



ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ – ΕΣΩΤΕΡΙΚΟ ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ – ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 2-14666

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, -3)$ και $\vec{\beta} = (-2, -1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - 5\vec{\beta}$ και $\vec{v} = 5\vec{\alpha} - 9\vec{\beta}$.

β) Αν $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$, να γράψετε το $\vec{w}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

γ) Αν τα $\vec{\beta}$, $\vec{w}$, $\vec{u}$ είναι τα διανύσματα θέσης των σημείων K, Λ, και Μ αντιστοίχως, να αποδείξετε ότι τα σημεία αυτά είναι συνευθειακά.

ΑΣΚΗΣΗ 2-14586

Δίνονται τα σημεία A(1,2), B(3,4) και Γ(5,-2).

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AG}$ και να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι ορθή.

β) Αν Μ είναι το μέσο του ΒΓ, να βρείτε τα μέτρα των $\overrightarrow{AM}$ και $\overrightarrow{BG}$.

γ) Να γραφεί το $\overrightarrow{BG}$ ως γραμμικός συνδυασμός των $\overrightarrow{AG}$ και $\overrightarrow{AM}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-14953

Θεωρούμε τρίγωνο ABΓ με A(-2,5), B(7,8), Γ(1,-4)

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AG}$.

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AG}$.

γ) Να βρείτε, σε μοίρες, τη γωνία $\widehat{BAG}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15038

Θεωρούμε διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ τέτοια ώστε $|\vec{\alpha}| = 3$, $|\vec{\beta}| = 4$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε τα $\vec{\alpha}^2$ και $\vec{\beta}^2$.

γ) Να αποδείξετε ότι $(3\vec{\alpha} - \vec{\beta}) \cdot (\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}) = 15$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15073

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, 2)$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

γ) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$.

**ΑΣΚΗΣΗ 2-15186**

Δίνονται τα σημεία $A(2,1)$, $B(6,3)$, $\Delta(1,-2)$ και $\Gamma(9,2)$. Να αποδείξετε ότι:

- α) Το μέσο M του τμήματος AB έχει συντεταγμένες $(4,2)$ και το μέσο N του τμήματος $\Gamma\Delta$ έχει συντεταγμένες $(5,0)$.
β) $\overrightarrow{MN} = (1,-2)$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = (8,4)$.
γ) $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{\Delta\Gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15317

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{v} = (3,0)$ και $\vec{w} = (-3,4)$.

- α) Να δείξετε ότι τα διανύσματα δεν είναι παράλληλα.
β) i) Στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων να σχεδιάσετε τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{w}$.
ii) Να προσδιορίσετε το είδος της γωνίας θ που σχηματίζουν τα διανύσματα.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15379

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1,3)$, $\vec{\beta} = (3,-1)$. Να υπολογίσετε:

- α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και την γωνία μεταξύ των δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$.
β) το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15463

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = (2,1)$ και $\overrightarrow{AG} = (3,-1)$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{BG} = (1,-2)$.
β) Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BG}$.
γ) Να αποδείξετε ότι $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BG}|$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15825

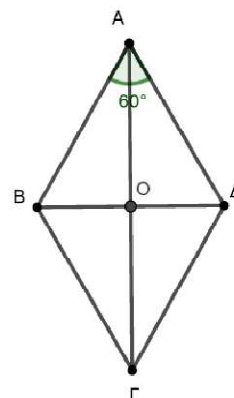
Θεωρούμε διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$ και το $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

- α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 4$.
β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma} = 0$.
γ) Να βρείτε την $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\gamma})}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16144

Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ με κέντρο O , πλευρά 4 και $\hat{A} = 60^\circ$.
Να υπολογίσετε τα εσωτερικά γινόμενα:

- α) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ β) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{B\Gamma}$ γ) $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{AO}$
δ) $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OB}$ ε) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{\Gamma\Delta}$





ΑΣΚΗΣΗ 2-16147

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = 3\vec{i} + 3\sqrt{3}\vec{j}$, $\vec{\beta} = \sqrt{2}\vec{i}$, $\vec{\gamma} = -3\vec{j}$ και $\vec{\delta} = (-1, 1)$.

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης καθενός από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\delta}$.
- Να γράψετε τη γωνία που σχηματίζει καθένα από τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ με το θετικό ημιάξονα Οχ.
- Να βρείτε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16151

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, 3)$ και $\vec{\beta} = (-\sqrt{3}, 1)$.

- Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ καθώς και τη γωνία που σχηματίζει καθένα από αυτά με τον άξονα x'x.
- Να βρείτε τη γωνία $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16426

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, -1)$ και $\vec{\beta} = (-3, 2)$.

