

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ****ΕΝΟΤΗΤΑ: «Σχετικές Θέσεις Κύκλων - Ευθειών - Σημείων - Γεωμετρικοί τόποι - Μέγιστο και Ελάχιστο στον κύκλο»****Εργασία 1η**

1. Να βρείτε τη σχετική θέση του κύκλου $C: x^2 + y^2 = 4$ ως προς:
α) το σημείο $M(1, 3)$ β) την ευθεία $\varepsilon: 3x + 4y - 5 = 0$ γ) τον κύκλο $C_1: (x - 3)^2 + y^2 = 1$
2. Να βρείτε τη σχετική θέση του κύκλου $C: x^2 + y^2 - 4y = 0$ ως προς τα σημεία $A(\sqrt{3}, 3), B(1, 3), \Gamma(2, 1)$
3. Να βρείτε τη σχετική θέση του κύκλου $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$ ως προς τις ευθείες:
α) $\varepsilon: 3x - 4y + 3 = 0$ β) $\delta: 3x - 4y + 1 = 0$ γ) $\zeta: 3x - 4y + 2 = 0$
4. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ και $C_2: x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$
α) Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες των δύο κύκλων
β) Να δείξετε ότι οι δύο κύκλοι τέμνονται
γ) Να βρείτε την κοινή χορδή των δύο κύκλων
5. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 6y - 6 = 0$ και $C_2: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$
α) Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες των δύο κύκλων
β) Να δείξετε ότι οι δύο κύκλοι τέμνονται
γ) Να βρείτε την κοινή χορδή των δύο κύκλων
6. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ και $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$
α) Να βρείτε τα κέντρα και τις ακτίνες των δύο κύκλων
β) Να δείξετε ότι οι δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά
γ) Να βρείτε το σημείο επαφής των δύο κύκλων
δ) Να βρείτε την εξίσωση της κοινής εσωτερικής εφαπτομένης των δύο κύκλων

Εργασία 2η

1. Δίνονται τα σημεία $M(1 + 3\eta\mu\theta, 3\sigma\upsilon\nu\theta + 2)$ με $\theta \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M .
2. Δίνονται τα σημεία $M(1 + 2\sigma\upsilon\nu\theta, 3 - 2\eta\mu\theta)$ με $\theta \in \mathbb{R}$. Να βρείτε που κινούνται τα σημεία M .
3. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των κύκλων $C: x^2 + y^2 + (4\lambda + 8)x - (12\lambda - 28)y - 15 = 0$
4. Δίνονται τα σημεία $A(1, 2)$ και $B(3, 2)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $|\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MB}|^2 = 4$
5. Δίνονται τα σημεία $A(4, -1)$ και $B(-2, 7)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου, για τα οποία το τρίγωνο AMB είναι ορθογώνιο στο M .
6. Δίνονται τα σημεία $A(-2, 0)$ και $B(2, 0)$. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων M του επιπέδου για τα οποία ισχύει: $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = 3 \cdot \overline{AM} \cdot \overline{BM}$
7. Δίνονται τα σημεία $A(x, y), B(3, 2)$ και $\Gamma(1, 0)$. Αν τα σημεία αυτά σχηματίζουν ορθογώνιο τρίγωνο με υποτείνουσα τη $B\Gamma$, τότε:
α) να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε κύκλο
β) να βρείτε το A ώστε το τρίγωνο $AB\Gamma$ να είναι ισοσκελές

**Εργασία 3η**

1. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να απέχουν δύο σημεία του κύκλου C
 - γ) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση που απέχει το σημείο $A(1, 2)$ από ένα σημείο του κύκλου C
2. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να απέχουν δύο σημεία του κύκλου C
 - γ) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση που απέχει η αρχή των αξόνων από ένα σημείο του κύκλου C
3. Δίνεται ο κύκλος $C: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$. Να βρείτε :
 - α) τη μέγιστη απόσταση που μπορούν να απέχουν δύο σημεία του κύκλου C
 - β) τη σχετική θέση του σημείου $A(1, 2)$ ως προς τον κύκλο C και μετά τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση του σημείου A από ένα σημείο του κύκλου C
 - γ) τη σχετική θέση της ευθείας $\varepsilon: 3x + 4y + 18 = 0$ ως προς τον κύκλο C και μετά τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του κύκλου C από την ευθεία (ε)
4. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x + 4y - 10 = 0$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) τη σχετική θέση της ευθείας (ε) ως προς τον κύκλο C
 - γ) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του κύκλου C από την ευθεία (ε)

Εργασία 4η

1. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 = 1$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x + 4y - 25 = 0$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) τη σχετική θέση της ευθείας (ε) ως προς τον κύκλο C
 - γ) την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του κύκλου C από την ευθεία (ε)
2. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ και η ευθεία $\varepsilon: y = -x$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) τη σχετική θέση της ευθείας (ε) ως προς τον κύκλο C
 - γ) την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του κύκλου C από την ευθεία (ε)
3. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 = 4$ και $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$. Να βρείτε :
 - α) τη σχετική θέση των δύο κύκλων
 - β) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του C_1 από ένα σημείο του C_2
4. Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 + 2y = 8$ και $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$. Να βρείτε :
 - α) τη σχετική θέση των δύο κύκλων
 - β) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του C_1 από ένα σημείο του C_2
5. Δίνεται ο κύκλος $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ καθώς και τα σημεία $A(-7, 9)$ και $B(9, -3)$. Να βρείτε :
 - α) το κέντρο K και την ακτίνα του κύκλου C
 - β) το εμβαδόν του τριγώνου KAB
 - γ) την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από τα σημεία A και B
 - δ) τη μέγιστη και την ελάχιστη απόσταση ενός σημείου του κύκλου C από την ευθεία (ε)