ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ «Μαθηματικά (Άλγεβρα)»
της Α΄ τάξης ημερησίων και εσπερινών ΕΠΑ.Λ.
για το σχ. έτος 2023-2024

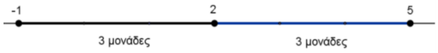
Η διδακτέα-εξεταστέα ύλη μαθήματος «Άλγεβρα» Α τάξης Ημερήσιου και Εσπερινού ΕΠΑ.Λ. για το σχ. έτος 2023-24 καθορίστηκε με βάση τις Υ.Α. με Α.Π Φ4/90890/ΓΔ4 (ΦΕΚ 5110/Β/17-08-2023), και Φ3/104775/Δ4/21-09-2023 Υ.Α. (οδηγίες Ι.Ε.Π.) από το βιβλίο: «Άλγεβρα και Στοιχεία Πιθανοτήτων Α΄ Γενικού Λυκείου» των Ανδρεαδάκη Σ., Κατσαργύρη Β., Παπασταυρίδη Σ., Πολύζου Γ., Σβέρκου Α., Αδαμόπουλου Λ., Δαμιανού Χ.

ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ	ΕΝΟΤΗΤΑ ΩΡΕΣ Ι.Ε.Π.	ΤΙΤΛΟΣ	ΠΑΡ/ΦΟΣ ΒΙΒΛΙΟΥ	ΩΡΕΣ	ΟΔΗΓΙΕΣ
Ο κλάδος των Μαθηματικών «Άλγεβρα» της Α΄ ΕΠΑ.Λ και Π.ΕΠΑ.Λ. περιέχει σημαντικές μαθηματικές έννοιες, όπως, της απόλυτης τιμής, των προόδων, της συνάρτησης κ.ά., οι οποίες αφενός είναι απαραίτητα στοιχεία της μαθηματικής εκπαίδευσης του σημερινού πολίτη και αφετέρου συνδέονται με στοιχεία της επαγγελματικής εκπαίδευσης. Οι μαθητές/ήτριες έχουν έρθει σε μια πρώτη επαφή με αυτές τις έννοιες σε προηγούμενες τάξεις. Στην Α΄ τάξη του ΕΠΑΛ και Π.ΕΠΑ.Λ. θα τις αντιμετωπίσουν σε ένα υψηλότερο επίπεδο αφαίρεσης, το οποίο δημιουργεί ιδιαίτερες δυσκολίες στους/στις μαθητές/ήτριες. Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών προτείνεται να αφιερωθεί ικανός χρόνος στην εμπέδωση των νέων εννοιών, μέσα από την ανάπτυξη και σύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεών τους και τη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων. Η σύνδεση με προβλήματα, φαινόμενα και καταστάσεις που έρχονται από το χώρο της επαγγελματικής εκπαίδευσης (πχ. φαινόμενα που περιλαμβάνουν μεγέθη που συμμεταβάλλονται για τη συζήτηση των συναρτήσεων) μπορεί να βοηθούν στην απόδοση νοήματος στις μαθηματικές έννοιες και τις διαδικασίες. Οι πολλαπλές αναπαραστάσεις (αλγεβρική παράσταση, γράφημα, πίνακας αριθμητικών τιμών, λεκτικές διατυπώσεις) και η σύνδεσή τους μπορούν υποστηριχθούν από ψηφιακά περιβάλλοντα, με τη βοήθεια των οποίων οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε ουσιαστικές μαθηματικές δραστηριότητες. Μέσα από τη διερεύνηση ομοιοτήτων και διαφορών - για παράδειγμα η συσχέτιση των διαδικασιών επίλυσης ή της μορφής των λύσεων εξισώσεων και ανισώσεων, η συσχέτιση ορισμένων ιδιοτήτων των ριζών και των αποδείξεών τους με αντίστοιχες των απολύτων τιμών - οι μαθητές/τριες μπορούν να κατανοήσουν καλύτερα τις σχετικές έννοιες και διαδικασίες. [Η κατανομή των διδακτικών ωρών που προτείνεται είναι **ενδεικτική**. Μέσα σε αυτές τις ώρες περιλαμβάνεται ο χρόνος που θα χρειαστεί για ανακεφαλαιώσεις, γραπτές δοκιμασίες, εργασίες κλπ.]. Στο πλαίσιο του διδακτικού σχεδιασμού οι εκπαιδευτικοί, προκειμένου να αξιοποιήσουν τις προτεινόμενες ιστοσελίδες από το διδακτικό υλικό ή/και τα διδακτικά βιβλία, να προβαίνουν σε επανέλεγχο της εγκυρότητάς τους, διότι ενδέχεται λόγω του δυναμικού τους χαρακτήρα ορισμένες από αυτές να είναι ανενεργές ή να οδηγούν σε διαφορετικό περιεχόμενο.					
	ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	**ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ**		**6**	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα:
11-15/09		**Εισαγωγικό Κεφάλαιο**	§Ε.1	3	Όσον αφορά στην §Ε.1, αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha\cdot\beta\neq0 \Leftrightarrow \alpha\neq0$ και $\beta\neq0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).
