



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : «Υπολογισμός ορίου μιας συνάρτησης, η οποία μέσα σε άλλο όριο με γνωστή τιμή».

Εργασία 1^η

α) Αν $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5 \cdot f(x) - 2}{x - 3} = 2019$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ β) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 5}{f(x) - 2} = 0$, να δείξετε ότι:
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -5$

Εργασία 2^η

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει ότι $\ell \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2x + 4}{x - 3} = 10$.
Να βρείτε τα όρια: α) $\ell \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$. β) $\ell \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 3x}$.

Εργασία 3^η

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $\ell \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = 4$.
Να βρείτε τα όρια: α) $\ell \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. β) $\ell \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 2f(x) - x \cdot f(x) + 2x}{(x - 2)(\sqrt{x + 2} - 2)}$.

Εργασία 4^η

Έστω οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $\ell \lim_{x \rightarrow 1} [x \cdot f(x) + g(x)] = 2$ και $\ell \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - x \cdot g(x)] = 4$.
Ναδειχθεί ότι υπάρχουν τα όρια $\ell \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ και $\ell \lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ και να υπολογισθούν.

Εργασία 5^η

Για τις συναρτήσεις f, g δίνεται ότι $\ell \lim_{x \rightarrow 0} [(\sqrt{x + 1} - 1) \cdot f(x)] = 4$ και $\ell \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{\sqrt{x + 4} - 2} = 1$
σε μια περιοχή του $x_0 = 0$.

α) Να βρεθεί το $\ell \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$. β) Να βρεθεί το $\ell \lim_{x \rightarrow 0} [f(x) \cdot g(x)]$.

Εργασία 6^η

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Αν $\ell \lim_{x \rightarrow 2} [-2f(x) + 3g(x)] = 2$ και $\ell \lim_{x \rightarrow 2} [5f(x) - 7g(x)] = -4$,
να βρείτε τα $\ell \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, $\ell \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$.

**Εργασία 7^η**

Δίνονται οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$, $\lim_{x \rightarrow 2} [g(x) \cdot (x^3 - 8)] = 4$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \cdot g(x)]$.

Εργασία 8^η

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = 4$.

Να βρείτε τα όρια: **α)** $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$. **β)** $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - 2f(x) - x \cdot f(x) + 2x}{(x-2)(\sqrt{x+2}-2)}$.

Εργασία 9^η

Θεωρούμε τις συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \alpha \in \mathbb{R}$, ενώ ισχύει και

$4f^3(x) + x \cdot f^2(x) - 2x^2 \cdot f(x) = 3x^3$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το α και το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Εργασία 10^η

Δίνονται συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για τις οποίες ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot (\sqrt{x^2 + 7} - 4)] = 6$ και $\lim_{x \rightarrow 3} [g(x) \cdot (2 - \sqrt{x+1})] = -2$. Να βρείτε, αν υπάρχει, το $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot g(x)]$.

Εργασία 11^η

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \eta \mu x}{\sqrt{x+1} - 1} = 6$. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. **β)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$. **γ)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot f(x) - \eta \mu^2 x}{\sqrt{x^2 + 4} - 2}$.

Εργασία 12^η

Αν, για την συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, είναι $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + x}{x - 1} = 2$, να βρείτε τα:

α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{x - 1}$. **β)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 1}{f^2(x) - x^2}$. **γ)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f(x) - 2}{\sqrt{f^2(x) + 3} - 2}$.