



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : ΟΡΙΟ ΑΡΡΗΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $x_0 \in \mathbb{R}$ (ΜΟΡΦΗΣ $\frac{0}{0}$)

Εργασία 1^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\ell_1 = \ell \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}, \quad \ell_2 = \ell \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9 - x}, \quad \ell_3 = \ell \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}, \quad \ell_4 = \ell \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{3 - \sqrt{3x}}.$$

$$\ell_5 = \ell \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x + 4}, \quad \ell_6 = \ell \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{1 - \sqrt{5 - x}}, \quad \ell_7 = \ell \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{x + 1} - 3}{\sqrt{x + 8} - 4}.$$

$$\ell_8 = \ell \lim_{x \rightarrow 1} \left[(x - 1) \cdot \sqrt{\frac{x}{x^2 - 1}} \right], \quad \ell_9 = \ell \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x - 2} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}}{\sqrt{x^2 - 4}}.$$

$$\ell_{10} = \ell \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 + 2x}}, \quad \ell_{11} = \ell \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}}, \quad \ell_{12} = \ell \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}.$$

$$\ell_{13} = \ell \lim_{x \rightarrow -2} \frac{8(\sqrt{x + 6} - 2)}{x^2 + 2x}, \quad \ell_{14} = \ell \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{\sqrt{x^2 + x + 3} - 3}, \quad \ell_{15} = \ell \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5x - 4} - 4}{\sqrt{x} - 2}.$$

$$\ell_{16} = \ell \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}, \quad \ell_{17} = \ell \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{x^2 - 1}, \quad \ell_{18} = \ell \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - x - 1}{\sqrt{x + 2} - x}.$$

$$\ell_{19} = \ell \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} + 2x}{x + 1}, \quad \ell_{20} = \ell \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x + 5} - 3}{\sqrt{5 - x} - 1}.$$

Εργασία 2^η

Αποδείξτε ότι :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x + 1} - 2}{4x - 4} = \frac{3}{16}$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4x + 5} - 5}{25 - x^2} = \frac{-1}{25}$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1 - \sqrt{x - 2}}{x^2 - 9} = \frac{-1}{12}$$

$$\delta. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x + 6} - 3}{x - 3} = \frac{1}{6}$$

$$\epsilon. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49} = \frac{-1}{56}$$

$$\sigma\tau. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 8\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = 24$$

**Εργασία 3^η**

Αποδείξτε ότι :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 3$$

$$\beta. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x + 2\sqrt{x} - 8} = \frac{4}{3}$$

$$\gamma. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 2}{x - 1} = \frac{5}{6}$$

Εργασία 4^η

Να βρείτε τα όρια:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7+x} - \sqrt{3+x}}{x-1}$$

$$\text{iv)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+2x+5} + \sqrt{x^2+3} - x - 3}{\sqrt{2-x} - \sqrt[3]{x}}$$

Εργασία 5^ηΔίνεται η συνάρτηση f για την οποία ισχύει ότι: $f(x) = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+3} - 3}{x-1}$ Να βρεθούν: **α)** το πεδίο ορισμού της f , **β)** το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **Εργασία 6^η**

Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 7x + 6}{x\sqrt{x} - 7\sqrt{x} + 6}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1} - x + 1}{1 - \sqrt[3]{x-1}}$$

Εργασία 7^η

Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x-1} - 1}{\sqrt[3]{x+6} - 2}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x+5} + 1}{x^2 - 2x}$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - \sqrt[3]{x+3}}{x^2 - 5x}$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-5} + \sqrt{2x+5} - 2x}{x^2 - 4}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{3x+1} - \sqrt{1-2x}}{x^2 + x}$$

Εργασία 8^η

Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{8x} - \sqrt{x^2+32}}{x-2}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - \sqrt{5x+4} + \sqrt{x}}{x-1}$$