



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ενότητα : «Αναγωγή στο 1^ο τεταρτημόριο»

ΟΜΑΔΑ Β

1. Αν A, B, Γ είναι γωνίες τριγώνου, να αποδείξετε ότι:

I. $\sin(B + \Gamma) + \sin A = 0$

II. $\cos \frac{A + \Gamma}{2} \cdot \cos \frac{B}{2} = 1$

III. $\eta\mu^2 \frac{B + \Gamma}{2} + \eta\mu^2 \frac{A}{2} = 1$.

IV. $\sin A + \sin(2A + B + \Gamma) = 0$.

2. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών:

I. 210°

II. -1050°

III. 315°

IV. 3750° .

3. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των παρακάτω γωνιών:

I. $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$

II. $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

III. $\frac{2007\pi}{2} \text{ rad}$

IV. $-\frac{37\pi}{6} \text{ rad}$

4. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{\eta\mu(3\pi - \theta)\sin(5\pi + \theta)\cos(2006\pi - \theta)\sin(2007\pi - \theta)}{\sin(-61\pi - \theta)\cos(37\pi + \theta)\sin(11\pi + \theta)\eta\mu(13\pi + \theta)}, \quad B = \frac{\eta\mu\left(\frac{5\pi}{2} + \theta\right)\sin\left(\frac{7\pi}{2} + \theta\right)\cos\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right)\sin\left(\frac{11\pi}{2} + \theta\right)}{\cos\left(\frac{21\pi}{2} - \theta\right)\eta\mu\left(\frac{19\pi}{2} - \theta\right)\sin\left(\frac{17\pi}{2} - \theta\right)\sin\left(\frac{15\pi}{2} - \theta\right)}$$

5. Να δείξετε ότι:
$$\frac{\eta\mu(\theta - 9\pi)\sin\left(\frac{13\pi}{2} - \theta\right)\cos\left(-\theta - \frac{27\pi}{2}\right)\sin(\theta - 23\pi)}{\sin(\theta - 11\pi)\cos\left(\frac{9\pi}{2} + \theta\right)} = -\eta\mu\theta$$

6. Αν $\cos\left(\frac{\pi}{5} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \alpha\right) = -5$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\cos^2\left(\frac{\pi}{5} - \alpha\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{10} + \alpha\right). \quad (\text{Απ.: } 23)$$

7. Δίνεται $\sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1}{2}$. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

I. $\Pi_1 = \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \eta\mu^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$

II. $\Pi_2 = \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

(Απ.: I. $\Pi_1 = 1$, II. $\Pi_2 = -\frac{3}{8}$).

8. Αν $4\pi < x < 5\pi$, να αποδείξετε ότι: $\eta\mu\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) > 2\eta\mu(9\pi + x) - 2$.

9. Αν $\eta\mu x - 2\eta\mu^2 x = 0$ και $0 < x < \frac{\pi}{2}$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\eta\mu\left(\frac{2007\pi}{2} - x\right) - 2\cos\left(\frac{33\pi}{2} + x\right)}{3\sin(27\pi + x) - \cos(-3\pi + x)}. \quad (\text{Απ.: } A = -\frac{3}{5}).$$



10. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \varepsilon\varphi(\pi - x)}{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \eta\mu(\pi - x) \cdot \sin(2\pi - x)} = 2$$

$$\beta) \frac{\eta\mu(x + 270^\circ) \cdot \sin(x + 90^\circ) \cdot \varepsilon\varphi(3x - 180^\circ)}{\sin(180^\circ - x) \cdot \eta\mu(180 - x) \cdot \sigma\varphi(90^\circ - 3x)} = 1$$

11. Να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{\eta\mu \frac{7\pi}{3} \cdot \sin \frac{31\pi}{12} \cdot \varepsilon\varphi\left(-\frac{15\pi}{4}\right) \cdot \sigma\varphi \frac{23\pi}{10}}{\eta\mu\left(-\frac{\pi}{12}\right) \cdot \sin \frac{17\pi}{3} \cdot \varepsilon\varphi \frac{26\pi}{5} \cdot \sigma\varphi\left(-\frac{19\pi}{6}\right)} = -1, \quad \beta) \frac{\eta\mu(180^\circ - x) \cdot \eta\mu(270^\circ - x) \cdot \sin(360^\circ - x) \cdot \varepsilon\varphi(90^\circ - x)}{\eta\mu(90^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \sin(180^\circ + x) \cdot \varepsilon\varphi(270^\circ + x)} = 1$$

12. Να αποδείξετε ότι: $\alpha) \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \cdot \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\sin(\pi - x) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} - \frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}{\sin(2\pi - x) \cdot \varepsilon\varphi(\pi - x)} + \frac{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}{\eta\mu^2(\pi - x)} = \sigma\varphi^2 x$

$$\beta) \frac{\eta\mu^3(x - 270^\circ) \cdot \sin(360^\circ - x)}{\varepsilon\varphi^3(x - 90^\circ) \cdot \sin^3(x - 270^\circ)} = \sin x \quad \gamma) \frac{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \left[\eta\mu(\pi + x) - \eta\mu\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \right]}{\varepsilon\varphi(\pi - x) [\sin(x - 2\pi) + \eta\mu(x - 2\pi)]} = \frac{\eta\mu x + \sin x}{\eta\mu x - \sin x}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

A. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σωστές ή λάθος

1. Σε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ έχουμε $\sin A + \sin B + \sin \Gamma = \frac{3}{2}$. ☐ ☐

2. Ισχύει $\sin \frac{17\pi}{6} = \sin \frac{5\pi}{6}$. ☐ ☐

3. Όταν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, τότε είναι $|\eta\mu x| = -\eta\mu x$. ☐ ☐

4. Ισχύει ότι $(2 - 3\sin x)^2 + (2\eta\mu x + 1)^2 = 0$. ☐ ☐

5. Ισχύει ότι $(3 + 4\sin x)^2 + (4\eta\mu x - 1)^2 = 0$. ☐ ☐

6. Ισχύει ότι $\eta\mu^2 \frac{\pi}{12} + \eta\mu^2 \frac{5\pi}{12} = 1$. ☐ ☐

7. Ισχύει πάντοτε $\varepsilon\varphi|x| = |\varepsilon\varphi x|$. ☐ ☐

8. Αν $\omega + \varphi = \frac{\pi}{2}$, τότε $\sin 2\omega = \eta\mu 2\varphi$. ☐ ☐

9. Σε κάθε κυρτό τετράπλευρο ABΓΔ έχουμε $\sin(A + \Gamma) = \sin(B + \Delta)$. ☐ ☐

10. Υπάρχουν α, β με $\alpha = 2\beta$, ώστε $\eta\mu \alpha = 2\eta\mu \beta$. ☐ ☐

11. Αν $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$, τότε είναι $\sin^2 \omega > \sin \omega$. ☐ ☐



B. Να σημειώσετε τη σωστή απάντηση σε καθεμιά από τις παρακάτω ερωτήσεις:

1. Η παράσταση $A = 3\sin\frac{\omega}{2}$ έχει τη μικρότερη τιμή όταν το ω είναι:
A. $\frac{3\pi}{2}$ **B.** 4π **Γ.** 0 **Δ.** 2π **Ε.** π
2. Όταν $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, η τιμή της παράστασης $\sqrt{\sin^2 x} - \frac{3\sin^2 x}{|\sin x|}$ ισούται με:
A. $2\sin x$ **B.** 0 **Δ.** $-4\sin x$ **Ε.** $4\sin x$.
3. Τόξο κύκλου ακτίνας 10 έχει μήκος 30. Η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία έχει μέτρο:
A. $\frac{\pi}{3}$ rad **B.** 300° **Γ.** 3° **Δ.** 3 rad **Ε.** 3π rad
4. Αν $|\eta\mu x| + |\sigma\upsilon\nu x| = 2$, τότε η γωνία x ισούται με:
A. 0° **B.** 90° **Γ.** 180° **Δ.** 270° **Ε.** Κανένα από τα προηγούμενα.
5. Η παράσταση $\eta\mu^2 x + \eta\mu^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ ισούται με:
A. 2 **B.** 0 **Γ.** $2\eta\mu^2 x$ **Δ.** 1 . **Ε.** $1 - \eta\mu^2 x$
6. Αν $\alpha = 5\eta\mu x$, $\beta = 5\sigma\upsilon\nu x$, τότε $x^2 + y^2 =$
A. 5 **B.** $\sqrt{5}$ **Γ.** 25 **Δ.** 1 **Ε.** $\frac{1}{25}$
7. Το $\eta\mu\frac{2007\pi}{6}$ ισούται με:
A. $\frac{1}{2}$ **B.** 1 **Γ.** 0 **Δ.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **Ε.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$
8. Η παράσταση $\frac{\sigma\upsilon\nu x \cdot \eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x}$ ($\sigma\upsilon\nu x \neq -1$) ισούται με:
A. $\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu^2 x$ **B.** $\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu^2 x$ **Γ.** $\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu^2 x$ **Δ.** $\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu^2 x$ **Ε.** $\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu^2 x$
9. Μια γωνία 1 rad είναι ίση με:
A. 60° **B.** 360° **Γ.** $57,324^\circ$ **Δ.** 90° **Ε.** 1°



Γ. Στην πρώτη στήλη του παρακάτω πίνακα δίνεται μια γωνία και στη δεύτερη στήλη η γωνία που έχει την ίδια τελική πλευρά με την αντίστοιχη της πρώτης στήλης. Να συνδέσετε τις γωνίες αυτές.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\frac{61\pi}{6}$	1. $\frac{3\pi}{2}$
β. $\frac{28\pi}{8}$	2. $\frac{\pi}{3}$
γ. $\frac{27\pi}{6}$	3. $\frac{\pi}{6}$
δ. $\frac{48\pi}{4}$	4. $\frac{\pi}{2}$
ε. $\frac{37\pi}{3}$	5. 0

Δ. Να συνδέσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της στήλης Α με τους ίσους τους στη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\eta\mu\left(\frac{27\pi}{2} + \omega\right)$	1. $-\eta\mu\omega$
β. $\epsilon\varphi(2007\pi - \omega)$	2. $\sigma\upsilon\nu\omega$
γ. $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{72\pi}{2} + \omega\right)$	3. $-\sigma\upsilon\nu\omega$
δ. $\sigma\varphi\left(\frac{11\pi}{2} - \omega\right)$	4. $\eta\mu\omega$
	5. $\epsilon\varphi\omega$
	6. $-\epsilon\varphi\omega$