18-22/09		**Ε.2 Σύνολα**	§Ε.2	3	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/-ήτριες διαπραγματεύονται την έννοια του συνόλου καθώς και σχέσεις και πράξεις μεταξύ συνόλων. Ειδικότερα: Όσον αφορά στην §Ε.1, αυτή να μη διδαχθεί ως αυτόνομο κεφάλαιο αλλά να συζητηθεί το νόημα και η χρήση των στοιχείων της Λογικής στις ιδιότητες και προτάσεις που διατρέχουν τη διδακτέα ύλη (για παράδειγμα στην ιδιότητα $\alpha\cdot\beta\neq0 \Leftrightarrow \alpha\neq0$ και $\beta\neq0$ της §2.1 μπορεί να διερευνηθεί το νόημα της ισοδυναμίας και του συνδέσμου «και»).

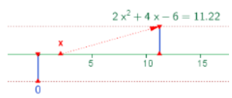
					Οι μαθητές/-ήτριες αντιμετωπίζουν για πρώτη φορά με συστηματικό τρόπο την έννοια του συνόλου και των σχέσεων και πράξεων μεταξύ συνόλων. Επειδή η έννοια του συνόλου είναι πρωταρχική, δηλαδή δεν ορίζεται, χρειάζεται να τονιστούν οι προϋποθέσεις που απαιτούνται για να θεωρηθεί μια συλλογή αντικειμένων σύνολο μέσα από κατάλληλα παραδείγματα και αντιπαραδείγματα (π.χ. το σύνολο που αποτελείται από τα θρανία και τους/τις μαθητές/-ήτριες της τάξης, το «σύνολο» των ψηλών μαθητών/-ητριών της τάξης). Η αναπαράσταση συνόλων, σχέσεων και πράξεων αυτών καθώς και η μετάβαση από τη μία αναπαράσταση στην άλλη, μπορούν να υποστηρίξουν την κατανόηση της έννοιας του συνόλου. Οι πράξεις μεταξύ συνόλων είναι ένα πλαίσιο στο οποίο οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να δώσουν νόημα στους συνδέσμους «ή» και «και». Ειδικά, όσον αφορά στο σύνδεσμο «ή», να επισημανθεί η διαφορετική του σημασία στα Μαθηματικά από εκείνη της αποκλειστικής διάζευξης που του αποδίδεται συνήθως στην καθημερινή χρήση του. **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Ρωτήσαμε 10 μαθητές ποιον ραδιοφωνικό σταθμό ακούνε και πήραμε τις εξής απαντήσεις: Οι Α1, Α2, Α5, Α6, Α7 ακούνε τον POP FM και οι Α1, Α4, Α8, Α9, Α10 τον ROCK N’ ROLL. α) Πώς μπορούμε να παρουσιάσουμε τις παραπάνω πληροφορίες σε ένα διάγραμμα Venn; β) Ποιοι ακούνε i. και τους δύο σταθμούς; ii. τουλάχιστον έναν από τους δύο σταθμούς; iii. τον POP FM αλλά όχι τον ROCK N’ ROLL; γ) Ποιοι δεν ακούνε κανέναν από τους δύο σταθμούς; Επισημαίνεται ότι στόχος της διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας είναι να υποστηρίξει τις έννοιες και διαδικασίες που συναντώνται σε επόμενες ενότητες (π.χ. την επίλυση ανισώσεων και στις συναρτήσεις). Επομένως, αναμένεται οι μαθητές/-ήτριες να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν τις έννοιες των συνόλων και των πράξεών τους στο πλαίσιο εννοιών και διαδικασιών των επόμενων κεφαλαίων.

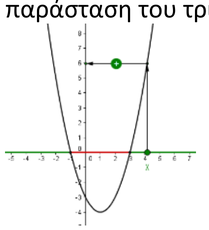
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^{Ο} **21**	**Οι Πραγματικοί Αριθμοί**		**27**	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/τριες επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του. Με στόχους την εξομάλυνση της μετάβασης από το Γυμνάσιο στο Λύκειο και την συμπλήρωση ενδεχόμενων κενών προτείνεται να αφιερωθεί χρόνος για τη δημιουργία αλγεβρικών παραστάσεων που «μοντελοποιούν» ρεαλιστικές καταστάσεις και για την επανάληψη στοιχείων αλγεβρικού λογισμού (πράξεις πολυωνύμων, παραγοντοποίηση). Ωστόσο, σε μια επανάληψη με αυτούς τους στόχους δεν συμπεριλαμβάνεται η εξάσκηση σε πολύπλοκους χειρισμούς, και η ενασχόληση με ασκήσεις που η πολυπλοκότητα και δυσκολία τους υπερβαίνει εκείνες των ασκήσεων του σχολικού βιβλίου.
