



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟ ΦΥΛΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 5

ΘΕΜΑ Α

- A1. Έστω Οχψ σύστημα συντεταγμένων. Να δείξετε ότι η εξίσωση του κύκλου με κέντρο το Ο και ακτίνας $\rho > 0$, είναι $x^2 + y^2 = \rho^2$
- A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
- α. Τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι συγγραμμικά όταν $|\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$
- β. Για τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ ισχύει η ισοδυναμία $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$
- γ. Η εφαπτομένη της παραβολής $y^2 = 2px$, $p \neq 0$, στο σημείο (x_1, y_1) είναι η $yy_1 = p(x - x_1)$.
- δ. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δύο σημεία στο επίπεδο Οχψ, τότε η απόστασή τους είναι,
- $$(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ΘΕΜΑ Β

Έστω τρίγωνο ΑΒΓ με $A(1, 1)$, $\vec{AB} = \vec{\alpha} = (1, 3)$ και $\vec{AG} = \vec{\beta} = (6, 3)$.

- B1. Να δείξετε ότι $\hat{A} = (\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 45^\circ$
- B2. Να βρείτε τις συντεταγμένες του Β και την εξίσωση του ύψους ΒΔ
- B3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

ΘΕΜΑ Γ

Έστω σημείο $A(4, 4)$ της παραβολής $y^2 = 2px$, με $p \neq 0$.

- Γ1. Να δείξετε ότι η παραβολή είναι η $y^2 = 4x$ και να βρείτε την εστία της Ε και την διευθετούσα της δ.
- Γ2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε, της παραβολής στο Ρ.
- Γ3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο το $K(-1, 2)$, που εφάπτεται στην ε.

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 2xy - 3\lambda x + 3\lambda y + 2\lambda^2 = 0$, με $\lambda \neq 0$.

- α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει στο επίπεδο, δύο ευθείες παράλληλες μεταξύ τους, κάθε μία από τις οποίες έχει κλίση ίση με 1.
- β) Αν το εμβαδόν του τετραγώνου του οποίου οι δύο πλευρές βρίσκονται πάνω στις ευθείες του ερωτήματος α) είναι ίσο με 2, να βρείτε την τιμή του λ.