



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

(ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ – ΜΕΤΡΟ – ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ – ΠΑΡΑΛΛΗΛΙΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ)

ΘΕΜΑ 1. Αν είναι $\vec{a} = (\lambda^2 - 5\lambda + 6, \lambda - 1)$, να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{a} \perp \vec{y}'\vec{y} \quad \text{και} \quad |\vec{a}| = 1.$$

ΘΕΜΑ 2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, 1)$ και $\vec{b} = (2, 1)$.

Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{u} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$ και $\vec{v} = 3\vec{a} - \vec{b}$.

ΘΕΜΑ 3. Δίνονται τα σημεία $A(3, 5)$ και $B(0, 1)$. Να βρείτε το σημείο Γ του άξονα $x'x$, έτσι ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές με βάση τη $B\Gamma$.

ΘΕΜΑ 4. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = (2, -1)$.

Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$ το οποίο είναι ομόρροπο του $\vec{u}$ και έχει μέτρο ίσο με $3\sqrt{5}$.

ΘΕΜΑ 5. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = (-2, 6)$.

Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{v}$ το οποίο είναι αντίρροπο του $\vec{u}$ και έχει μέτρο ίσο με $\sqrt{10}$.

ΘΕΜΑ 6. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{u} = (3, -4)$.

Να βρείτε τα διανύσματα που είναι συγγραμμικά με το διάνυσμα $\vec{u}$ και έχουν μέτρο διπλάσιο από το μέτρο του διανύσματος $\vec{u}$.

ΘΕΜΑ 7. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (4, 1)$ και $\vec{b} = (0, 2)$.

Να βρείτε τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει η σχέση $|\vec{a} + x\vec{b}| = 5$.

ΘΕΜΑ 8. Δίνονται τα σημεία $A(7, 5)$, $B(0, -2)$ και $\Gamma(8, 4)$.

- Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ αποτελούν κορυφές τριγώνου.
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου K του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΘΕΜΑ 9. Δίνονται τα σημεία $A(1, 4)$, $B(3, 0)$ και $\Gamma(5, 2)$.

- Να αποδείξετε ότι τα A, B, Γ αποτελούν κορυφές ισοσκελούς τριγώνου.
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ , ώστε το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ να είναι ρόμβος.

ΘΕΜΑ 10. Δίνεται ένα διάνυσμα $\vec{a}$ για το οποίο ισχύει η σχέση $\vec{a} = (1, 3) + |\vec{a}| \cdot (-1, 0)$.

Να βρείτε:

- το μέτρο του διανύσματος $\vec{a}$
- τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{a}$.



ΘΕΜΑ 11. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (1, 3)$ και $\vec{b} = (-2, 4)$.

- Να αποδείξετε ότι τα $\vec{a}, \vec{b}$ δεν είναι συγγραμμικά.
- Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{u} = (6, 8)$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

ΘΕΜΑ 12. Αν $\vec{i}, \vec{j}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα του Oxy , να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, λ έτσι, ώστε τα διανύσματα $\vec{a} = \vec{i} - \lambda\vec{j}$ και $\vec{b} = (\lambda + 2)\vec{i} + (\kappa^2 + 1)\vec{j}$ να είναι συγγραμμικά.

ΘΕΜΑ 13. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (x^2, 2) + (y^2 + 1, 0)$ και $\vec{b} = (x, 1) + 2(y - 1, 0)$

τα οποία είναι παράλληλα μεταξύ τους. Να βρείτε:

- τις τιμές των $x, y \in \mathbb{R}$
- τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

ΘΕΜΑ 14. Να βρείτε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ για την οποία τα σημεία $A(0, 1)$, $B(1, \mu + 1)$ και $\Gamma(2 - \mu, 2)$ είναι συνευθειακά.

ΘΕΜΑ 15. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (-2, 1)$ και $\vec{b} = (1, 1)$.

- Να αποδείξετε ότι τα $\vec{a}, \vec{b}$ δεν είναι συγγραμμικά.
- Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u}$ για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις $(\vec{u} - \vec{a}) // \vec{b}$ και $(\vec{u} - 2\vec{b}) // (\vec{a} + 5\vec{b})$.
- Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{u}$ ως γραμμικό συνδυασμό των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

ΘΕΜΑ 16. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και το σημείο N για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις

$$\overrightarrow{AN} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{A\Gamma} \quad \text{και} \quad \overrightarrow{BN} = 3\mu \overrightarrow{BA} + \lambda \overrightarrow{A\Gamma} \quad \text{με} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

- Να αποδείξετε ότι $(1 - \lambda - 3\mu) \overrightarrow{AB} = (\mu - \lambda) \overrightarrow{A\Gamma}$.
- Να υπολογίσετε τους αριθμούς λ και μ .
- Αν είναι $A(2, 2)$, $B(0, 1)$ και $N(2, 1)$, να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .