



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ: «Μονοτονία συνάρτησης»

Εργασία 1^η : Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 5$, β) $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 12x + 13$,

γ) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 2x^2 + 12x - 1$, δ) $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 21$

Εργασία 2^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία της συναρτήσεις:

α) $f(x) = \frac{x^2 + x - 3}{x - 2}$, β) $f(x) = \frac{x - 2}{x + 1}$, γ) $f(x) = x^3 + \frac{1}{x^3}$, δ) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

Εργασία 3^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = (x - 1) \cdot e^x$, β) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{e^x}$, γ) $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$, δ) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^4 + 1}}$

Εργασία 4^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = \ln(x + 1) - \frac{2x}{x + 2}$, β) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$, γ) $f(x) = 2\ln(x - 2) - x^2 + 4x + 1$,

ε) $f(x) = x^3(3\ln x - 1) - 36x(\ln x - 1)$, στ) $f(x) = x(2e^x - x) - 2(2x - e^x)$.

Εργασία 5^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = \ln(\eta\mu x)$, $x \in (0, \pi)$, β) $f(x) = \frac{4 \cdot \eta\mu x - 2x - x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{2 + \sigma\upsilon\nu x}$, $x \in [0, 2\pi]$

γ) $f(x) = 12(2x - 1)\eta\mu x - 12(x^2 - x - 2)\sigma\upsilon\nu x - 2x^3 + 3x^2$, $x \in [-\pi, 2\pi]$

Εργασία 6^η: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (2x + \alpha) \cdot e^x - x^2 + \beta x + 2$, με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Η C_f έχει στο σημείο της $\Sigma(0, f(0))$ οριζόντια εφαπτόμενη την ευθεία (ε): $\gamma = -2$.

1) Να βρείτε τις τιμές των α και β , 2) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Εργασία 7^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$1) f(x) = \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 - 1, & \text{αν } x \leq 0 \\ -2x^3 + 3x^2 - 1, & \text{αν } x > 0 \end{cases}, \quad 2) f(x) = x^2 - 4x + 3 - |2x - 4|, \quad 3) f(x) = \begin{cases} e^{x^3 - 3x^2}, & \text{αν } x \leq 0 \\ x^2 \cdot e^{1-x}, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$$

$$4) f(x) = \begin{cases} 2x^3 - 3x^2 - 2, & \text{αν } x < 1 \\ x \cdot \ln x - 2x, & \text{αν } x \geq 1 \end{cases}, \quad 5) f(x) = \begin{cases} -2x^3 - 3x^2 + 11, & \text{αν } x < 0 \\ e^x \cdot (x^2 - 7x + 11), & \text{αν } x \geq 0 \end{cases}$$

$$6) f(x) = \begin{cases} -e^{1-x} \cdot (x^2 + x + 1), & \text{αν } x \leq 1 \\ x^2 - 8 \ln x - 5, & \text{αν } x > 1 \end{cases}, \quad 7) f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu(\sqrt{x}) + x}{\sqrt{x}}, & \text{αν } x > 0 \\ 1, & \text{αν } x = 0 \end{cases}$$

Εργασία 8^η: α) Η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} -2x^3 - 3x^2 + \alpha x + 81, & \text{αν } x \leq 1 \\ 2x^3 - 21x^2 + 6\alpha x + 1, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$, με $\alpha \in \mathbb{R}$, είναι συνεχής.

1) Να βρείτε την τιμή του α , 2) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

β) Η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + \alpha x + 3, & \text{αν } x \leq 2 \\ \beta x^2 - 3\alpha x - 5, & \text{αν } x > 2 \end{cases}$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμη.

1) Να βρείτε τις τιμές των α και β , 2) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

Εργασία 9^η: Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$1) f(x) = e^x + x \cdot \ln x - (e+1) \cdot x, \quad 2) f(x) = -\frac{2 + x^2 \cdot e^x + 2 \cdot x \cdot e^x}{2e^x}, \quad 3) f(x) = 2e^{x-1} - x^2 + 3,$$

$$4) f(x) = 6e^x + x^3 - 3x^2 - 6x, \quad 5) f(x) = \sin x - x^3 + 3x^2, \quad 6) f(x) = \frac{x}{(x+1) \cdot \ln(x+1)}.$$

Εργασία 10^η:

α) Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(e) = -e^2$ και

$$x \cdot f'(x) - f(x) = 2ex - x^2, \text{ για κάθε } x > 0.$$

1) Να βρείτε τον τύπο της f και 2) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

β) Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(1) = \ln 2$ και

$$(x^2 + x) \cdot f'(x) + (x+1) \cdot f(x) = 1, \text{ για κάθε } x > 0.$$

1) Να βρείτε τον τύπο της f και 2) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.