



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΕΔΙΟ ΟΡΙΣΜΟΥ - ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ»

Εργασία 1^η: Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$1) f(x) = \frac{2x-3}{x^3+x-2} \quad 2) f(x) = \frac{3x^2}{|2x-1|-3} \quad 3) f(x) = \sqrt{4-x^2} \quad 4) g(x) = \sqrt{x^2-4x+3} \quad 5) f(x) = \frac{-3x+7}{\sqrt{4-x^2}}$$

$$6) g(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{8-x} \quad 7) h(x) = \sqrt{5-\sqrt{5-x}} \quad 8) f(x) = \sqrt{\frac{5+x}{5-x}} \quad 9) f(x) = \sqrt{x^2-4|x|+3}$$

$$10) f(x) = \frac{\sqrt{3-|2-x|}}{x} \quad 11) g(x) = \sqrt{x^3-3x^2+2x} \quad 12) f(x) = \sqrt{3-|x|} \quad 13) f(x) = \frac{3x+1}{4^x+2^x-2}$$

$$14) f(x) = \log \frac{6-x}{6+x} \quad 15) f(x) = \frac{x}{\ln x} \quad 16) f(x) = \sqrt{\ln x} \quad 17) f(x) = \sqrt{\ln \frac{3+x}{3-x}}$$

$$18) f(x) = \ln(1-\ln(x-1)) \quad 19) f(x) = \log(1-\log(x-1)) \quad 20) f(x) = \ln(\ln(4-x)) \quad 21) f(x) = \ln(e^{2x}-2e^x+3)$$

$$22) f(x) = \frac{\sqrt{3-|2-x|}}{\ln x} \quad 23) g(x) = \ln(e^x - \frac{1}{e}) \quad 24) f(x) = \sqrt{-2\left(\frac{1}{5}\right)^{2x} + 3\left(\frac{1}{5}\right)^x - 1}.$$

Εργασία 2^η: Να βρεθεί ο $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η $f(x) = \begin{cases} x^2+2x-5, & x \leq \lambda^2-3\lambda+2 \\ x^2+4, & 2-\lambda \leq x \end{cases}$ να είναι συνάρτηση.

Εργασία 3^η: Αν A_f το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{2-\sqrt{x-1}}$ και A_g το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $g(x) = \ln(\ln(x-2))$ να βρείτε το διάστημα $A_f \cap A_g$ εντός του οποίου ορίζονται και οι δυο συναρτήσεις.

Εργασία 4^η: α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{e^x+5}{e^x+1}\right)$. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\xi = \ln 2$ ανήκει

στο σύνολο τιμών της.

β) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 22 είναι τιμή της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

Εργασία 5^η: Δίνεται η συνάρτηση f που ικανοποιεί τις σχέσεις: $f^2(x) - 6f(x) - x^2 - x = 0$ και $f(x) < 3$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f .

β) Να εξετάσετε αν η τιμή 2 ανήκει στο σύνολο τιμών της $f(A)$.

Εργασία 6^η: Αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^4 - (a+1)x^2 + \beta x + 3$ και $g(x) = -(a+2)x^2 + (2-\beta)x - 1$, τέμνονται πάνω στις ευθείες $x=-1$ και $x=2$, να βρείτε:

α) τις τιμές a και β , β) τα άλλα κοινά σημεία των C_f και C_g .



Εργασία 7^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + (2-a)x^2 - (a+3)x + a^2 - 5$, $a \in \mathbb{R}$.

Να βρεθούν οι τιμές του a , ώστε η C_f να διέρχεται από το σημείο $M(1, -6)$. Αν η C_f διέρχεται από το σημείο $M(1, -6)$, να βρεθούν τα κοινά σημεία της C_f και του άξονα x

Εργασία 8^η: Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^3 + 3x^2 + x + 1$, $g(x) = x^2 + 2x + 3$:

α) Πότε η C_f είναι «πάνω» από τη C_g ;

β) Να βρείτε τα κοινά σημεία των C_f και C_g και να αποδείξετε ότι είναι κορυφές τριγώνου με εμβαδόν $E = 3\tau.μ.$

Εργασία 9^η: Μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ έχει γραφική παράσταση, η οποία είναι παραβολή.

Αν η C_f διέρχεται από τα σημεία $A(-1, 6)$, $B(1, 0)$ και $\Gamma(2, 0)$ να βρεθεί:

α) Ο τύπος της f , και να σχεδιασθεί η C_f . β) Τα κοινά σημεία της C_f και του άξονα $x'x$.

γ) Τα διαστήματα που η C_f είναι κάτω από τον $x'x$.

Εργασία 10^η: Θεωρούμε την ευθεία με εξίσωση (ϵ): $\psi = 2x + 1$ η οποία τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο A .

α) Σε τυχαίο σημείο B του θετικού ημιάξονα φέρνουμε κάθετη προς τον $x'x$ η οποία τέμνει την (ϵ) στο M . Να εκφράσετε το εμβαδόν του σχήματος $AOBM$ συναρτήσει της τετμημένης x του B .

β) Ένα σημείο $N(x, \psi)$ κινείται πάνω στη (ϵ). Να εκφράσετε την απόσταση του σημείου N από το σημείο $\Gamma(1, 2)$ συναρτήσει της τετμημένης x του N .

Εργασία 11^η: Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(e^{2x} - 2)$ και $g(x) = x$. Να προσδιορίσετε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της συνάρτησης f βρίσκεται κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης g .

Εργασία 12^η: Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$$4f^3(x) - 4f^2(x) + f(x) = \eta\mu x - e^{x^2+1}$$

για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f είναι κάτω από τον άξονα xx' .

Εργασία 13^η: Να γίνει γραφική παράσταση των παρακάτω συναρτήσεων και από αυτές να προσδιορίσετε το σύνολο τιμών τους.

$$f(x) = |x^3 - 1|, \quad g(x) = \sqrt{|x - 1|}, \quad P(x) = \ln \frac{1}{x}, \quad T(x) = \sqrt{(e^x - 2)^2}, \quad F(x) = e^{|x|},$$

$$H(x) = \sqrt{(x-1)^2} + x, \quad \sigma(x) = \ln|x|, \quad M(x) = \sqrt{|x+1|}, \quad N(x) = |x - x^2|$$