25-29/09	§ **2.1** **6 (9)**	**Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους**	**2.1**	3	Οι μαθητές/-ήτριες συναντούν δυσκολίες στη διάκριση των ρητών από τους άρρητους και γενικότερα στην ταξινόμηση των πραγματικών αριθμών σε φυσικούς, ακέραιους ρητούς και άρρητους. **Προτείνεται η ανάπτυξη δραστηριοτήτων που αναδεικνύουν την αξία του υπολογισμού μιας αλγεβρικής παράστασης μέσα από προβλήματα που προέρχονται από τα μαθησιακά αντικείμενα των ειδικοτήτων. Παράδειγμα τέτοιας αλγεβρικής παράστασης είναι ο νόμος του Ohm I=V/R από τον Τομέα Ηλεκτρολογίας, η σχέση Καθαρή Πρόσοδος = Τόκοι + ενοίκιο εδάφους + κέρδος από τον Τομέα Γεωπονίας κλπ.**
02-06/10		**Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους**	**2.1**	3	Σημαντικό για τον αλγεβρικό λογισμό είναι οι μαθητές/-ήτριες να κατανοήσουν τις ιδιότητες των πράξεων. Σε αυτό θα βοηθήσει η λεκτική διατύπωση και η διερεύνηση των ιδιοτήτων καθώς και η αναγνώριση της σημασίας της ισοδυναμίας, της συνεπαγωγής και των συνδέσμων «ή» και «και», με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες: $α\cdotβ=0 \Leftrightarrow α=0$ ή $β \neq 0$, $α\cdotβ\neq0 \Leftrightarrow α\neq0$ και $β\neq0$.
09-13/10		**Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους**	**2.1**	3	Η συζήτηση και απόδοση νοήματος στην έννοια της ισοδυναμίας δύο σχέσεων και στη χρήση του αντίστοιχου συμβόλου χρειάζεται να επαναλαμβάνεται εκεί που αυτά εμφανίζονται, διότι, όπως πολλές έννοιες, δεν αναμένεται να κατακτηθεί οριστικά από τους/τις μαθητές/-ήτριες με την πρώτη φορά.
16-20/10	§ **2.2** **6 (6)**	**Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4)**	**2.2**	3	Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην έννοια της ανισοτικής σχέσης, στην αιτιολόγηση απλών σχέσεων και στην απόδειξη σχέσεων από άλλες (πχ. ασκήσεις 1, 2, 3, 4 Α΄ Ομάδας). Επίσης, προτείνεται να συζητηθούν οι ομοιότητες και διαφορές των ιδιοτήτων της ισότητας και της ανισότητας, με έμφαση στις ισοδυναμίες: $α^2 + β^2$

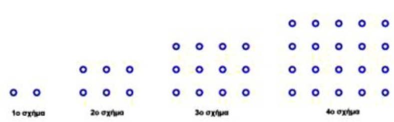
					= 0 ⇔ α = 0 **και** β = 0, ενώ $α^2 + β^2 > 0$ ⇔ α ≠ 0 **ή** β ≠ 0 και στα σχόλια της παραγράφου.
23-27/10		**Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4)**	**2.2**	3	Προτείνεται η συζήτηση αυτή να γίνει με αριθμητικά παραδείγματα. Μπορούμε να ζητήσουμε από τους/τις μαθητές/τριες να σκεφτούν δύο αριθμούς, να τους υψώσουν στο τετράγωνο και στη συνέχεια να τους προσθέσουν ώστε να πάρουν άθροισμα μηδέν. Μέσα από τη διαδικασία αυτή θα οδηγηθούν οι μαθητές/τριες στην εικασία ότι α = β = 0.
Σάββατο, 28/10/2023, ΓΙΟΡΤΗ 28ης Οκτωβρίου					
30/10-03/11	§ **2.3** **6 (9)**	**Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού**	**2.3**	3	Οι μαθητές/τριες έχουν αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, την απόλυτη τιμή ενός αριθμού ως την απόστασή του από το μηδέν στον άξονα των πραγματικών αριθμών. Στην ενότητα αυτή δίνεται ο τυπικός ορισμός της απόλυτης τιμής και αποδεικνύονται οι βασικές ιδιότητές της.
06-10/11		**Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού**	**2.3**	3	Να αξιοποιηθούν οι αποδείξεις των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών για να συζητηθεί αναλυτικά η μέθοδος απόδειξης (ότι η ζητούμενη σχέση είναι ισοδύναμη με μία σχέση που γνωρίζουμε ότι είναι αληθής). Επιπλέον, είναι σκόπιμο να συζητηθεί ως εναλλακτική απόδειξη η εξέταση περιπτώσεων. Για παράδειγμα, για την απόδειξη της ιδιότητας $\|\alpha \cdot \beta\| = \|\alpha\| \cdot \|\beta\|$ να εξεταστούν οι περιπτώσεις i) α > 0 και β > 0, ii) α > 0 και β < 0, (ή α < 0 και β > 0) και iii) α < 0 και β < 0. Η εξέταση των περιπτώσεων μπορεί να βοηθήσει τους/τις μαθητές/-ήτριες να κατανοήσουν γιατί ισχύει αυτή η ιδιότητα.
