



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: «ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΠΑΡΞΗ ΟΡΙΟΥ ΣΤΟ $x_0 \in \mathbb{R}$ »**Εργασία 1^η**

Αν $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 + (5+2a^2)x + \beta - 1}{x - \frac{1}{2}} = 15$, να βρείτε τα $a, \beta \in \mathbb{R}$

Εργασία 2^η

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{ax^3 + 8x^2 + 3x - 2}{x^2 - \beta}$. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το $A(0, 1/2)$ και $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lambda$ να βρεθούν τα a, β και λ .

Εργασία 3^η

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \frac{x^2 - ax + \beta}{x - 3}$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.
Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$, να βρείτε τους αριθμούς a, β .

Εργασία 4^η

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} - \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \frac{ax^2 + \beta x - 2}{x^2 - x}$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$.
Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$, να βρείτε τους αριθμούς a, β .

Εργασία 5^η

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \frac{a\sqrt{1+x^2} - 1}{x^2}$ όπου $a \in \mathbb{R}$.
Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \beta \in \mathbb{R}$, να βρείτε τους αριθμούς a, β .

Εργασία 6^η

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} - \{-2, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \frac{(\lambda - 2)x^2 + \lambda x - 4}{x^2 - 4}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$.
Αν ισχύει $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \beta \in \mathbb{R}$, να βρείτε τους αριθμούς λ, β .

Εργασία 7^η

Να βρείτε τα $a, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \eta\mu(4x) + x}{\sqrt{x^4 + x^2}} = \beta$.

**Εργασία 8^η**

Έστω $f(x) = \frac{a^2x + 3a \cdot \eta\mu x}{x}$ και $g(x) = \frac{-2x^2 - 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x + 2x}{x^2}$. Να βρείτε το $a \in \mathbb{R}$, ώστε να είναι

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$$

Εργασία 9^η

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \frac{2ax^2 + 5\beta x - 6}{x - 3}$, όπου $a, \beta \in \mathbb{R}$, με

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 14$$

α) Να δείξετε ότι: για $x \neq 3$, είναι $18a + 15\beta = 6$. β) Να βρεθούν οι τιμές των a και β , για $x \neq 3$

Εργασία 10^η

Να βρείτε τα $a, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε να ισχύει: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu(3x) + a \cdot \sqrt{x+4} + \beta}{\eta\mu(5x)} = 1$

Εργασία 11^η

Αν $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(ax)}{x}, & \text{αν } x < 0 \\ \frac{\sqrt{x} - x}{x^2 + 2\sqrt{x}}, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$, να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$

Εργασία 12^η

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax - \alpha, & \text{αν } x \geq -1 \\ \frac{-\alpha x^2 + \beta x - \gamma}{x+1}, & \text{αν } x > -1 \end{cases}$

Να βρείτε τις τιμές των $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της f να τέμνει τον άξονα $y' \gamma$ στο σημείο με τεταγμένη 2 και να υπάρχει το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.

Εργασία 13^η

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο: $f(x) = \begin{cases} ax^2 - \beta x + 1, & \text{αν } x < -2 \\ \beta x^2 + \alpha x - 1, & \text{αν } x > -2 \end{cases}$

Να βρείτε τις τιμές των $a, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ και να είναι: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

$$\text{όπου } g(x) = (x-2)^2 + \sqrt[3]{1 + \frac{4|x|}{x^2 + 2}}$$