



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ - Εύρεσης του πεδίου ορισμού μίας συνάρτησης

Για να βρούμε το πεδίο ορισμού D_f μίας συνάρτησης f διακρίνουμε τις επόμενες περιπτώσεις:

1η περίπτωση:

Αν $f(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$, τότε λύνουμε την εξίσωση $B(x) = 0$ και εξαιρούμε από το $\mathbb{R}$ τα x που

μηδενίζουν τον παρονομαστή, δηλαδή το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι:

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / B(x) \neq 0\}$$

2η περίπτωση:

Αν $f(x) = \sqrt[n]{A(x)}$, τότε λύνουμε την ανίσωση: $A(x) \geq 0$ και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι: $D_f = \{x \in \mathbb{R} / A(x) \geq 0\}$.

3η περίπτωση:

Αν $f(x) = \ln(A(x))$ ή $f(x) = \log(A(x))$ τότε λύνουμε την ανίσωση: $A(x) > 0$ και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f είναι: $D_f = \{x \in \mathbb{R} / A(x) > 0\}$

Προφανώς η εύρεση του πεδίου ορισμού μιας συνάρτησης μπορεί να αποτελεί και συνδυασμό των παραπάνω περιπτώσεων.

Εργασία 1^η Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \frac{x-4}{x^2-9}, \quad \beta) f(x) = \frac{3x+7}{x^2-5x-6}, \quad \gamma) f(x) = \frac{2x-5}{4x^2-4x+1}, \quad \delta) f(x) = \frac{x-3}{|4x-1|-3}$$

Εργασία 2^η Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \sqrt[5]{3x-12}, \quad \beta) f(x) = \sqrt[3]{|x-1|-4}, \quad \gamma) f(x) = \sqrt[4]{9-4x^2}, \quad \delta) f(x) = \sqrt[7]{-3x^2+2x+1}$$
$$\epsilon) f(x) = \sqrt[11]{5x^2-2x+1}, \quad \sigma\tau) f(x) = \sqrt{25x^2-20x+4}, \quad \zeta) f(x) = \sqrt[3]{|2-x|-|x+1|}$$



Εργασία 3^η Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \ln(1-3x)$, β) $f(x) = \log(3-2x-x^2)$, γ) $f(x) = \ln(x^3-x^2-4x+4)$

δ) $f(x) = \log(4-|x-7|)$, ε) $f(x) = \ln(|x^2-3x+5|-3)$, στ) $f(x) = \ln(|x-4|-|1-x|)$

Εργασία 4^η Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{1}{x^2-9} + \ln(x^2-5x+4)$, β) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt[5]{x^2-1}} - \frac{1}{\log(x^3-2x^2+x-2)}$

γ) $f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt{1-x}-2} - \frac{x}{\ln(-3x+e)-1}$, δ) $f(x) = \frac{\ln(2x-3)}{2-\sqrt[3]{x+8}} - \ln(1-\sqrt{x+3})$

Εργασία 5^η Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} x+\alpha, & \text{αν } -6 < x \leq -1 \\ x^2+\beta, & \text{αν } -1 < x < 7 \end{cases}$, με $f(-2)=5$ και $f(5)=24$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

ii) Να βρείτε τις τιμές του α και του β

iii) Να βρείτε $f(-1)$ και $f(f(-3))$

iv) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -3$

Εργασία 6^η (Συναρτησιακές σχέσεις)

Έστω μια συνάρτηση: $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με: $f\left(\frac{x}{e}\right) \leq \ln x \leq f(x)-1$ για κάθε $x > 0$.

i) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f

ii) Να βρείτε τις τιμές: $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)$, $f\left(f\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right)\right)$

Εργασία 7^η (Συναρτησιακές σχέσεις)

Έστω μια συνάρτηση: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με: $f(x)-f(1-x)=x^2+2x-1$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης: f

ii) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης: $g(x)=f(x-2)$