



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ενότητα : «Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών»

ΟΜΑΔΑ Α

1. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{8}{17}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

2. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{5}{13}$ και $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

3. Αν $\epsilon\phi\omega = -\frac{9}{40}$ και $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

4. Αν $\sigma\phi\omega = -\frac{3}{4}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

5. α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω όταν: $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ και $8\eta\mu\omega = 5 \cdot (1 - \eta\mu\omega)$.

β) Όμοια όταν $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ και $10\epsilon\phi\omega = 8 \cdot (1 + \epsilon\phi\omega)$.

6. Αν $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ένα σημείο του τριγωνομετρικού κύκλου, να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης

$$A = \frac{\eta\mu\omega + 3\sigma\upsilon\nu\omega - \epsilon\phi\omega}{\sigma\phi\omega - 3\eta\mu^2\omega}, \text{ όπου } \omega \text{ η γωνία με τελική πλευρά την } OM \quad (O: \text{κέντρο του τριγωνομετρικού κύκλου})$$

7. Αν $\epsilon\phi\omega = -\frac{2}{3}$, να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης: $A = \frac{\eta\mu\omega - \frac{4}{3}\sigma\upsilon\nu\omega}{2\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega}$

8. Να δείξετε ότι δεν υπάρχει γωνία ω με $\eta\mu\omega = \alpha + \frac{1}{\alpha}$, όπου $\alpha \neq 0$

9. Αν $\eta\mu\omega = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{2\alpha}{\alpha-1}$, να βρείτε τις τιμές του αριθμού α ($\alpha \neq 1$).

10. Αν $3\eta\mu\theta + 5\sigma\upsilon\nu\theta = 5$, τότε να δείξετε ότι: $(3\sigma\upsilon\nu\theta - 5\eta\mu\theta)^2 = 9$.

11. Αν το $\sigma\upsilon\nu x$ είναι ρίζα της εξίσωσης: $2\omega^2 + 5\omega + 2 = 0$ και είναι $\epsilon\phi x > 0$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{2\sigma\upsilon\nu x - \sqrt{3}\eta\mu x}{\epsilon\phi x + \sigma\phi x}.$$



12. Να δείξετε ότι: α) $(1 - \sin \omega) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin \omega}\right) = \eta \mu \omega \cdot \epsilon \varphi \omega$, β) $\frac{1}{\epsilon \varphi \omega + \frac{1}{\epsilon \varphi \omega}} = \eta \mu \omega \cdot \sin \omega$

γ) $\frac{1}{\sin^4 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = \epsilon \varphi^4 x + \epsilon \varphi^2 x$, δ) $\frac{1}{1 - \eta \mu \omega} + \frac{1}{1 + \eta \mu \omega} = \frac{2}{\sin^2 \omega}$, ε) $\epsilon \varphi \omega \cdot \eta \mu \omega + \sin \omega = \frac{1}{\sin \omega}$

13. Να δείξετε ότι: α) $\frac{1 - \eta \mu \omega}{1 + \eta \mu \omega} - \frac{1 + \eta \mu \omega}{1 - \eta \mu \omega} = -4 \cdot \frac{\epsilon \varphi \omega}{\sin \omega}$, β) $\left(\frac{1}{\eta \mu \theta \cdot \sin \theta}\right)^2 - \left(\frac{1 - \epsilon \varphi^2 \theta}{\epsilon \varphi \omega}\right)^2 = 4$

γ) $(\eta \mu^4 \theta + \sin^4 \theta) \cdot (\epsilon \varphi \theta + \sigma \varphi \theta)^2 = \epsilon \varphi^2 \theta + \sigma \varphi^2 \theta$, δ) $\frac{1 - 2\eta \mu \theta}{\sin^2 \theta} - \frac{1 - 3\eta \mu \theta}{1 - \eta \mu \theta} = 3\epsilon \varphi^2 \theta$, ε) $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sigma \varphi^2 \theta} = 1$

14. Να δείξετε ότι οι παρακάτω παραστάσεις έχουν σταθερή τιμή:

$$A = \frac{\eta \mu^2 \omega}{1 - \sin \omega} + \frac{\eta \mu^2 \omega}{1 + \sin \omega}, \quad B = \frac{5 \cdot \sin \omega - 4}{3 - 5 \cdot \eta \mu \omega} - \frac{3 + 5 \cdot \eta \mu \omega}{5 \cdot \sin \omega + 4}, \quad \Gamma = \left(1 + \frac{\sin \omega - 1}{\eta \mu \omega}\right) \cdot \left(1 + \frac{\eta \mu \omega + 1}{\sin \omega}\right)$$

15. Αν η εξίσωση: $(1 + \sin \omega) \cdot x^2 - (1 + \sin^2 \omega) \cdot x + (1 - \sin \omega) \cdot \sin \omega = 0$ (1), έχει δύο ρίζες ρ_1, ρ_2 , να δείξετε ότι: $\rho_1 + \rho_2 + \rho_1 \cdot \rho_2 = 1$.

16. Αν $\omega \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ να αποδείξετε ότι: α) $\eta \mu \omega \cdot \epsilon \varphi \omega > 2 \cdot (1 - \sin \omega)$, β) $\eta \mu \omega > 1 - \sin \omega$

17. Αν $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$, να δείξετε ότι: $\sqrt{\frac{2}{\epsilon \varphi \omega} + \sigma \varphi \omega \cdot (\epsilon \varphi \omega + \sigma \varphi \omega)} = \sigma \varphi \omega + 1$

18. Να δείξετε ότι για κάθε $\omega \neq \kappa \cdot \frac{\pi}{2}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$ ισχύουν:

A) $\left(\frac{1}{\eta \mu \omega} - \frac{1}{\sin \omega}\right)^2 \geq 4 \cdot (\eta \mu \omega - \sin \omega)^2$ και B) $\left(1 + \frac{1}{\eta \mu^2 \omega}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \omega}\right) \geq 9$.

19. Αποδείξτε ότι: $\frac{1 + \epsilon \varphi^{2024} x}{1 + \sigma \varphi^{2024} x} = \left(\frac{1 + \epsilon \varphi x}{1 + \sigma \varphi x}\right)^{2024} = \epsilon \varphi^{2024} x$