



## ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

### ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΓΕΝΙΚΗ ΜΟΡΦΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΚΥΚΛΟΥ»

**ΕΡΓΑΣΙΑ 1<sup>η</sup>:** Έστω η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$

- Δείξτε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο. Να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του.
- Δείξτε ότι το σημείο P (2,1) ανήκει σ' αυτόν τον κύκλο.
- Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) του κύκλου στο σημείο του P.
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΚΡΑ όπου Κ το κέντρο του κύκλου και Α το σημείο που η εφαπτομένη (ε) τέμνει τον άξονα  $x'$ .

**ΕΡΓΑΣΙΑ 2<sup>η</sup>:** Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 + 3\lambda x + 2\lambda y + 13 = 0$  (1)

- Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο.
- Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$ , αν είναι γνωστό ότι η ακτίνα του παραπάνω κύκλου είναι ίση με 13.
- Να βρεθεί και να σχεδιαστεί ο γεωμετρικός τόπος των κέντρων των παραπάνω κύκλων.

**ΕΡΓΑΣΙΑ 3<sup>η</sup>:**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + \psi^2 - 2\lambda x - 2(\lambda - 1)\psi + (\lambda - 1)^2 = 0$  (1)

- Δείξτε ότι αν  $\lambda \neq 0$ , η (1) παριστάνει έναν κύκλο  $C_\lambda$  του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα
- Να βρείτε τους κύκλους  $C_\lambda$  οι οποίοι εφάπτονται στην ευθεία:  $3x + 4\psi - 8 = 0$

**ΕΡΓΑΣΙΑ 4<sup>η</sup>:** Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

- Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο  $C$  του οποίου να προσδιορίσετε το κέντρο Κ και την ακτίνα ρ.
- Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου  $C$  στο σημείο του Α (4, 0) και το σημείο τομής Β της εφαπτομένης αυτής με τον άξονα  $y'y'$

**ΕΡΓΑΣΙΑ 5<sup>η</sup>:** Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + \psi^2 - 4x + 2\psi + 3 = 0$  και το σημείο Μ(2,1)

- να δείξετε ότι η εξίσωση αυτή παριστάνει κύκλο με κέντρο Κ(2, -1) και ακτίνα  $\rho = 2$
- να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων του κύκλου που διέρχονται από το Μ(2,1)



**ΕΡΓΑΣΙΑ 6<sup>η</sup>:** Δίνεται ο κύκλος (c):  $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ .

- α) Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.
- β) Να δείξετε ότι ο κύκλος εφάπτεται του άξονα  $x'x$ .
- γ) Να βρείτε το συμμετρικό του κέντρου του κύκλου ως προς την ευθεία  $y=x$ .

**ΕΡΓΑΣΙΑ 7<sup>η</sup>:** Δίνεται κύκλος c :  $x^2+y^2-2x-3=0$

- α) Να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του κύκλου
- β) Να αποδείξετε ότι το σημείο A (  $2\mu+1$  ,  $2\sigma$  ) είναι σημείο του κύκλου c
- γ) Να υπολογίσετε την εφαπτομένη ε του κύκλου c στο σημείο A.

**ΕΡΓΑΣΙΑ 8<sup>η</sup>:** Θεωρούμε την εξίσωση  $x^2+y^2-4\mu x-2\mu y+\frac{9\mu^2}{2}-\mu-21=0$  με  $\mu \neq -1$

- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε  $\mu \neq -1$
- β) Να βρείτε την ακτίνα και το κέντρο των κύκλων
- γ) Να αποδείξετε ότι οι κύκλοι εφάπτονται στην ευθεία ε:  $x-7y-5=0$

**ΕΡΓΑΣΙΑ 9<sup>η</sup>:** Δίνεται η εξίσωση  $(2x-3)^2+4y^2=8\lambda^2$  (1) με  $\lambda \neq 0$

- α) Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \neq 0$
- β) Για  $\lambda = \sqrt{2}$  να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου (που ορίζεται από την (1) ), οι οποίες είναι παράλληλες στην ευθεία  $4x-3y+2018=0$

**ΕΡΓΑΣΙΑ 10<sup>η</sup>:** Δίνεται η εξίσωση (1) :  $x^2+y^2-5+\lambda(x+y-1)=0$

- α) Για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει κύκλο.
- β) Να βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας  $x+y-1=0$  και του κύκλου  $x^2+y^2=5$ , και να βρείτε την κοινή χορδή των κύκλων της εξίσωσης (1).
- γ) Να αποδείξετε ότι τα κέντρα των κύκλων της εξίσωσης (1) βρίσκονται σε σταθερή ευθεία την οποία να προσδιορίσετε.
- δ) Να βρείτε τον  $\lambda$  ώστε ο κύκλος της εξίσωσης (1) να εφάπτεται της ευθείας (η):  $x+y+5=0$ .