



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΕΛΛΕΙΨΗ»

1. Να βρείτε τις κορυφές, τα μήκη του μικρού και του μεγάλου άξονα, τις εστίες και την εκκεντρότητα καθεμιάς από τις παρακάτω ελλείψεις:

α) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, β) $16x^2 + 25y^2 = 400$, γ) $25x^2 + 4y^2 = 1$

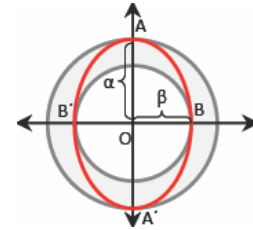
2. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει εστίες $E'(-3,0)$, $E(3,0)$ και μικρό άξονα ίσο με 8.

(απ. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$)

3. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει εστίες $E'(-2,0)$, $E(2,0)$ και εκκεντρότητα $1/2$.

(απ. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$)

4. Μια έλλειψη έχει κέντρο την αρχή O των αξόνων και τις εστίες της βρίσκονται πάνω στον άξονα $y'y$. Να βρεθεί η εξίσωσή της αν η εκκεντρότητα είναι $1/3$ και το εμβαδόν του κυκλικού δακτυλίου που σχηματίζεται από τον περιγεγραμμένο και τον εγγεγραμμένο κύκλο της έλλειψης είναι 4π .



(απ. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{36} = 1$)

5. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει που οι εστίες της βρίσκονται στον $y'y$ και διέρχεται από τα σημεία $K(1,-1)$ και $\Lambda(1/2, 2)$.

(απ. $\frac{4x^2}{5} + \frac{y^2}{5} = 1$)

6. Να δείξετε ότι το σημείο $M(3,4)$ είναι εξωτερικό σημείο της έλλειψης (c) : $9x^2 + 16y^2 = 25$.

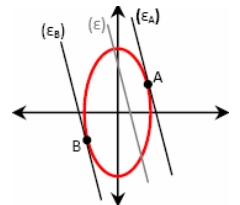
7. Δίνεται η έλλειψη (c) : $x^2 + 4y^2 = 12$ και η ευθεία (ε) : $x + 2y = 2$. Να δείξετε ότι η (ε) τέμνει την (c) σε δύο σημεία A, B και να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου του AB.

(απ. $y = 2x + 1$)

8. Να δείξετε ότι εφαπτόμενες της έλλειψης (c) : $\frac{x^2}{50} + \frac{y^2}{8} = 1$ στα κοινά σημεία της με την ευθεία (ε) : $2x - 5y = 0$ είναι παράλληλες μεταξύ τους.

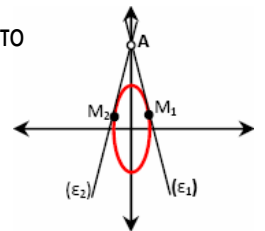
9. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης (c) : $4x^2 + y^2 = 20$ που είναι παράλληλες στην ευθεία (ε) : $4x + y = 4$.

(απ. $\epsilon_1 : y = -4x + 10$, $\epsilon_2 : y = -4x - 10$)



10. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης (c) : $4x^2 + y^2 = 20$ που διέρχονται από το σημείο $A(0,10)$.

(απ. $\epsilon_1 : y = -4x + 10$, $\epsilon_2 : y = 4x + 10$)

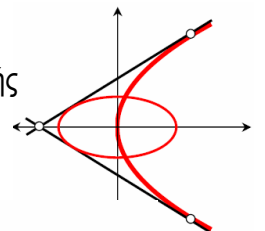


11. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει εστίες $E'(-3,0)$, $E(3,0)$ και εφάπτεται της ευθείας (ε) : $x + y - 5 = 0$.

(απ. $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$)

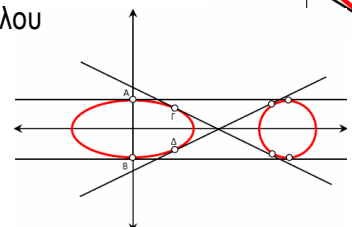
12. Να βρεθεί η εξίσωση της κοινής εφαπτομένης της έλλειψης $(C_1) : x^2 + 2y^2 = 4$ και της παραβολής $(C_2) : y^2 = 4\sqrt{6}x$.

(απ. $\epsilon_1 : y = x + \sqrt{6}$, $\epsilon_2 : y = -x - \sqrt{6}$)



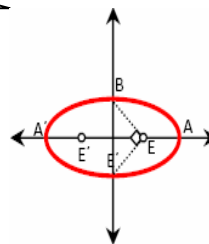
13. Να βρείτε τις κοινές εφαπτόμενες της έλλειψης $(C_1) : x^2 + 13y^2 = 13$ και του κύκλου $(C_2) : x^2 + y^2 - 12x + 35 = 0$.

(απ. $\epsilon_1 : x + \sqrt{3}y = 4$, $\epsilon_2 : x - \sqrt{3}y = 4$)





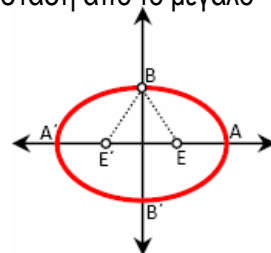
14. Να υπολογίσετε την εκκεντρότητα της έλλειψης $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ στο διπλανό σχήμα.



15. Να βρεθεί σημείο M της έλλειψης $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ ώστε η γωνία OMA να είναι ορθή (A κορυφή του άξονα AA=2a).

16. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. Να βρείτε τα σημεία της έλλειψης των οποίων η απόσταση από το μεγάλο άξονά της είναι ίση με 3.

17. Στο διπλανό σχήμα τα σημεία E', E είναι οι εστίες της έλλειψης $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Αν το τρίγωνο E'BE είναι ισόπλευρο να βρείτε την εκκεντρότητα της έλλειψης.



18. Δίνεται η έλλειψη (C): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ και η ευθεία (ε): $y = 2x + 1$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου της χορδής AB που ορίζεται από την ευθεία και την έλλειψη.

19. Να βρεθεί η εξίσωση της χορδής της έλλειψης (C): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$, η οποία έχει μέσο το σημείο M(2,1).

20. Να βρείτε την εφαπτομένη της έλλειψης (C): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$, στο σημείο που έχει τετμημένη 1 και θετική τεταγμένη.

21. Δίνεται η έλλειψη (C): $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ και η ευθεία (ε): $y = 3 - x$. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες της έλλειψης (c) στα σημεία τομής της με την ευθεία (ε).

22. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης (C): $4x^2 + 25y^2 = 100$, η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία (ε): $2x - 3y = 1$.

23. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης (C): $2x^2 + 3y^2 = 24$, η οποία είναι κάθετη στην ευθεία (ε): $-x - 2y + 5 = 0$.

24. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης (C): $x^2 + 3y^2 = 3$, η οποία σχηματίζει με τους άξονες Ox και Oy ισοσκελές τρίγωνο.

25. Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης που έχει εστίες τα σημεία E'(-2,0), E(2,0) και εφάπτεται της ευθείας (ε): $y = x + 4$.

26. Δίνεται η έλλειψη (C): $x^2 + 4y^2 = 4$, και το σημείο Σ(0,2). Η ευθεία (ε): $\sqrt{3}x - 2y + 4 = 0$ διέρχεται από το Σ και τέμνει τις εφαπτόμενες της (C) στα άκρα του μεγάλου άξονα στα σημεία M και M'.

α) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου (c') με διάμετρο MM'.

β) Να εξετάσετε αν ο κύκλος (c') διέρχεται από τις εστίες της έλλειψης.