



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΑΡΑΒΟΛΗ »

- 1) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 16x$. Να βρείτε τα σημεία της παραβολής που απέχουν από την εστία απόσταση ίση με 13.
- 2) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνάει από το σημείο $M(4,1)$ και τέμνει την παραβολή $y^2 = 8x$ στα σημεία A και B ώστε $(MA) = (MB)$
- 3) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της παραβολής $y^2 = 4x$ που είναι παράλληλη με την $6x - 3y + 7 = 0$
- 4) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της παραβολής $y^2 = 8x$ που περνάει από το σημείο $A(5, -7)$.
- 5) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2x$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της παραβολής που ορίζει με τους άξονες τμήμα μήκους $\sqrt{5}$
- 6) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 8x$. Από ένα σημείο της M φέρνουμε MA κάθετη στην διευθετούσα. Να βρείτε το M ώστε το τρίγωνο MAE να είναι ισόπλευρο.
- 7) Στο σημείο $A(1,2)$ της παραβολής $y^2 = 4x$ φέρνουμε την εφαπτόμενή της, που τέμνει τον άξονα y' στο σημείο M . Αν E η εστία της παραβολής, να δείξετε ότι $\widehat{AME} = 90^\circ$.
- 8) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής με κορυφή το $O(0,0)$, άξονα συμμετρίας τον θετικό ημιάξονα των x και η οποία εφάπτεται στην ευθεία $y = 4x + 1$.
- 9) Να βρείτε τις εφαπτόμενες της παραβολής $y^2 = 8x$ που άγονται από το σημείο $P(5, -7)$.
- 10) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 12x$ που σχηματίζει με τη ευθεία $(\eta) : 4x - 2x + 9 = 0$ γωνία 45° .
- 11) Να βρεθούν οι κοινές εφαπτόμενες του κύκλου $(c) : x^2 + y^2 = 4$ και της παραβολής $(\pi) : y^2 = 3x$
- 12) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της παραβολής $(c) : x^2 = 4y$ και της ευθείας που διέρχεται από την εστία της και είναι παράλληλη στη διχοτόμο της πρώτης γωνίας των αξόνων.



- 13) Η χορδή AB παραβολής $y^2 = 4ax$ διέρχεται από το σημείο $\Gamma(1,0)$. Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα A και B και η ευθεία $x + 1 = 0$ διέρχονται από το ίδιο σημείο.
- 14) Δίνεται η παραβολή $x^2 = 12y$. Από την κορυφή O φέρνουμε δύο κάθετες χορδές OA και OB . Να δείξετε ότι η AB περνάει από σταθερό σημείο.
- 15) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 16x$. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της παραβολής που απέχει από την κορυφή της $O(0,0)$ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ μονάδες.
- 16) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2px$ και ένα σημείο $A\left(-\frac{p}{2}, y_0\right)$ στην διευθετούσα της. Να δείξετε ότι η μεσοκάθετη του τμήματος AE είναι εφαπτόμενη της παραβολής στο σημείο της με τεταγμένη y_0 . (E είναι η εστία της παραβολής)
- 17) Ένα ισόπλευρο τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο στην παραβολή $y^2 = 4x$ και μια κορυφή του είναι το $O(0,0)$. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.
- 18) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2px$ και μια μεταβλητή χορδή της AB . Αν A', B' είναι οι προβολές των A, B στη διευθετούσα αντίστοιχα και M το μέσο του $A'B'$, να δείξετε ότι η ευθεία η κάθετη στην AB από το M , διέρχεται από σταθερό σημείο.
- 19) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2px$ και M ένα οποιοδήποτε σημείο της. Να δείξετε ότι ο κύκλος με διάμετρο το τμήμα EM εφάπτεται στο άξονα $y'y$. (E είναι η εστία της παραβολής).
- 20) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 2px$ και μια χορδή της AB . Από το μέσο M της AB φέρνουμε παράλληλη ευθεία στον άξονα της παραβολής που τέμνει την παραβολή στο P . Να δείξετε ότι η εφαπτόμενη της παραβολής στο P είναι παράλληλη στην AB .
- 21) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4px$.
- α) Να δείξετε ότι τα σημεία $A(p\alpha^2, 2p\alpha)$ και $B(p\beta^2, 2p\beta)$ ανήκουν στην παραβολή.
- β) Να δείξετε ότι οι ημιευθείες OA και OB , (O η αρχή των αξόνων) σχηματίζουν ορθή γωνία αν και μόνο αν $\alpha \cdot \beta = -4$ (1)