



ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ: «Κανόνας De L'Hospital»

ΕΡΓΑΣΙΑ 1^η Υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

Α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 + 3x - 4}{x^5 + x - 2}$

Β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{x^3}$

Γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{x^2 + 2\sin x - 2}$

Δ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x + 1}{x^2}$

Ε) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \eta\mu x}{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 2^η Υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

Α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\sqrt{x} + 1)}{\ln(\sqrt{x} + 2)}$

Β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2 + x + 1)\ln x}{e^{2x}}$

Γ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x - \eta\mu x}{x - \eta\mu x}$

Δ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 7x - 3}{x^2 - 3x + 2}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3^η Υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

Α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} + x^2 + x - 14}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$

Β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \eta\mu x}$

Γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \ln x}{x + \ln x}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 4^η Υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

Α) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{e^x}{\eta\mu x} \right)$

Β) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{x+1}{\eta\mu x} \right)$

Γ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

Δ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sigma\phi x$

Ε) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$

ΣΤ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$

Ζ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x^2}}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 5^η Α) Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α , β και γ ώστε:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\alpha e^x + \beta e^{-x} + \gamma x}{x - \eta\mu x} = 4$$

Β) Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί α και β ώστε να είναι πραγματικός αριθμός το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + \alpha e^{1-x} + \beta x + 4}{x^2 - 2x + 1}$$



ΕΡΓΑΣΙΑ 6^η Υπολογίστε τα παρακάτω όρια:

A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$ B) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x)$ Γ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - e^x - e^{2x})$ Δ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^x)$

E) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - x^2 + x + 1)$ ΣΤ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{2x} - \ln x)$ Ζ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln x - 3^x - e^{2x})$

H) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\eta_{\mu x}}$ Θ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sqrt{x}}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 7^η Δίνεται η συνάρτηση:

Να βρείτε τις τιμές των α, β ώστε η f να είναι **συνεχής** στο $x_0=0$.

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x + \alpha x - \beta, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \\ e^{\frac{1}{x}} \ln(-x) + \alpha, & x < 0 \end{cases}$$

ΕΡΓΑΣΙΑ 8^η Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε οι παρακάτω συναρτήσεις να είναι παραγωγίσιμες στο x_0 όταν:

α. $f(x) = \begin{cases} \alpha e^x - 1, & x \leq 0 \\ \eta_{\mu x} + \beta \sin x, & x > 0 \end{cases}$ και $x_0=0$. β. $f(x) = \begin{cases} \ln x + \alpha - 1, & x > 1 \\ e^{x-1} + \beta x - \beta, & x \leq 1 \end{cases}$ και $x_0=1$.

ΕΡΓΑΣΙΑ 9^η 1) Έστω μια συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει: $x \cdot f(x) + e^{\eta_{\mu x}} = f(x) \cdot \eta_{\mu x} + e^x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την $f(0)$.

2) Έστω μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη. Να αποδείξετε ότι:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+2h) - 3f(x) + 2f(x-h)}{h^2} = 3f''(x).$$

ΕΡΓΑΣΙΑ 10^η Θεωρούμε συνάρτηση f δύο φορές παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με συνεχή δευτέρα παράγωγο για την οποία ισχύουν τα εξής:

- η C_f διέρχεται από την αρχή των αξόνων. • παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=0$.
- και $f''(0)=2$.

Να αποδείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + f(x)}{x \cdot f'(x)} = 1$