13-16/11		**Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού**	**2.3**	3	Η γεωμετρική ερμηνεία της απόλυτης τιμής ενός αριθμού και της απόλυτης τιμής της διαφοράς δύο αριθμών είναι σημαντική, γιατί βοηθά τους/τις μαθητές/-ήτριες να αποδώσουν νόημα στην έννοια. Η σύνδεση, όμως, της αλγεβρικής σχέσης και της γεωμετρικής της αναπαράστασης δεν είναι κάτι που γίνεται εύκολα από τους/τις μαθητές/-ήτριες και για αυτό απαιτείται να δοθεί σε αυτό ιδιαίτερη έμφαση. Με αυτή την έννοια δεν θα διδαχθούν, στη γενική τους μορφή, οι: $\|x - x_0\| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho) \Leftrightarrow x_0 - \rho < x < x_0 + \rho$, και $\|x - x_0\| > \rho \Leftrightarrow x \in (-\infty, x_0 - \rho) \cup (x_0 + \rho, +\infty) \Leftrightarrow x < x_0 - \rho$ ή $x > x_0 + \rho$, επειδή είναι πολύ δύσκολο να γίνουν κατανοητά από τους/τις μαθητές/-ήτριες σ' αυτή τη φάση της αλγεβρικής τους εμπειρίας. Ομοίως, να μη διδαχθεί η έννοια του κέντρου και της ακτίνας διαστήματος. Αντίθετα, οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να ασχοληθούν με τα παραπάνω μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα (π.χ. η ανίσωση $\|x - 2\| < 3$ σημαίνει: «ποιοι είναι οι αριθμοί που απέχουν από το 2 απόσταση μικρότερη του 3;» δηλ. $\|x - 2\| < 3 \Leftrightarrow d(x, 2) <$

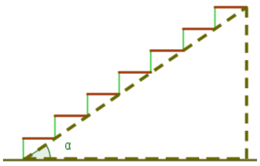
					$3 \Leftrightarrow -1 < x < 5$).  Προτείνεται, όμως, να γίνει διαπραγμάτευση των σχέσεων |x|<ρ⇔-ρ<x<ρ και |x|>ρ⇔x<-ρ ή x>ρ. Η άσκηση 7 της Α' Ομάδας μπορεί να υποστηρίξει την παραπάνω προσέγγιση. **Στο ευρύτερο πλαίσιο των δραστηριοτήτων της επαγγελματικής εκπαίδευσης, θα μπορούσε να φανεί ενδιαφέρουσα και η άσκηση 6 της Α ομάδας καθώς συνδέεται με εργαστηριακές μετρήσεις που θα πραγματοποιήσουν κάποιοι/-ες μαθητές/τριες στην επόμενη τάξη**.
Παρασκευή, 17/11/2023 Γιορτή 17ης Νοέμβρη					
20-24/11	§ **2.4** **3 (3)**	**Ρίζες Πραγματικών Αριθμών (εκτός των ιδιοτήτων 3 και 4)**	**2.4**	3	Οι μαθητές/-ήτριες έχουν ήδη αντιμετωπίσει, στο Γυμνάσιο, τις τετραγωνικές ρίζες και δυνάμεις με ακέραιο εκθέτη καθώς και τις ιδιότητες αυτών. Στην ενότητα αυτή γίνεται επέκταση στη ν-οστή ρίζα και στη δύναμη με ρητό εκθέτη. Να μη διδαχτούν οι ιδιότητες 3 και 4 (δηλαδή οι $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\cdot\nu]{\alpha}$ και $\sqrt[\nu\cdot\rho]{\alpha^{\mu\cdot\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$) εφόσον καλύπτονται πλήρως από τη χρήση των δυνάμεων με ρητό εκθέτη και μάλιστα με μικρότερες δυσκολίες χειρισμών. Να επισημανθεί η διατήρηση των ιδιοτήτων των δυνάμεων με ακέραιο εκθέτη και στην περίπτωση του ρητού εκθέτη. Προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών ασκήσεων, που υποστηρίζουν την κατανόηση των εννοιών και την εφαρμογή απλών διαδικασιών υπολογισμού και απλοποίησης, όπως οι 1 έως 4, και 9 της Α΄ ομάδας του βιβλίου και παρόμοιες. **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Στο ερώτημα ποιον αριθμό εκφράζει η παράσταση $\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2$ δόθηκαν δυο διαφορετικές απαντήσεις. Να εξετάσετε που βρίσκεται το πρόβλημα. 1η απάντηση: $\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2 = \left[(-2)^{2\frac{1}{4}}\right]^2 = \left[[(-2)^2]^{\frac{1}{4}}\right]^2 = 4^{\frac{2}{4}} == 4^{\frac{1}{2}} = 2$ 2η απάντηση:$\left[(-2)^{\frac{2}{4}}\right]^2 = (-2)^{2\frac{2}{4}} = (-2)^1 = -2$
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^{Ο} **14 (18)**	**Εξισώσεις**		**18**	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/τριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν εξισώσεις 1ου και 2ου βαθμού. Ως ιδιαίτερη περίπτωση εξετάζεται η εξίσωση x^{ν} =α.
