

**ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ****ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΗ ΕΝΟΤΗΤΑ : «ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΕΧΕΙΑ»****Εργασία 1^η**

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + x^2}{4} = 4$, να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$ και να βρείτε την $f'(1)$.

Εργασία 2^η

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 0 , να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = f(x)\eta\mu x$ είναι παραγωγίσιμη στο 0 .

Εργασία 3^η

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 0 και $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 2\eta\mu x}{x} = 5$, να αποδείξετε ότι $f'(0) = 3$.

Εργασία 4^η

Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο 1 και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2-x)}{x-1} = 3$, να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 1 .

Εργασία 5^η

Δίνεται η συνεχής $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει: $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = 3$. Να βρείτε τους αριθμούς:

α) $f(4)$, β) $f'(4)$ και γ) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2f(x) - x}{x^2 - 7x + 12}$

Εργασία 6^η

Έστω η συνάρτηση f ορισμένη στο $\mathbb{R}$ και συνεχής στο 1 . Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 2$ και $g(x) = \sqrt{x+3} \cdot f(x)$ να βρείτε την $g'(1)$

Εργασία 7^η

Έστω η συνάρτηση f ορισμένη στο $\mathbb{R}$ για την οποία ισχύει: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{\sqrt{x^2 + 3} - 2} = 4$. Αν η f είναι συνεχής στο 1 , να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο 1 .

Εργασία 8^η

Έστω η συνάρτηση f ορισμένη στο $\mathbb{R}$ και συνεχής στο 1 . Να δείξετε ότι η συνάρτηση $g(x) = (\sqrt{x^2 + 3x} - 2) \cdot f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο 1 .