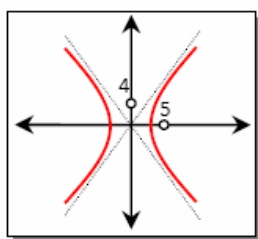




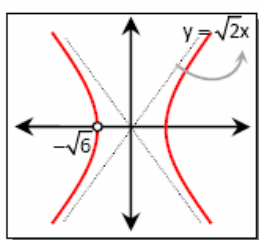
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΥΠΕΡΒΟΛΗ»

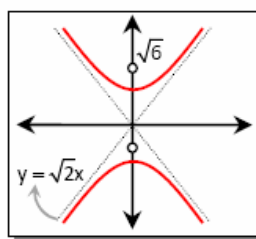
1. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που έχει τις εστίες της στον άξονα $x'x$ και
 - α) Έχει εστιακή απόσταση $(EE') = 6$ και εκκεντρότητα $\epsilon = 3/2$
 - β) Έχει εστιακή απόσταση $(EE') = 20$ και εξισώσεις ασύμπτωτων $(\epsilon_1): y = \frac{4}{3}x$ και $(\epsilon_2): y = -\frac{4}{3}x$
 - γ) Έχει εστιακή απόσταση $(EE') = 4$ και εξισώσεις ασύμπτωτων τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων.
2. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:
 - α) Όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(-12,0)$, $E(12,0)$ και η απόσταση των κορυφών είναι 16.
 - β) Όταν έχει εστίες τα σημεία $E'(-5,0)$, $E(5,0)$ και εκκεντρότητα $\epsilon = 5/3$.
3. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής όταν έχει κέντρο το $O(0,0)$, τις εστίες της στον άξονα $x'x$ και διέρχεται από τα σημεία $M(3,2)$ και $N\left(-\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}\right)$. Να προσδιορίσετε την εκκεντρότητα και να γράψετε τις εξισώσεις των ασύμπτωτων της υπερβολής.
4. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής, με τις εστίες στον άξονα $y'y$, όταν διέρχεται από το σημείο $M(4, \sqrt{2})$ και έχει ασύμπτωτες τις ευθείες με εξισώσεις: $(\epsilon_1): y = \frac{1}{4}x$ και $(\epsilon_2): y = -\frac{1}{4}x$
5. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής που οι εστίες της βρίσκονται στον άξονα $x'x$ και το κέντρο συμμετρίας της ταυτίζεται με την αρχή των αξόνων, αν είναι $\epsilon = 2$ και οι εστίες της συμπίπτουν με τις εστίες της έλλειψης $(c): 9x^2 + 225y^2 = 225$.
6. Να βρεθεί η εξίσωση της ισοσκελούς υπερβολής που έχει τις ίδιες εστίες με την έλλειψη: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
7. Να βρεθεί η εξίσωση των παρακάτω σχεδιασμένων υπερβολών:



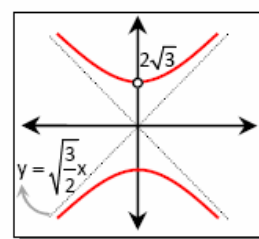
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4

8. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής με κέντρο την αρχή των αξόνων, μεγάλο άξονα στον $y'y$, εκκεντρότητα $\epsilon = 2\sqrt{3}$ και με μήκος χορδής που διέρχεται από μια εστία και είναι κάθετη στο μεγάλο άξονα 18.
9. Να βρείτε τις εστίες, τις κορυφές, τις ασύμπτωτες, τις κορυφές του ορθογωνίου βάσης και την εκκεντρότητα σε καθεμία από τις παρακάτω υπερβολές:
 - α) $9x^2 - 16y^2 = 144$
 - β) $25x^2 - 16y^2 = 400$
 - γ) $x^2 - y^2 = 4$



10. Να βρείτε την εκκεντρότητα της υπερβολής (C): $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta > 0$ αν η οξεία γωνία που σχηματίζουν οι ασύμπτωτες είναι 60° .
11. Δίνεται η υπερβολή (C): $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta > 0$ Αν η εκκεντρότητα της υπερβολής είναι ίση με $\frac{2}{\sqrt{3}}$, να βρείτε μια από τις γωνίες των ασύμπτωτών της.
12. Να βρείτε την εκκεντρότητα της υπερβολής (C): $\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta > 0$ της οποίας η ασύμπτωτη (ϵ_1): $y = -\frac{\beta}{\alpha}x$ είναι κάθετη στο διάνυσμα: $\vec{w} = 5 \cdot \vec{i} + 13 \cdot \vec{j}$.
13. Δίνεται η υπερβολή (c) με εστίες: $E'(-\sqrt{20}, 0)$, $E(\sqrt{20}, 0)$ και εκκεντρότητα $e = \sqrt{5}$. Να βρείτε:
α) Την εξίσωση της υπερβολής (c) **β)** Τις κορυφές και τις ασύμπτωτες της υπερβολής (c)
γ) Το εμβαδόν του ορθογωνίου βάσης της υπερβολής (c)
14. Να βρεθούν οι εφαπτόμενες των παρακάτω υπερβολών στα αντίστοιχα σημεία:
α) $8x^2 - 6y^2 = 48$ στο $M(3,2)$ **β)** $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{18} = 1$ στο $N(3\sqrt{2}, 3)$
15. Να βρείτε την εφαπτόμενη της υπερβολής (C): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ σε σημείο της που ανήκει στο πρώτο τεταρτημόριο και έχει τετμημένη διπλάσια της τεταγμένης του.
16. Δίνεται η υπερβολή (C): $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$. Να βρείτε την εφαπτομένη της που είναι παράλληλη στην ευθεία (ϵ): $y = 2x + 10$.
17. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της υπερβολής (C): $y^2 - 9x^2 = 9$, που είναι κάθετες στην ευθεία (ϵ): $y + x + 2 = 0$.
18. Δίνεται η υπερβολή (C): $x^2 - y^2 = 4$. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της υπερβολής που διέρχονται από το σημείο $M(2, 2 + 2\sqrt{2})$.
19. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που έχει τις εστίες της στον άξονα $y'y$ και εφάπτεται στην ευθεία (ϵ): $y = x + 2$ στο σημείο $M(2,4)$.
20. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής που έχει εστίες $E(6,0)$, $E'(-6,0)$ και εφάπτεται της ευθείας (ϵ): $2x - y - 8 = 0$.
21. Δίνεται η υπερβολή (c) με εστίες $E'(-3,0)$ και $E(3,0)$ στην οποία η απόσταση των κορυφών της είναι ίση με 4. Να βρείτε
α) Την εξίσωση της υπερβολής (c) **β)** Την εξίσωση της χορδής της (c) που έχει μέσο το σημείο $M(8,5)$.