27/11-01/12	§ **3.1** **5 (7)**	**Εξισώσεις 1^{ου} Βαθμού**	**3.1**	3	Για τον λόγο αυτό, προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση του ρόλου της παραμέτρου σε μια παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού μέσα από τη διαπραγμάτευση της παραμετρικής εξίσωσης που περιλαμβάνεται στο σχόλιο της §3.1. Για παράδειγμα, μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να λύσουν την εξίσωση για συγκεκριμένες τιμές του λ (π.χ. λ = − 1, λ = 1, λ = 2, λ = 5) και στη συνέχεια να

					προσπαθήσουν να διατυπώσουν γενικά συμπεράσματα για κάθε τιμή της παραμέτρου λ.
04-08/12				3	Προτείνεται, επίσης, προς διαπραγμάτευση η παρακάτω: **Ενδεικτική δραστηριότητα** Ο τιμοκατάλογος των TAXI στην Αθήνα περιλαμβάνει 1,19€ για την εκκίνηση και 0,68€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, ενώ στα νησιά του Αιγαίου περιλαμβάνει 1,14€ για την εκκίνηση και 0,65€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής. α) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης στην Αθήνα, αν διαθέτει 10€. β) Να βρείτε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης σε νησί του Αιγαίου, αν διαθέτει 10€. γ) Αν στους νομούς της Θεσσαλίας η χρέωση για το TAXI περιλαμβάνει 2λ€ για την εκκίνηση και λ€ για κάθε χιλιόμετρο διαδρομής, να βρείτε σε σχέση με το λ την απόσταση που μπορεί να διανύσει ένας επιβάτης αν διαθέτει 10 €. Αν στο νομό Λαρίσης η χρέωση ανά χιλιόμετρο διαδρομής είναι 0,60€ και στο νομό Μαγνησίας 0,62€, να υπολογίσετε την απόσταση που μπορεί να διανύσει με TAXI ένας επιβάτης που διαθέτει 10€. Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να δοθεί ιδιαίτερη έμφαση σε εξισώσεις, όπως η $\|x-5\|=-3$, την οποία δύσκολα χαρακτηρίζουν οι μαθητές/-ήτριες από την αρχή ως αδύνατη. Τέλος, όσον αφορά τις εξισώσεις που ανάγονται σε πρωτοβάθμιες, προτείνεται η διαπραγμάτευση απλών μόνο εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 1ου βαθμού (όπως οι ασκήσεις 6, 7 και 11 της Α’ Ομάδας), με στόχο να αναδειχθεί η σύνδεση της παραγοντοποίησης με την επίλυση εξίσωσης.
11-15/12	§ **3.2** **2 (2)**	**Η Εξίσωση $x^{\nu}=\alpha$**	**3.2**	1 2	Η επίλυση εξισώσεων της μορφής $x^{\nu}=\alpha$ να περιοριστεί σε απλές εξισώσεις.
18-22/12	§ **3.3** **7 (9)**	**Εξισώσεις 2ου Βαθμού**	**3.3**	3	Προτείνεται να δοθεί έμφαση στην αναγνώριση της ύπαρξης ριζών και του πλήθους τους από το πρόσημο της Διακρίνουσας, καθώς και στην επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τον τύπο λύσεων.
