

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ****Μάθημα 6<sup>ο</sup>****ΕΝΟΤΗΤΑ: «Απόσταση σημείου από ευθεία - Εμβαδόν τριγώνου»****Εργασία 1<sup>η</sup>**

1. Να αποδείξετε ότι το σημείο  $A(-1, 3)$  ισαπέχει από τις ευθείες  $\varepsilon_1: 12x+5y+10=0$ ,  $\varepsilon_2: 3x+4y-14=0$ .
2. Δίνονται τα σημεία  $A(4, -2)$ ,  $B(2, -8)$ ,  $\Gamma(-1, 13)$ . Να βρείτε
  - α. την εξίσωση της ευθείας  $A\Gamma$
  - β. την απόσταση του σημείου  $A$  από την ευθεία  $B\Gamma$ .
3. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(3, 2)$ ,  $B(-3, 1)$ ,  $\Gamma(4, 0)$ . Να βρείτε :
  - α. την εξίσωση της πλευράς  $AB$
  - β. το μήκος του ύψους  $\Gamma\Delta$  καθώς και την εξίσωση της ευθείας που βρίσκεται πάνω αυτό.
4. Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: 5x+y-9=0$ ,  $\varepsilon_2: 3x-2y-8=0$  και  $\delta: \lambda x+3y-3\lambda-6=0$ . Να βρείτε για ποια τιμή του  $\lambda$  το σημείο τομής των ευθειών  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  απέχει από την ευθεία  $\delta$  απόσταση ίση με  $\sqrt{10}$ .
5. Οι ευθείες  $\varepsilon_1: \lambda x+(\lambda-14)y+\lambda+2=0$  και  $\varepsilon_2: (\lambda-3)x+(\lambda-10)y+4-2\lambda=0$  είναι παράλληλες. Να βρείτε
  - α. τον αριθμό  $\lambda$
  - β. σε ποια από τις ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  βρίσκεται πλησιέστερα το σημείο  $A(3,2)$ .
6. Το σημείο  $A(3, 1)$  απέχει από την ευθεία  $\varepsilon: \lambda x-4y+8-\lambda=0$  απόσταση ίση με 2. Να βρείτε
  - α. τον αριθμό  $\lambda$
  - β. τα σημεία της ευθείας  $\zeta: y=x-3$ , τα οποία απέχουν από την ευθεία  $\varepsilon$  απόσταση ίση με 3.
7. Έστω τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  με  $A(-1, 2)$  και η εξίσωση μιας πλευράς του είναι  $x-2y+1=0$ . Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου.

**Εργασία 2<sup>η</sup>**

1. Δίνονται οι παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1: y=3x-1$ ,  $\varepsilon_2: y=3x+9$ . Να βρείτε
  - α. την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
  - β. την απόσταση των ευθειών  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
2. Δίνεται η εξίσωση  $4x^2 + y^2 - 4xy - 6x + 3y - 4 = 0$  (1)
  - α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
  - β. Να βρείτε την απόσταση των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
  - γ. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
3. Οι ευθείες  $\varepsilon_1: \lambda x+(2-\lambda)y-24=0$  και  $\varepsilon_2: (\lambda-4)x+(5-\lambda)y+18=0$  είναι παράλληλες. Να βρείτε
  - α. τον αριθμό  $\lambda$
  - β. την απόσταση των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
  - γ. την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
4. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 8 = 0$  (1)
  - α. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο παράλληλες ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
  - β. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$
5. Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: 3x-4y+1=0$ ,  $\varepsilon_2: 8x-6y+5=0$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ . Ποια από τις παραπάνω διχοτόμους αντιστοιχεί στην οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .
6. Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1: 8x-6y+3=0$ ,  $\varepsilon_2: 3x-4y+5=0$ . Να βρείτε τις εξισώσεις των διχοτόμων των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$ .

