circ}{\epsilon\phi 30^\circ + \sigma\phi 210^\circ} \quad B = \frac{\eta\mu 855^\circ \cdot \sigma\phi 585^\circ - \sigma\upsilon\nu 855^\circ \cdot \epsilon\phi 585^\circ}{\sigma\upsilon\nu 855^\circ + \eta\mu 585^\circ}$$

3. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\epsilon\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(540^\circ - \alpha) \cdot \epsilon\phi(450^\circ - \alpha)}{\eta\mu(90^\circ + \alpha) \cdot \sigma\phi(810^\circ - \alpha) \cdot \epsilon\phi(\alpha - 270^\circ)} \quad B = \frac{\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \eta\mu(3\pi - x) - \sigma\upsilon\nu\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)}{4\eta\mu(7\pi - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(x - 4\pi)}$$

4. Να αποδείξετε :

$$\frac{\epsilon\phi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) - \sigma\phi(\pi - x)}{\sigma\phi(\pi + x) - \sigma\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} > 2$$