23/12/2023-07/01/2024 **ΔΙΑΚΟΠΕΣ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ - ΚΑΛΗ ΧΡΟΝΙΑ**					
08-12/01		**Εξισώσεις 2ου Βαθμού**	**3.3**	3	Πολύ απλές εξισώσεις με παράμετρο μπορεί να συζητηθούν, με στόχο να αναδειχθεί ο ρόλος της παραμέτρου στο πρόσημο της Διακρίνουσας και άρα στο πλήθος των ριζών. Η αντικατάσταση αριθμών στη θέση της

					παραμέτρου μπορεί να υποστηρίξει την απόδοση νοήματος στην παράμετρο. Επίσης, προτείνεται η επίλυση απλών εξισώσεων που ανάγονται σε εξισώσεις 2ου βαθμού (όπως τα παραδείγματα 1 και 3) και να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2ου βαθμού, όπως η **Ενδεικτική δραστηριότητα**: Στο πρωτάθλημα ποδοσφαίρου μιας χώρας κάθε ομάδα έδωσε με όλες τις υπόλοιπες ομάδες δυο αγώνες (εντός και εκτός έδρας). Αν έγιναν συνολικά 240 αγώνες, πόσες ήταν οι ομάδες που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα;
15-19/01		**Εξισώσεις 2ου Βαθμού**	**3.3**	3	Οι τύποι του Vieta επιτρέπουν στους/στις μαθητές/τριες είτε να κατασκευάσουν μια εξίσωση 2ου βαθμού με δεδομένο το άθροισμα και το γινόμενο ριζών της είτε να προσδιορίσουν απευθείας τις ρίζες της (βρίσκοντας δυο αριθμούς που να έχουν άθροισμα S και γινόμενο P). Πέραν των παραπάνω στόχων, η χρήση των τύπων του Vieta σε ασκήσεις με πολύπλοκους αλγεβρικούς χειρισμούς ξεφεύγει από το πνεύμα της διδασκαλίας και δεν προσφέρει στη μαθηματική σκέψη των μαθητών/τριών. Τα ψηφιακά εργαλεία μπορούν να συνεισφέρουν στην εννοιολογική κατανόηση **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων 2ου βαθμού με τη βοήθεια τύπου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατανόηση της αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού και επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων με τη βοήθεια του τύπου. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2132 
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 **10 (12)**	**Ανισώσεις**		**12**	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/τριες μελετούν συστηματικά και διερευνούν ανισώσεις 1ου και 2ου βαθμού
22-26/01	§ **4.1** **5 (6)**	**Ανίσωση 1ου Βαθμού**	**4.1**	3	Οι μαθητές/-ήτριες, έχουν διαπραγματευθεί στο Γυμνάσιο αναλυτικά την επίλυση ανισώσεων 1ου βαθμού με συγκεκριμένους συντελεστές. Στο πλαίσιο αυτής της τάξης, καταρχάς θα πρέπει να γίνει μια επαναδιαπραγμάτευση της έννοιας της ανίσωσης και της λύσης της, μέσα από συγκεκριμένα παραδείγματα ανισώσεων και την εξέταση αν συγκεκριμένοι αριθμοί είναι λύσεις ή όχι. Εκτός από τη χρήση της αριθμογραμμής, για την απεικόνιση του

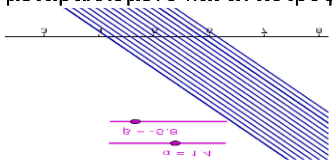
					συνόλου λύσεων μιας ανίσωσης, προτείνεται να δοθεί έμφαση και στη χρήση των διαστημάτων των πραγματικών αριθμών, ως εφαρμογή της αντίστοιχης υποπαραγράφου της §2.2. Να συζητηθούν ομοιότητες και διαφορές ανάμεσα στην εξίσωση και την ανίσωση, ως προς τη διαδικασία της επίλυσης τους και το σύνολο των λύσεών τους. .
29/01-02/02		**Ανίσωση 1ου Βαθμού**	**4.1**	3	Για καλύτερη κατανόηση και εμπέδωση των ιδιοτήτων των απολύτων τιμών, προτείνεται να λυθούν από τους/τις μαθητές/ριες και ανισώσεις όπως οι $\|x-5\|<-3$ και $\|x-5\|>-3$, των οποίων τη λύση, αν και προκύπτει από απλή παρατήρηση, δεν την αναγνωρίζουν άμεσα οι μαθητές/-ήτριες. Προτείνεται επίσης να δοθεί προτεραιότητα στη μοντελοποίηση προβλημάτων με χρήση ανισώσεων 1ου βαθμού, όπως για παράδειγμα η άσκηση 11 της Α΄ και οι ασκήσεις 3 και 4 της Β΄ Ομάδας **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Η Ειρήνη παρατηρεί ότι κάθε φορά που ο σκύλος της γαβγίζει τη νύχτα ξυπνάει και χάνει 15 λεπτά ύπνου. Το προηγούμενο βράδυ κοιμήθηκε λιγότερο από 5 ώρες, ενώ συνήθως (αν δεν γαβγίσει ο σκύλος) κοιμάται 8 ώρες το βράδυ. α) Πόσες φορές μπορεί να ξύπνησε το προηγούμενο βράδυ η Ειρήνη; β) Μπορεί να την ξύπνησε το γάβγισμα 33 φορές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή.
05-09/02	**§ 4.2** **5 (6)**	**Ανίσωση 2ου Βαθμού**	**4.2**	3	Η διαπραγμάτευση ανισώσεων 2ου βαθμού γίνεται για πρώτη φορά στην Α΄ Λυκείου. Στον προσδιορισμό του πρόσημου του τριωνύμου, παρατηρείται συχνά οι μαθητές/τριες να παραβλέπουν το πρόσημο του συντελεστή του δευτεροβάθμιου όρου ή να συγχέουν το πρόσημο της διακρίνουσας με το πρόσημο του τριωνύμου (π.χ. όταν $\Delta<0$, θεωρούν ότι και το τριώνυμο παίρνει αρνητικές τιμές. **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Ποιοι πραγματικοί αριθμοί είναι μεγαλύτεροι από το τετράγωνό τους; Ποιοι είναι μεγαλύτεροι κατά 1 από το τετράγωνό τους;
12-16/02		**Ανίσωση 2ου Βαθμού**	**4.1**	3	**Ενδεικτική δραστηριότητα 2:** Το μικροπείραμα «Πρόσημο των τιμών του τριωνύμου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, παρά το ότι εμπλέκει τη γραφική παράσταση του τριωνύμου, μπορεί να  χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, ώστε ο/η μαθητής/-ήτρια να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της περιοχής που πρέπει να

					κινείται η τιμή της μεταβλητής χ, ώστε το τριώνυμο να παίρνει θετική ή αρνητική τιμή. Παράλληλα μαθαίνει για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης αλγεβρικών σχέσεων. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1752 **Να μη διδαχθεί η εφαρμογή 2 και να συζητηθούν μόνο ασκήσεις από την Α' Ομάδα**
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 **10 (12)**	**Πρόοδοι**		**12**	Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές/τριες εισάγονται στην έννοια της ακολουθίας πραγματικών αριθμών και μελετούν περιπτώσεις ακολουθιών που εμφανίζουν κάποιες ειδικές μορφές κανονικότητας, την αριθμητική και τη γεωμετρική πρόοδο.