- Να υπολογίσετε το γινόμενο $\vec{\alpha}(2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$.
- Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (x, y)$ όταν $\vec{\gamma} \perp \vec{\alpha}$ και $|\vec{\gamma}| = \sqrt{5}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16427

Δίνονται τα σημεία Α(-2,3), Β(0,8), Γ(5,3) και Δ(10,5). Να υπολογίσετε:

- το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{GD}$.
- τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GD}$ με τον άξονα x'x.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16428

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με: $|\vec{\alpha}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $|\vec{\beta}| = \frac{1}{2}$ και $|3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}|$.

- Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -\frac{3}{8}$.
- Να υπολογίσετε τη γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-16579

Δίνονται τα σημεία Α(2,1) και Β(6,7) του καρτεσιανού επιπέδου Οxy.

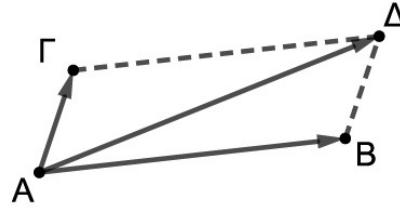
- Να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{AB}$.
- Αν $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v}$.
- Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{u} = (-8, -12)$ και $\vec{v}$ του β) ερωτήματος είναι αντίρροπα.

**ΑΣΚΗΣΗ 2-16580**

Σε καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία $A(2,4)$, $B(11,5)$, $\Gamma(3,7)$ και ένα σημείο Δ ώστε το $\overrightarrow{A\Delta}$ να είναι ίσο με το άθροισμα των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες:

- α) των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.
- β) του διανύσματος $\overrightarrow{A\Delta}$.
- γ) του σημείου Δ .

**ΑΣΚΗΣΗ 2-16581**

Σε καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία $A(-1,6)$, $B(1,2)$ και $\Gamma(3,-2)$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες:

- α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$.
- β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B και Γ είναι συνευθειακά.
- γ) Να αποδείξετε ότι το B είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AΓ.

ΑΣΚΗΣΗ 2-17070

Στο καρτεσιανό επίπεδο Οxy δίνονται τα σημεία $A(3,4)$, $B(2,1)$, $\Gamma(3,-1)$ και $\Delta(4,2)$.

- α) Να σχεδιάσετε τα παραπάνω σημεία A, B, Γ και Δ .
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$.
- γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

ΑΣΚΗΣΗ 2-18243

Θεωρούμε διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 4$ και $\widehat{(\vec{\alpha}, \vec{\beta})} = \frac{\pi}{3}$ και τα διανύσματα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

- α) Να βρείτε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$.
- β) Να βρείτε το $\vec{\gamma} \cdot \vec{\delta}$.
- γ) Να βρείτε τα $|\vec{\gamma}|$, $|\vec{\delta}|$.
- δ) Να βρείτε τη γωνία $\widehat{(\vec{\gamma}, \vec{\delta})}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-19038

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2,3)$, $\vec{\beta} = (-1,1)$ και $\vec{\gamma} = (-5,-5)$.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\beta}$ με τον άξονα x'x.
- β) Να αποδείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = 5|\vec{\beta}|$.
- γ) Να υπολογίσετε τους πραγματικούς αριθμούς λ, μ ώστε το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ να γραφεί στη μορφή $\vec{\gamma} = \lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\beta}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-22040

Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (-4, 3)$.

- α) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\beta}$ που να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$.
- β) Να βρείτε ένα διάνυσμα $\vec{\gamma}$ που να είναι κάθετο στο $\vec{\alpha}$ και να έχει μέτρο 1.

**ΑΣΚΗΣΗ 2-20685**

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (1, 1)$, $\vec{w} = (-10, 2)$ και τα σημεία $A(-1, 2)$, $B(\beta, 0)$, $\Gamma(0, \gamma)$. Τα διανύσματα $\vec{u}$, $\vec{AB}$ είναι κάθετα και το διάνυσμα $\vec{w}$ είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\vec{A\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{AB}$ και να αποδείξετε ότι $\beta = 1$

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{9}{5}$.

γ) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-20888

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$, για τα οποία ισχύουν: $|\vec{\alpha}| = 4$, $|\vec{\beta}| = 5$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2\pi}{3}$ και $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$.

Να υπολογίσετε:

α) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

β) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-22554

Στο καρτεσιανό επίπεδο Oxy , με μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $\vec{x}$, $\vec{y}$ τα $\vec{i}$, $\vec{j}$ αντίστοιχα, τα σημεία A και B έχουν διανύσματα θέσεως $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ και $\vec{OB} = 6\vec{i} - \vec{j}$. Έστω M ένα σημείο τέτοιο ώστε $\vec{OM} = \frac{1}{5}(2\vec{OA} - \vec{OB})$.

