



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΑΡΑΒΟΛΗ »

- 1) Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής με κορυφή την αρχή των αξόνων, στις παρακάτω περιπτώσεις :
 - α. Είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $O\psi$ και διέρχεται από το σημείο $K(2, 2)$.
 - β. Έχει εστία $E(-2, 0)$ και διευθετούσα $\delta : x - 2 = 0$.
 - γ. Έχει άξονα συμμετρίας τον $O\chi$ και εφάπτεται της ευθείας $y = 4x + 1$.
- 2) Να αποδείξετε ότι η ευθεία $x + y = -1$ και η παραβολή $y^2 = 2x$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.
- 3) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $C : y^2 = 3x$ που είναι παράλληλη στην ευθεία $\delta : 2x - y + 2024 = 0$.
- 4) Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της παραβολής $C : y^2 = 8x$ οι οποίες διέρχονται από το σημείο $A(-2, 3)$ και να αποδείξετε ότι είναι κάθετες μεταξύ τους.
- 5) Για την παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4x$ να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων που διέρχονται από το σημείο $K(-1, 0)$.
- 6) Δίνεται η παραβολή $C : y^2 = 2px$. Να αποδείξετε ότι το σημείο $M(x_1, y_1)$ όπου $x_1 = kx$ και $y_1 = ky$ με $k \neq 0$, κινείται σε παραβολή.
- 7) Δίνεται η παραβολή $C : 2y^2 = x$.
 - α. Να βρεθούν η εστία και διευθετούσα της. β. Να βρεθεί η απόσταση του σημείου της $A(2, 1)$ από την εστία E και να συγκριθεί με την απόσταση OE , όπου O η αρχή των αξόνων.
- 8) Να βρεθεί σημείο στην παραβολή $C : y^2 = 2px$, που να απέχει από την εστία E απόσταση διπλάσια της OE , όπου O η αρχή των αξόνων.
- 9) Δίνεται ο κύκλος $C_1 : x^2 + y^2 = 2$ και η παραβολή $C_2 : y^2 = 8x$.
 - α. Να βρεθούν οι κοινές εφαπτόμενες του κύκλου και της παραβολής.
 - β. Να αποδείξετε ότι οι εφαπτόμενες αυτές είναι κάθετες.
- 10) Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της παραβολής $C : 6x = y^2$ οι οποίες άγονται από το σημείο $A(0, 1)$.
- 11) Δίνεται ο κύκλος $C_1 : x^2 + (y - 2)^2 = 3$ και η παραβολή $C_2 : x^2 = 2y$. Να βρείτε τα κοινά τους σημεία.
- 12) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $C : y^2 = 4x$ η οποία είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon : y = -2x + 1$.



- 13) Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = 8x$ και το σημείο $A(3, 1)$. Να βρείτε την εξίσωση της χορδής $ΚΛ$ της παραβολής η οποία διέρχεται από το A , έτσι ώστε $AK = AL$.
- 14) Αν $K, Λ$ είναι δύο σημεία της παραβολής $C: y^2 = 2x$ διαφορετικά της κορυφής της O ώστε το τρίγωνο $OKΛ$ να είναι ορθογώνιο στο O και να έχει εμβαδόν 4 τ. μ. να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OK}, \overrightarrow{OL}$.
- 15) Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = 16x$.
- α. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ που διέρχεται από την εστία της και είναι παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση $4x + 3y + 2024 = 0$.
- β. Αν η ευθεία ϵ τέμνει την παραβολή στα σημεία A και B να βρείτε τις συντεταγμένες τους.
- γ. Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία A και B τέμνονται κάθετα και ότι το σημείο τομής τους ανήκει στην διευθετούσα της παραβολής.
- 16) Δίνεται η παραβολή $C: y^2 = 6x$ και η ευθεία $\epsilon: y = 3x + 10$. Να αποδείξετε ότι όλα τα μέσα των χορδών της που είναι παράλληλες προς την ϵ βρίσκονται σε μία σταθερή ευθεία.
- 17) Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με το μήκος της χορδής που ορίζεται από την παραβολή $C: y^2 = 6x$ και την ευθεία $\epsilon: y = 2x - 3$.
- 18) Δίνεται η παραβολή $C: x^2 = 8y$.
- α. Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής που άγονται από το σημείο $A(-3, -2)$ είναι κάθετες.
- β. Αν $B, Γ$ τα σημεία επαφής των εφαπτόμενων του προηγούμενου ερωτήματος, να βρείτε την εξίσωση της $BΓ$.
- γ. Να δείξετε ότι η $BΓ$ διέρχεται από την εστία της παραβολής.
- 19) Δίνεται η παραβολή $C: x^2 = 2y$. Η εφαπτόμενη σε σημείο A της παραβολής τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο M και τον $y'y$ στο σημείο B . Να δείξετε ότι η EM είναι διάμεσος του τριγώνου AEB , όπου E η εστία της παραβολής.
- 20) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 3x$ και δύο σημεία της $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$ τέτοια ώστε $\hat{BOA} = 90^\circ$. Να δείξετε ότι :
- α) $x_1 x_2 = 9$ και $y_1 y_2 = -9$
- β) η ευθεία AB διέρχεται από σταθερό σημείο του άξονα $x'x$
- γ) Οι εφαπτόμενες της παραβολής στα A, B τέμνονται σε σημείο M το οποίο κινείται σε σταθερή ευθεία.