19-23/02	§ **5.1** **2 (2)**	**Ακολουθίες**	**5.1**	2 1	Το εισαγωγικό παράδειγμα της παραγράφου φέρνει τους/τις μαθητές/ήτριες σε επαφή με την έννοια της ακολουθίας μέσα από μία κατάσταση της καθημερινής ζωής. Επειδή μέσα από τέτοιες καταστάσεις οι μαθηματικές έννοιες αποκτούν νόημα για τους/τις μαθητές/ήτριες προτείνεται η διαπραγμάτευση του παραδείγματος στην τάξη. Προτείνεται να δοθεί προτεραιότητα στην αναγνώριση της ακολουθίας ως αντιστοιχίας των φυσικών στους πραγματικούς αριθμούς και στην εξοικείωση των μαθητών/τριών με το συμβολισμό (π.χ. ότι ο φυσικός21 αριθμός 1, μέσω μιας ακολουθίας αν, αντιστοιχεί στον πραγματικό αριθμό α1 που αποτελεί τον πρώτο όρο της ακολουθίας αυτής), δεδομένου ότι αυτός δυσκολεύει τους/τις μαθητές/τριες. Αυτή η διαδικασία μπορεί να υποστηριχτεί με την αξιοποίηση πινάκων τιμών όπως του εισαγωγικού παραδείγματος της §5.1. Επισημαίνεται ότι στόχος της διδασκαλίας της συγκεκριμένης ενότητας είναι να υποστηρίξει τη διδασκαλία των αριθμητικών και γεωμετρικών προόδων και όχι τη συστηματική και βαθύτερη μελέτη των ακολουθιών. Επομένως, αναμένεται οι μαθητές/τριες να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν την έννοια της ακολουθίας στο πλαίσιο της μελέτης των προόδων. **Ενδεικτική δραστηριότητα:** i) Ποιον κανόνα πρέπει να εφαρμόσουμε για  να υπολογίσουμε από πόσα σημεία θα αποτελείται το 7ο σχήμα ;

					ii) Από πόσα σημεία θα αποτελείται το 27ο σχήμα ;
26/02-01/03	§ **5.2** **4 (5)**	**Αριθμητική Πρόοδος** **(εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου)**	**5.2**	3	Αρχικά οι μαθητές/τριες χρειάζεται να μπορούν να αναγνωρίσουν με βάση τον ορισμό αν μια συγκεκριμένη ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος (π.χ. η άσκηση 12 της Α" Ομάδας). Στη συνέχεια, να προσδιορίζουν το ν-οστό όρο με τρόπο τέτοιο που να τους βοηθά να αντιληφθούν κανονικότητες, οι οποίες μπορούν να τους οδηγήσουν στα γενικά συμπεράσματα. Η μοντελοποίηση και επίλυση προβλημάτων (όπως οι ασκήσεις 12 της Α΄ Ομάδας και 9 και 12 της Β΄ Ομάδας) συμβάλλει στην εννοιολογική κατανόηση της έννοιας της αριθμητικής προόδου.
04-08/03	§ **5.3** **4 (5)**	**Αριθμητική Πρόοδος** **Γεωμετρική πρόοδος**	**5.3**	2 1	Το μικροπείραμα «Ας φτιάξουμε μια σκάλα»  από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά ώστε ο/η μαθητής/-ήτρια να οδηγηθεί μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην κατανόηση των εννοιών της αριθμητικής προόδου. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5155 **Η απόδειξη του τύπου για το άθροισμα των ν πρώτων όρων αριθμητικής προόδου δεν θα διδαχθεί.** Η διαπραγμάτευση της έννοιας της γεωμετρικής προόδου προτείνεται να γίνει κατ' αντιστοιχία με την έννοια της αριθμητικής προόδου.
