



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ»

ΘΕΜΑ 1

A. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Είναι $\eta\mu(\pi + \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$
- Αν $0 \leq \chi \leq 90^\circ$, τότε $\eta\mu\chi = -\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\chi}$
- Η μέγιστη τιμή της παράστασης $3\sigma\upsilon\nu\chi$ είναι το 3
- Εαν μια γωνία ω αλλάξει πρόσημο, τότε αλλάζει και το πρόσημο του $\eta\mu\omega$ και του $\sigma\upsilon\nu\omega$.
- Η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ παρουσιάζει μέγιστη τιμή για $x = \frac{\pi}{2}$ και ελάχιστη τιμή για $x = \frac{3\pi}{2}$
- Μια γωνία $\frac{7\pi}{12}$ είναι ίση με 105°
- Τα τόξα θ και $\pi - \theta$ αντιστοιχούν σε γωνίες που διαφέρουν κατά 180°
- Αν $0 < 2\chi < \pi$ τότε $\eta\mu\chi \leq 0$
- Για κάθε α, β ισχύει $\sigma\upsilon\nu\alpha = \sigma\upsilon\nu\beta \Leftrightarrow \alpha = \beta$
- Ισχύει $\eta\mu\left(\chi - \frac{\pi}{2}\right) = \sigma\upsilon\nu\chi$
- Ισχύει $\sigma\upsilon\nu(480^\circ) = \sigma\upsilon\nu(960^\circ)$
- Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$
- Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$ είναι το $\frac{1}{2}$ και η ελάχιστη το $-\frac{1}{2}$
- Υπάρχουν γωνίες ω τέτοιες ώστε $\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega = 1$
- Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης $f(x) = \eta\mu\left(\frac{1}{2} \cdot x\right)$ είναι το $\frac{1}{2}$ και η ελάχιστη το $-\frac{1}{2}$
- Υπαρχει χ ώστε $\sigma\upsilon\nu\chi = \frac{\eta\mu\chi}{\epsilon\phi\chi}$
- Η συνάρτηση $f(x) = \epsilon\phi x$ είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$
- Αν $\eta\mu\chi = \sigma\upsilon\nu\chi$, τότε $\chi = \kappa\pi + \frac{\pi}{4}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$
- Η περίοδος της συνάρτησης $f(x) = \epsilon\phi\frac{x}{2}$ είναι 2π
- Η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu\chi$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[0, \pi]$ και γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[\pi, 2\pi]$



B. Για τις παρακάτω ερωτήσεις επιλέξτε τη σωστή απάντηση:

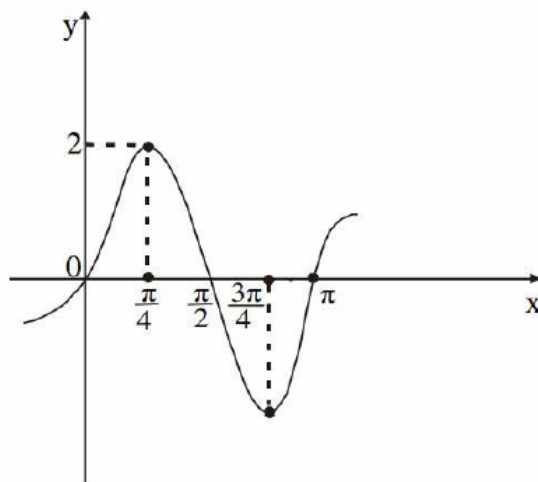
I. Το μέτρο της γωνίας $\theta = 40^\circ$ σε ακτίνια (rad) είναι:

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{2\pi}{9}$ Γ. $\frac{3\pi}{4}$ Δ. 3

II. Αν $\varepsilon\varphi\chi = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ και το χ ανήκει στο 1^ο τεταρτημόριο, τότε η τιμή του $\sigma\upsilon\nu\chi$ είναι:

- A. $\frac{\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2}$ B. $\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha + \beta}}$ Γ. $\frac{\beta}{\beta + \alpha}$ Δ. $\sqrt{\frac{\beta}{\beta + \alpha}}$

III. Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x)$ φαίνεται στο σχήμα. Η συνάρτηση έχει τύπο:

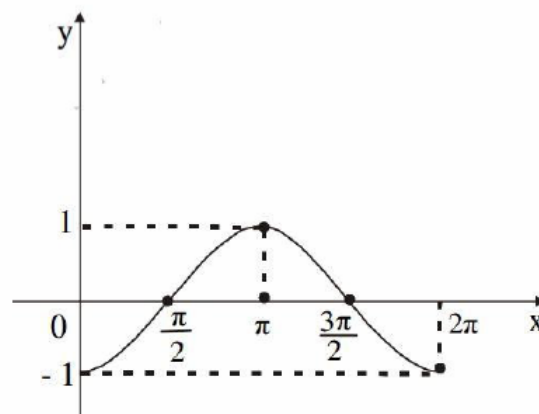


- A. $2\eta\mu 2\chi$ B. $2\eta\mu\chi$ Γ. $2\sigma\upsilon\nu 2\chi$ Δ. $\eta\mu^2\chi$

IV. Αν $\eta\mu\chi = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \chi < 270^\circ$ τότε το $\sigma\upsilon\nu\chi$ είναι ίσο με:

