



## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

## ΕΝΟΤΗΤΑ: «Εύρεση εξίσωσης κύκλου»

## Εργασία 1η

- Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου στις παρακάτω περιπτώσεις :  
α) με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με 6      β) με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα ίση με 4  
γ) με κέντρο  $K(4, 6)$  και ακτίνα 2      δ) με κέντρο  $K(2, -3)$  και ακτίνα 4  
ε) με κέντρο  $K(2, 0)$  και ακτίνα 5      ζ) με κέντρο  $K(-5, 0)$  και ακτίνα 7
- Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα των παρακάτω κύκλων :  
α)  $x^2 + y^2 = 25$       β)  $x^2 + y^2 = 49$       γ)  $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 16$       δ)  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$   
ε)  $x^2 + (y + 1)^2 = 4$       ζ)  $(x - 2)^2 + y^2 = 9$
- Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και  
α) διέρχεται από το σημείο  $M(-6, 8)$       β) εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon : 2x - y + 5 = 0$
- Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και  
α) διέρχεται από το σημείο  $M(-1, 2)$       β) εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon : 3x - 4y + 15 = 0$
- α) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(-2, 3)$  και διέρχεται από το σημείο  $A(1, 7)$   
β) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(-1, 0)$  και διέρχεται από το σημείο  $A(-2, -1)$   
γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(-4, 1)$  και εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon : 3x - 4y + 1 = 0$   
δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(0, -3)$  και εφάπτεται στην ευθεία  $\varepsilon : 5x - 12y - 10 = 0$   
ε) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που είναι ομόκεντρος του κύκλου  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$  και εφάπτεται της ευθείας  $\varepsilon : 3x - 4y + 4 = 0$

## Εργασία 2η

- α) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το τμήμα  $AB$  με  $A(-2, -1)$  και  $B(6, 3)$   
β) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το τμήμα  $AB$  με  $A(-1, 3)$  και  $B(5, 1)$   
γ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο το τμήμα  $AB$  με  $A(5, -1)$  και  $B(-1, 7)$   
δ) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου με κέντρο  $K(5, -3)$  και εφάπτεται στον : α) άξονα  $x'x$     β) άξονα  $y'y$
- Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου όταν :  
α) έχει κέντρο  $K(1, -3)$  και εφάπτεται στον άξονα  $x'x$   
β) εφάπτεται στον άξονα  $y'y$  στο σημείο  $A(0, 3)$  και το κέντρο του βρίσκεται στην ευθεία  $\varepsilon : y = 2x$
- Δίνονται τα σημεία  $A(-3, 2)$ ,  $B(6, -4)$  και  $\Gamma(-5, -1)$   
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο στο  $A$   
β) Να βρείτε την εξίσωση του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $AB\Gamma$
- Να βρείτε την εξίσωση της χορδής του κύκλου  $x^2 + y^2 = 100$  που έχει μέσο το σημείο  $M(-3, 1)$  και στη συνέχεια το μήκος της παραπάνω χορδής.

**Εργασία 3 η**

1. Να δείξετε ότι οι παρακάτω εξισώσεις παριστάνουν κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα τους.  
α)  $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 22 = 0$     β)  $x^2 + y^2 + 6x + 8 = 0$     γ)  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 1 = 0$
2. Να δείξετε ότι οι παρακάτω εξισώσεις παριστάνουν κύκλο και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα τους.  
α)  $x(x - 1) + (y + 1)(y - 3) = 0$     β)  $(2x - 1)^2 + (2y + 3)^2 = 4$
3. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει διάμετρο τη διάκεντρο των κύκλων  $C_1: 4x^2 + 4y^2 = 1$  και  $C_2: (x - 1)(x + 3) + y(y - 2) = 0$
4. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία  $\Delta(1, 1)$ ,  $E(0, 2)$  και  $Z(-1, 1)$  και να αποδείξετε ότι ο κύκλος αυτός εφάπτεται στον άξονα  $x'$
5. Να αποδείξετε ότι καθένας από τους κύκλους  $C_1: x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ ,  $C_2: x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$  διέρχεται από το κέντρο του άλλου.
6. Να βρεθεί η εξίσωση ενός κύκλου που είναι ομόκεντρος με τον  $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$  και:  
α) έχει διπλάσια ακτίνα από αυτόν    β) εφάπτεται της ευθείας  $y = -x + 1$   
γ) διέρχεται από το σημείο  $A(3, 4)$
7. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  (1)  
α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα  
β) Να βρείτε την ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται η διάμετρος του προηγούμενου κύκλου που είναι κάθετη στην  $\zeta: 2x + y + 2020 = 0$   
γ) Να βρείτε τα άκρα της παραπάνω διαμέτρου

**Εργασία 4 η**

1. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 - 2\lambda x + 2\lambda y - 1 = 0$  (1)  
α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η (1) να παριστάνει κύκλο  
β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που ορίζονται από την (1)
2. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + \lambda x + (\lambda + 2)y + \lambda - 1 = 0$  (1)  
α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$   
β) Να βρείτε για ποια τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  το κέντρο του κύκλου της (1) ανήκει στην ευθεία  $\varepsilon: 2x - 5y - 8 = 0$   
γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η ακτίνα του κύκλου της (1) είναι  $2\sqrt{5}$
3. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + (\lambda - 1)x + (3 - \lambda)y - 2\lambda - 1 = 0$  (1)  
α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$   
β) Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων της (1) για τις διάφορες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ανήκουν σε ευθεία  
γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ο κύκλος της (1) έχει ακτίνα ίση με 4
4. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + \lambda x + (2 - \lambda)y + \lambda + 7 = 0$  (1)  
α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε η (1) να παριστάνει κύκλο  
β) Έστω ότι η (1) παριστάνει κύκλο του οποίου το κέντρο  $K$  απέχει από την  $\varepsilon: 3x + 4y + 5 = 0$  απόσταση  $\frac{2}{5}$   
Να βρείτε το  $\lambda$ , καθώς και την εξίσωση του κύκλου  $C$  που είναι ομόκεντρος με τον κύκλο της εξίσωσης (1) και διέρχεται από το σημείο  $A(-5, 2)$