

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ 6****ΕΝΟΤΗΤΑ : «Επαναληπτικό Θέμα»****Εργασία**

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει

$$(e-1)f(x) = xe^{x^2} \int_0^1 f(t) dt + 2e - 2.$$

α) Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{4xe^{x^2}}{e-1} + 2$

β) Να εξετάσετε την f ως προς την μονοτονία, την κυρτότητα και τα σημεία καμπής.

γ) Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικός πραγματικός αριθμός θ , τέτοιος ώστε $f(\theta) = 0$

δ) Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της f .

ε) i) Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται

Αν η f^{-1} είναι παραγωγίσιμη :

ii) να βρείτε την εφαπτομένη της στο σημείο $A(2, f^{-1}(2))$.

iii) να βρείτε το εμβαδόν που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της f^{-1} και τις ευθείες $x=2$, $x = \frac{6e-2}{e-1}$

στ) Να δείξετε ότι αν E το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση

της συνάρτησης $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ και τις ευθείες $x=1, x=2$, τότε $\frac{5e-1}{e-1} < E < \frac{4e^4 + 2e - 2}{e-1}$.

Αν F αρχική της f με $F(0)=0$:

ζ) να δείξετε ότι $f(2017) < F(2018) - F(2017) < f(2018)$.

η) Να αποδείξετε ότι $\int_0^1 xf(x) dx > \int_0^1 F(x) dx$



Εργασία

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$ με $x > 0$.

α) Να δείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα.

β) Να βρεθεί το σύνολο τιμών της f και να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό $x_0 \in (0,1)$ ώστε $x_0^3 + x_0 + \ln x_0 = 0$.

γ) Να βρεθούν οι ασύμπτωτες της C_f .

δ) Να δείξετε ότι η C_f έχει μοναδικό σημείο καμπής.

ε) Να γίνει πρόχειρα η γραφική παράσταση της f .

στ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου Ω που περικλείεται ανάμεσα στην C_f τον άξονα x και τις ευθείες $x = 1$ και $x = 2$.

καλή ενασχόληση!!!