α) Να αποδείξετε ότι: i. $\vec{AB} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ ii. $\vec{OM} = \vec{j}$

β) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{OM}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-21682

Έστω $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δυο διανύσματα για τα οποία ισχύει $\vec{\alpha} + \vec{\beta} = (11, 2)$ και $\vec{\alpha} - \vec{\beta} = (-5, -10)$.

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} = (3, -4)$ και να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\beta}$.

β) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$ και $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}|$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-20733

Δίνονται τα μη μηδενικά διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$, με $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ και $\vec{AB} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

α) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{B\Gamma}$ συναρτήσει του διανύσματος $\vec{\beta}$.

β) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{A\Gamma}$.

γ) Να αιτιολογήσετε γιατί τα διανύσματα $\vec{AB}$ και $\vec{A\Gamma}$ είναι κάθετα.



ΑΣΚΗΣΗ 2-20773

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, -2)$ και $\vec{\beta} = (2, 3)$

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

β) Αν $\vec{u} = (4, -1)$ να βρείτε την τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε το διάνυσμα $\vec{u}$ να είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{v} = (1, \kappa)$.

γ) Για $\kappa = 4$ να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{v}$ του προηγούμενου ερωτήματος.

ΑΣΚΗΣΗ 2-20732

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (2, 1)$ και $\vec{\beta} = (-8, -4)$.

α) Να δείξετε ότι τα διάνυσμα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι αντίρροπα και ότι $|\vec{\beta}| = 4|\vec{\alpha}|$.

β) Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} < 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15252

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = (2, 1)$ και $\overrightarrow{AG} = (3, -1)$.

α) Να δείξετε ότι $\overrightarrow{BG} = (1, -2)$. β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με υποτείνουσα την ΑΓ.

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

ΑΣΚΗΣΗ 2-15852

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (3, 2)$, $\vec{\beta} = (-2, 1)$. Να υπολογίσετε:

α) το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$. β) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ και το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

γ) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2-22170

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-1, 3)$, $\vec{\beta} = (-2, -1/2)$ και $\vec{\gamma} = (x^2, x - 1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{u} = (3, 4)$ και $\vec{v}$ είναι κάθετα.

γ) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά;

**ΑΣΚΗΣΗ 2-20685**

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{u} = (1,1)$, $\vec{w} = (-10,2)$ και τα σημεία $A(-1,2)$, $B(\beta, 0)$, $\Gamma(0, \gamma)$. Τα διανύσματα $\vec{u}$, $\overrightarrow{AB}$ είναι κάθετα και το διάνυσμα $\vec{w}$ είναι παράλληλο στο διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$ και να αποδείξετε ότι $\beta = 1$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι $\gamma = \frac{9}{5}$.

γ) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$.

ΑΣΚΗΣΗ 4-18547

Δίνονται τα σημεία $A(0,-1)$, $B(\lambda, 1)$ και $\Gamma(\lambda-2, \lambda-3)$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε:

i) Τα σημεία A, B και Γ να είναι κορυφές τριγώνου. ii) Το τρίγωνο ABΓ να είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$.

β) Για $\lambda = -2$, να βρείτε:

i) Το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$. ii) Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

ΑΣΚΗΣΗ 4-22170

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (-1,3)$, $\vec{\beta} = \left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ και $\vec{v} = (x^2, x-1)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{u} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.

β) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{u} = (3, 4)$ και $\vec{v}$ είναι κάθετα.

γ) Να βρείτε τους αριθμούς x για τους οποίους τα διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά;

ΑΣΚΗΣΗ 4-15320

Δίνεται παραλληλόγραμμο OAGB με $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{OB} = \vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι μη μηδενικά διανύσματα.

α) Να δείξετε ότι: i. $|\overrightarrow{OG}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 + 2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2$. ii. $|\overrightarrow{AB}|^2 = |\vec{\alpha}|^2 - 2\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + |\vec{\beta}|^2$.

β) Αν $|\overrightarrow{OG}| = |\overrightarrow{AB}|$, να δείξετε ότι το OAGB είναι ορθογώνιο.

ΑΣΚΗΣΗ 4-18547

Δίνονται τα σημεία $A(0, -1)$, $B(\lambda, 1)$ και $\Gamma(\lambda-2, \lambda-3)$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε: i) Τα σημεία A, B και Γ να είναι κορυφές τριγώνου.

ii) Το τρίγωνο ABΓ να είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$.

β) Για $\lambda = -2$, να βρείτε: i) Το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A\Gamma}$. ii) Το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.