**Εργασία 3<sup>η</sup>**

1. Δίνονται τα σημεία  $A(-2, 1)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $\Gamma(1, -6)$ . Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
2. Δίνονται τα σημεία  $A(1, 2)$  και  $B(-2, 3)$ . Να βρείτε σημείο  $M$  του άξονα  $y'y$  ώστε να ισχύει  $(MAB) = 5$  τ.μ.
3. Δίνονται τα σημεία  $K(8, 3)$  και  $\Lambda(6, -1)$ . Να βρείτε σημείο  $M$  του άξονα  $x'x$  ώστε να ισχύει  $(MK\Lambda) = 7$  τ.μ.
4. Θεωρούμε τα σημεία  $A(2, -1)$ ,  $B(4, 5)$  και έστω σημείο  $\Gamma$  της ευθείας  $\varepsilon: 2x - y - 1 = 0$ . Να βρείτε τις συντεταγμένες του  $\Gamma$  ώστε το τρίγωνο  $AB\Gamma$  να έχει εμβαδόν ίσο με 4 τ.μ.
5. Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(1, 2)$ ,  $B(3, 5)$ . Αν η κορυφή  $\Gamma$  κινείται στην ευθεία  $\varepsilon: 2x - y + 3 = 0$  και το εμβαδόν του  $AB\Gamma$  είναι 5 τ.μ. να βρεθούν οι εξισώσεις των πλευρών του.
6. Θεωρούμε τα σημεία  $A(1, -2)$ ,  $B(3, 4)$ . Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων  $M$  του επιπέδου ώστε το τρίγωνο  $AMB$  να έχει εμβαδόν ίσο με 4 τ.μ.
7. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: x - 4y - 7 = 0$  και τα σημεία  $A(-2, 4)$ ,  $B(2, 6)$ 
  - α. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου  $M$  της ευθείας ( $\varepsilon$ ) το οποίο ισαπέχει από τα  $A$  και  $B$
  - β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $MAB$
  - γ. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων  $K(x, y)$  για τα οποία ισχύει  $(KAB) = (MAB)$
8. Θεωρούμε τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $A(6, 6)$ ,  $B(-3, 0)$  και  $\Gamma(3\mu - 1, 2\mu + 3)$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ 
  - α. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $\Gamma$
  - β. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου  $AB\Gamma$  είναι σταθερό.

**Εργασία 4<sup>η</sup>**

1. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία  $3x - 4y + 3 = 0$  και απέχει από το σημείο  $A(1, -2)$  απόσταση ίση με 3 μονάδες.
2. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ευθεία  $\delta: 3x - 2y + 5 = 0$  και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο εμβαδού 3 τ.μ.
3. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι παράλληλες στην ευθεία  $\delta: 3x + y + 20 = 0$  και απέχουν από το σημείο  $K(-4, 2)$  απόσταση ίση με  $2\sqrt{10}$
4. Δίνεται η ευθεία  $\delta: x + 2y - 25 = 0$  και το σημείο  $M(3, 1)$ . Να βρείτε:
  - α. την απόσταση του  $M$  από την ευθεία ( $\delta$ )
  - β. τις ευθείες που είναι κάθετες στην ( $\delta$ ) και απέχουν από το  $M$  απόσταση ίση με  $\sqrt{20}$

**Εργασία 5<sup>η</sup>**

1. Δίνεται η ευθεία  $\varepsilon: x + 2y - 6 = 0$ . Να βρείτε:
  - α. την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας ( $\varepsilon$ ) από την αρχή των αξόνων
  - β. ποιο σημείο της ευθείας ( $\varepsilon$ ) απέχει την μικρότερη απόσταση από το σημείο  $M(2, -3)$
2. Δίνονται τα σημεία  $K(-2, 4)$  και  $\Lambda(8, -1)$ . Να βρείτε:
  - α. την εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) που διέρχεται από τα σημεία  $K, \Lambda$
  - β. ποιο σημείο της ευθείας ( $\varepsilon$ ) απέχει την μικρότερη απόσταση από το σημείο  $M(5, 3)$
3. Θεωρούμε τα σημεία  $K(\lambda - 4, 3\lambda - 2)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Να βρείτε:
  - α. την εξίσωση της ευθείας ( $\varepsilon$ ) πάνω στην οποία κινούνται τα σημεία  $K$
  - β. την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας ( $\varepsilon$ ) από την αρχή των αξόνων.
4. Οι ευθείες  $\varepsilon: \lambda x + (\lambda - 1)y - 5 = 0$  και  $\delta: (\lambda + 1)x - (\lambda + 4)y - 15 = 0$  είναι κάθετες. Να βρείτε:
  - α. τον αριθμό  $\lambda$
  - β. το σημείο τομής των ευθειών ( $\varepsilon$ ) και ( $\delta$ )
  - γ. την ελάχιστη απόσταση που απέχει ένα σημείο της ευθείας ( $\varepsilon$ ) από την αρχή των αξόνων, καθώς και ποιο είναι το σημείο αυτό.