



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : ΟΡΙΟ ΡΗΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $x_0 \in \mathbb{R}$ (ΜΟΡΦΗΣ $\frac{0}{0}$)

Εργασία 1^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\eta\mu x}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\epsilon\phi 2x}{x}$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \sigma\phi 4x)$$

Εργασία 2^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 2x}{5x},$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2x}{5x^2},$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x^2 + 2x \sigma\upsilon\nu x}.$$

Εργασία 3^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x^2},$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x},$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\eta\mu x}.$$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \sigma\upsilon\nu x - \eta\mu 3x}{x + \eta\mu x}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\eta\mu^2 x}{\sqrt{x^2 + 4} - 2}$$

Εργασία 4^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 2x - \epsilon\phi x}{x},$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^2 x}{\sqrt{1 + \eta\mu x} - \sigma\upsilon\nu x},$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^2 x - \sigma\upsilon\nu^2 x + 1}{\sqrt{x^2 + 4} - 2}$$

Εργασία 5^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \eta\mu^2 x}{x \eta\mu x + \sqrt{x^2 + 4} - 2},$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu x}{x(\sqrt{x+4} - 2)},$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\sigma\upsilon\nu x}}{x^2}.$$

Εργασία 6^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\text{i)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{2\sigma\upsilon\nu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + 1}{2\sigma\upsilon\nu^2 x + \sigma\upsilon\nu x - 1},$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\eta\mu^2 x + \eta\mu x + 1}{2\eta\mu^2 x - 3\eta\mu x + 1},$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow -\frac{\pi}{4}} \frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x}$$

**Εργασία 7^η**

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3\eta\mu x - 7x}{x^2 + 5\eta\mu x + 4x},$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{\sqrt{1+4x} - 1},$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\varepsilon\varphi x} - \sqrt{1+\eta\mu x}}{x^3}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x - \varepsilon\varphi x}{\eta\mu^3 x},$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+\eta\mu x} - \sqrt[3]{1+\varepsilon\varphi x}}{\eta\mu^3 x},$

vi) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1+\eta\mu x} - \sqrt{1-\eta\mu x}}{\eta\mu^2 x}$

Εργασία 8^η

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3x^2+1)\eta\mu 5x}{x^3+2x},$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2(x-1)}{x^3 - 2x^2 + x},$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\eta\mu^2 x} - \frac{1}{1 - \sigma\upsilon\nu x} \right)$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\sigma\upsilon\nu x}}{\varepsilon\varphi^2 x},$

v) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\eta\mu \left(x - \frac{\pi}{3} \right)}{1 - 2\sigma\upsilon\nu x},$

Εργασία 9^η

Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \eta\mu x}{\sigma\varphi x},$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \sigma\varphi x (1 - \sigma\upsilon\nu x),$

iii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)},$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\eta\mu x}{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu x}},$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x}{\sqrt[3]{x+1} - 1},$

vi) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^3 x}{\sqrt[3]{x^3+8} - 2}.$

Εργασία 10^η

Να δείξετε ότι:

i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\eta\mu(x-3)}{x^2 - x - 6} = \frac{1}{5},$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu 2x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = 3,$

iii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x} - \varepsilon\varphi^2 x \right) = \frac{1}{2},$

iv) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu 4x} = \frac{-1}{2\sqrt{2}},$

v) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \varepsilon\varphi x}{1 - \sigma\varphi x} = -1,$

vi) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 4\eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu 3x} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$