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ Γ. $\frac{4}{5}$ Δ. $-\frac{2}{5}$

V. Στο σχήμα για $x \in [0, 2\pi]$ φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:



- A. $2\sigma\upsilon\nu(-x)$ B. $\sigma\upsilon\nu(x + 2\pi)$
Γ. $\eta\mu(-x)$ Δ. $\sigma\upsilon\nu(-x)$

**ΘΕΜΑ 2**

- α) Αν $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ και $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$ να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω rad
- β) Αν $\epsilon\phi\chi = \frac{4}{3}$ και $\pi < \chi < \frac{3\pi}{2}$ να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας χ rad

ΘΕΜΑ 3

Να αποδείξετε ότι:

- | | |
|---|--|
| α) $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} + \epsilon\phi\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi}$ | β) $\frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\phi\alpha+1} + \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\epsilon\phi\alpha+1} = \frac{1}{\eta\mu\alpha+\sigma\upsilon\nu\alpha}$ |
| γ) $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\chi} - \frac{1}{\sigma\phi^2\chi} = 1$ | δ) $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\epsilon\phi\alpha} - \frac{\eta\mu\alpha}{1+\sigma\phi\alpha} = \sigma\upsilon\nu\alpha - \eta\mu\alpha$ |
| ε) $\frac{\epsilon\phi\alpha+\sigma\phi\beta}{\epsilon\phi\beta+\sigma\phi\alpha} = \frac{\epsilon\phi\alpha}{\epsilon\phi\beta}$ | στ) $\epsilon\phi^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = \epsilon\phi^2\alpha \cdot \eta\mu^2\alpha$ |
| ζ) $\frac{\epsilon\phi\alpha - \eta\mu\alpha}{\eta\mu^3\alpha} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha(1+\sigma\upsilon\nu\alpha)}$ | η) $\frac{\eta\mu^3\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi} + \frac{\sigma\phi\chi}{1+\sigma\phi^2\chi} = \epsilon\phi\chi$ |

ΘΕΜΑ 4

Να δείξετε ότι:

- α) $\frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\eta\mu\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\epsilon\phi(\pi-\alpha)}{\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\eta\mu(\pi-\alpha)} = \sigma\upsilon\nu\alpha$ β) $\frac{\sigma\upsilon\nu(3\pi+\chi)\eta\mu\left(\chi+\frac{\pi}{2}\right)\sigma\phi(7\pi-\chi)}{\eta\mu(9\pi-\chi)\sigma\upsilon\nu\left(\chi-\frac{7\pi}{2}\right)\epsilon\phi\left(-\frac{\pi}{2}+\chi\right)} = \sigma\phi^2\chi$
- γ) $\frac{\eta\mu(180^\circ-\alpha)\eta\mu(270^\circ-\alpha)\sigma\upsilon\nu(360^\circ-\alpha)\epsilon\phi(90^\circ-\alpha)}{\eta\mu(90^\circ+\alpha)\eta\mu(360^\circ-\alpha)\sigma\upsilon\nu(180^\circ+\alpha)\epsilon\phi(270^\circ+\alpha)} = 1$
- δ) $\frac{\sigma\upsilon\nu\left(\frac{15\pi}{2}+\alpha\right)\eta\mu\left(\frac{7\pi}{2}+\alpha\right)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{9\pi}{2}-\alpha\right)}{\epsilon\phi\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)\eta\mu\left(\frac{17\pi}{2}-\alpha\right)\epsilon\phi(3\pi+\alpha)} = \eta\mu^2\alpha$

ΘΕΜΑ 5

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu 2x, x \in \mathbb{R}$

- α) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης; Ποια είναι η περίοδος της f ;
- β) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.
- γ) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση μπορεί να παρει την τιμή 1. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



ΘΕΜΑ 6

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sin x$ και $g(x) = -2 + \sin x$

- Να βρείτε την περίοδο, το μέγιστο και το ελάχιστο των f, g .
- Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g

ΘΕΜΑ 7

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \eta\mu \frac{x}{2}$ και $g(x) = -1 + 2\eta\mu \frac{x}{2}$

- Να βρείτε την περίοδο, το μέγιστο και το ελάχιστο των f, g .
- Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g

ΘΕΜΑ 8

α) Είναι η τιμή $x = \frac{\pi}{4}$ λύση της εξίσωσης $3\sin 4x + 3 = 0$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

β) Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων τομής της γραφικής παράστασης της συνάρτησης $f(x) = \sin 4x$ με την ευθεία $y = -1$

ΘΕΜΑ 9

Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{2}\sin x = -1$

γ) $\eta\mu(2x - 45^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ε) $\epsilon\varphi x(\epsilon\varphi^2 x - 1) = 0$

ζ) $\eta\mu x + \sin x = \frac{1}{\eta\mu x}$

θ) $\eta\mu x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ στο διάστημα $[0, 2\pi)$

β) $\epsilon\varphi(-2x) = \sqrt{3}$

δ) $\sqrt{3} - 2\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) = 0$

στ) $(\eta\mu\omega + \sin\omega)^2 = 1$

η) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -\eta\mu x$

ι) $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ στο διάστημα $[2\pi, 4\pi)$