



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 1

ΘΕΜΑ Α

A1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$. Να αποδείξετε ότι: $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$

A2. Να χαρακτηρίσετε σαν σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $M_0(x_0, y_0)$ και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ, είναι

$$y - y_0 = \lambda(x - x_0).$$

2. Αν $\vec{\alpha} \parallel \vec{\beta}$ τότε $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

3. Οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ευθύγραμμου τμήματος με άκρα τα σημεία $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ δίνονται από τις

$$\text{σχέσεις } x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

4. Το διάνυσμα $\vec{\eta} = (-A, B)$ είναι κάθετο στην ευθεία $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$.

5. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι παράλληλα, τότε: $x_1 y_2 + x_2 y_1 = 0$

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (3, 3)$ και $\vec{b} = (-\sqrt{3}, 1)$.

B1. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$ καθώς και τη γωνία που σχηματίζει καθένα από αυτά με τον άξονα x'x.

B2. Να βρείτε τη γωνία $(\vec{a}, \vec{b})$.

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x + (\lambda^2 - 5\lambda + 6)y - \lambda + 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1).

Γ1. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ, ώστε η (1) να παριστάνει ευθεία.

Γ2. Να δείξετε ότι (για τα κατάλληλα $\lambda \in \mathbb{R}$) οι ευθείες της (1) διέρχονται από σταθερό σημείο, το οποίο και να βρείτε.

Γ3. Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζει η ευθεία της (1) με τους άξονες να είναι 1/2 τ.μ

Γ4. Για $\lambda = 4$ να βρείτε την απόσταση του σημείου $O(0, 0)$ από την ευθεία.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο κύκλος C: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5$ και η ευθεία (ε): $2x + y + 5 = 0$

α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C.

β) Να δείξετε ότι ο κύκλος C και η ευθεία (ε) δεν έχουν κοινά σημεία.

γ) Να δείξετε ότι υπάρχουν δύο ευθείες $(\eta_1), (\eta_2)$ που είναι παράλληλες στην ευθεία (ε) και εφάπτονται του κύκλου C και να βρείτε τις εξισώσεις τους.

δ) Να βρείτε τη μεσοπαράλληλη των ευθειών $(\eta_1), (\eta_2)$.