

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ****ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΑΡΑΒΟΛΗ »**

1. Να βρεθούν η εστία και η διευθετούσα των παραβολών  
α)  $y^2 = 6x$  και β)  $x^2 = -8y$
2. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής με άξονα συμμετρίας των  $x'x$ , εστία  $E(7,0)$  και διευθετούσα την  $x = -7$
3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $y^2 = 8x$ , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία  $(\epsilon) : 2x - 6y + 5 = 0$
4. Δίνεται η παραβολή  $(c) : y^2 = -8x$  και η ευθεία  $(\epsilon) : 3x - 2y + 1 = 0$ 
  - i. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής που είναι κάθετη στην  $(\epsilon)$ .
  - ii. Να βρείτε το σημείο επαφής.
5. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας  $(\epsilon)$  που τέμνει κάθετα την παραβολή  $y^2 = 4x$  και την ευθεία  $(\delta) : 3x + 2y = -4$ . (Μια ευθεία τέμνει κάθετα μια καμπύλη, όταν τέμνει κάθετα την εφαπτόμενη της καμπύλης στο σημείο επαφής της)
6. Να υπολογιστεί η υποτείνουσα  $OB$  του ορθογωνίου τριγώνου  $OAB$  με  $A(1,2)$ , το οποίο είναι εγγεγραμμένο στην παραβολή  $(c) : y^2 = 2px$
7. Δίνεται η παραβολή  $(c) : y^2 = 64x$  και η ευθεία  $(\epsilon) : 4x + 3y + 40 = 0$ . Να βρεθεί σημείο  $M$  της παραβολής  $(c)$ , ώστε η απόσταση  $d(M, \epsilon)$  να είναι ελάχιστη.
8. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων, άξονα συμμετρίας τον  $x'x$  και εφάπτεται στην ευθεία  $(\epsilon) : 2x + y + 1 = 0$ .
9. Να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτόμενων της παραβολής  $(c) : y^2 = 4x$  που διέρχονται από το σημείο  $P(5, 6)$ .
10. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $(c) : y^2 = -24x$  της οποίας το τμήμα που περιέχεται μεταξύ των αξόνων έχει μήκος  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ .
11. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής  $(c) : y^2 = 8x$ , η οποία απέχει από την κορυφή της απόσταση  $d=3$ .
12. Αν  $M(x_0, y_0)$ ,  $y_0 > 0$ , είναι σημείο της παραβολής  $(c) : y^2 = 4x$  και  $MA$  κάθετη στη διευθετούσα, να βρεθεί το σημείο  $M$  ώστε το εμβαδόν του τριγώνου  $MAE$ , όπου  $E$  η εστία, να είναι  $\frac{5}{8}$  τ. μ



13. Δίνεται η παραβολή (c) :  $y^2 = 8x$  και το διάνυσμα  $\vec{w} = (3, -4)$ . Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των μέσων των χορδών της παραβολής που είναι παράλληλες με το διάνυσμα  $\vec{w}$ .
14. Δίνεται η παραβολή (c) :  $y^2 = 8x$  και το σημείο  $M(3,2)$ . Να βρεθεί η ευθεία που διέρχεται από το σημείο M και τέμνει την παραβολή στα σημεία A και β έτσι ώστε το M να είναι μέσο του AB.
15. Σ' ένα σημείο P της παραβολής (c) :  $y^2 = 2px$  φέρνουμε την εφαπτόμενή της η οποία τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο A. Να δείξετε ότι ο άξονας  $y'y$  διχοτομεί το τμήμα PA.
16. α) Να δείξετε ότι η προβολή της εστίας της παραβολής (c) :  $y^2 = 2px$  πάνω σε τυχαία εφαπτόμενή της βρίσκεται στον άξονα  $y'y$ .  
β) Να δείξετε ότι το συμμετρικό της εστίας E της παραβολής (c) :  $y^2 = 2px$  ως προς τυχαία εφαπτόμενή της βρίσκεται διευθετούσα της παραβολής.
17. Δίνεται η παραβολή C :  $x^2 = 8y$   
α) Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες της παραβολής που άγονται από το σημείο  $A(-3, -2)$  είναι κάθετες.  
β) Αν B, Γ τα σημεία τομής των εφαπτόμενων του προηγούμενου ερωτήματος, να βρείτε την εξίσωση της BΓ.  
γ) Να δείξετε ότι η BΓ διέρχεται από την εστία της παραβολής.
18. Δίνεται η παραβολή C :  $y^2 = 6x$ .  
α) Να βρείτε το σημείο M της C στο οποίο η εφαπτόμενή της να σχηματίζει με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.  
β) Να δείξετε ότι η κάθετη στην εφαπτόμενη στο M διχοτομεί τη γωνία που σχηματίζουν η EM και η παράλληλη από το M προς τον  $x'x$ , όπου E η εστία της παραβολής.
19. Δίνεται η παραβολή  $y^2 = 2px$  και ένα σημείο  $M(x_0, y_0)$  έξω από την παραβολή.  
α) Φέρνουμε τις εφαπτόμενες της παραβολής MA και MB. Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας AB είναι  $yy_0 = p(x + x_0)$  (πολική εξίσωση)  
β) Η ευθεία AB περνά από την εστία της παραβολής αν και μόνο αν το σημείο M βρίσκεται στην διευθετούσα της παραβολής.  
γ) Οι εφαπτόμενες MA και MB είναι κάθετες αν το σημείο M ανήκει στην διευθετούσα της παραβολής.
20. Δίνεται η παραβολή  $y^2 = 2px$  και η εστία της  $E\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ . Αν  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  είναι δύο διαφορετικά σημεία της παραβολής και η AB περνά από την εστία E, να δείξετε ότι  $y_1 \cdot y_2 = -p^2$ .
21. Έστω AB μια χορδή της παραβολής (c) :  $y^2 = 2px$ . Φέρνουμε τις εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία A και B που τέμνουν τον άξονα  $y'y$  στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Αν M το μέσο του τμήματος ΓΔ, να δείξετε ότι  $ME \perp AB$ , όπου E είναι η εστία της παραβολής