



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «Μέτρο διανύσματος»

ΠΡΟΤΑΣΗ:

Για οποιαδήποτε διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει: $||\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \leq |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$

- Αν $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}|$ τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
- Αν $||\vec{\alpha}| - |\vec{\beta}|| = |\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$ τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα.

Εργασία 1^η:

α) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \uparrow \vec{\beta}$ και $|\vec{\alpha}| = 5$, $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 9$, να βρείτε το $|\vec{\beta}|$.

β) Αν επιπλέον $|\vec{\gamma}| = 3$ και $|\vec{\beta} + \vec{\gamma}| = 1$, να δείξετε ότι $\vec{\beta} \uparrow \downarrow \vec{\gamma}$.

Εργασία 2^η:

Αν για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ ισχύουν $|\vec{\beta}| = 2|\vec{\alpha}|$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}|$, αποδείξτε ότι τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα.

Εργασία 3^η:

α) Αν $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $3|\vec{\alpha}| = 4|\vec{\beta}| = 12|\vec{\gamma}|$, αποδείξτε ότι :

i) τα, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ είναι ομόρροπα και ii) τα, $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα .

β) Αν $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = \vec{0}$ και $\frac{|\vec{\alpha}|}{5} = \frac{|\vec{\beta}|}{3} = \frac{|\vec{\gamma}|}{2}$ αποδείξτε ότι :

i) τα, $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$ είναι αντίρροπα και ii) τα, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ είναι ομόρροπα .

Εργασία 4^η:

Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των σημείων Μ του επιπέδου σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις :

i) $|\vec{MA}| = |\vec{MB}|$ (ΑΒ: γνωστό ευθύγραμμο τμήμα) ii) $2|\vec{AM}|^2 = 5|\vec{AM}| - 2$ (Α: γνωστό σημείο)

Εργασία 5^η:

Αν $|\vec{\alpha}| = \frac{2}{3}$, $|\vec{\beta}| = \frac{1}{3}$ και $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| \geq 1$, να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.

Εργασία 6^η:

Δίνονται τα ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ για τα οποία ισχύουν:

$|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = 4$ και $|\vec{\gamma} + \vec{\beta}| = 8$. Να βρείτε: 1) το $|\vec{\beta}|$, 2) το $|\vec{\gamma}|$ και 3) το $|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}|$.

Εργασία 7^η:

Δίνονται τα ομόρροπα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ για τα οποία ισχύουν: $|\vec{\alpha}| = 2$ και $|\vec{\beta}| = 3$.

Να δείξετε ότι για οποιοδήποτε διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ισχύει: $|\vec{\alpha} + \vec{\gamma}| + |\vec{\beta} - \vec{\gamma}| \geq 5$.

Εργασία 8^η:

Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε τον γεωμετρικό των σημείων Μ για τα οποία ισχύει ότι : α) $|\vec{MA} - \vec{\Gamma\Delta} - \vec{BA} + \vec{BD}| = 0$, β) $|\vec{MA} - \vec{AB} + \vec{AB}| = |\vec{MB} - \vec{\Gamma B}|$