11-15/ 03	§ **5.3**	**Γεωμετρική πρόοδος** **(εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου)**	**5.3**	3	Προτείνεται η παρακάτω ενδεικτική δραστηριότητα και η αξιοποίησή της ώστε να αντιληφθούν οι μαθητές/τριες κανονικότητες που θα τους οδηγήσουν στην εύρεση του νιοστού όρου γεωμετρικής προόδου. **Ενδεικτική δραστηριότητα:** Την ημέρα που η Μαρία γιόρταζε τα 12α γενέθλιά της, η γιαγιά της, της έδωσε 50 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της αύξανε κάθε χρόνο το ποσό του δώρου της κατά 10 ευρώ. Ο παππούς της Μαρίας της έδωσε 5 ευρώ και της είπε ότι μέχρι να γιορτάσει τα 21α γενέθλιά της θα της διπλασίαζε κάθε χρόνο, το προηγούμενο ποσό του δώρου του. Η Μαρία δυσαρεστήθηκε με την πρόταση του παππού της. Είχε δίκιο; Πόσα χρήματα θα είναι το δώρο της, στα 15α και στα 21α γενέθλια της, από τον παππού της και πόσα από τη γιαγιά της;

					Η απόδειξη του τύπου για το άθροισμα των ν πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου δεν θα διδαχθεί.
18-03-24 Καθαρά Δευτέρα					
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 **11 (15)**	**Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων**	6.1	**15**	Οι μαθητές/τριες, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α' ΕΠΑΛ μελετούν την έννοια της συνάρτησης και τις αναπαραστάσεις της με πιο συστηματικό τρόπο. Σε πολλούς/ές μαθητές/τριες δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλιπείς εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση). Για το λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές/τριες, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν πλεονεκτήματα και (ενδεχομένως) μειονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών. **Η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών/τριών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.**
19-22/03	§ **6.1** **3 (4)**	**6.1 Η Έννοια της Συνάρτησης**	6.1	3	Προτείνεται να δοθούν αρχικά συγκεκριμένα παραδείγματα μοντελοποίησης καταστάσεων που προέρχονται από αντικείμενα των τομέων που οι μαθητές/τριες θα επιλέξουν στην επόμενη τάξη , ώστε να αναδειχθεί η σημασία της έννοιας της συνάρτησης για τις εφαρμογές, και στη συνέχεια να ακολουθήσει ο τυπικός ορισμός. Η σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων μιας συνάρτησης (τύπος, πίνακας τιμών και γραφική παράσταση) μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση των εννοιών.
Δευτέρα, 25/03/2024, Γιορτή 25ης Μαρτίου					
26/03-29/ 03	§ **6.2** **4(5)**	**Η Έννοια και Γραφική Παράσταση Συνάρτησης**	6.2	3	Η ερμηνεία μιας δεδομένης γραφικής παράστασης για την επίλυση ενός προβλήματος, η αξιοποίηση ενός γραφήματος για την άντληση πληροφοριών για ένα φαινόμενο

01-05/04	§ **6.2**	**Γραφική Παράσταση Συνάρτησης**	6.2	3	και, αντιστρόφως, η δημιουργία μιας γραφικής παράστασης για την παρουσίαση ενός φαινομένου μπορούν να συμβάλλουν στην νοηματοδότηση εννοιών και διαδικασιών. Ομοίως, η γραφική επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων (για παράδειγμα, όταν δίνονται μόνο τα γραφήματα) και η γεωμετρική ερμηνεία αλγεβρικών συμπερασμάτων (όπως, για παράδειγμα, η γεωμετρική ερμηνεία της ύπαρξης ή μη λύσεων μιας δευτεροβάθμιας εξίσωσης) είναι σημαντικές ενδομαθηματικές συνδέσεις. **Επισημαίνεται ότι δεν θα διδαχθεί η εφαρμογή της σελίδας 155 (εξίσωση κύκλου).**
08-12/ 04	§ **6.3** **4(6)**	**Η Συνάρτηση f(x)= αx+β**	6.3	3	Οι μαθητές/τριες έχουν διαπραγματευθεί τη γραφική παράσταση της ευθείας y=αx+β στο Γυμνάσιο. Εδώ προτείνεται να δοθεί έμφαση στη διερεύνηση του ρόλου των παραμέτρων α και β στη γραφική παράσταση της f(x)=αx+β, ώστε να προκύψουν οι σχετικές θέσεις ευθειών στο επίπεδο (πότε είναι παράλληλες μεταξύ τους, πότε ταυτίζονται, πότε τέμνουν τον άξονα y'y στο ίδιο σημείο). Επίσης προτείνεται, αφού οι μαθητές/τριες παρατηρήσουν (με χρήση της γραφικής παράστασης και του πίνακα τιμών συγκεκριμένων συναρτήσεων) πώς μεταβάλλονται οι τιμές της συνάρτησης όταν μεταβάλλεται η ανεξάρτητη μεταβλητή, να διερευνήσουν το ρόλο της παραμέτρου α. Η κλίση ευθείας ως λόγος μεταβολής βοηθά τους/τις μαθητές/τριες να συνδέσουν τον συντελεστή διεύθυνσης με τη συγκεκριμένη γωνία ω (όπως στο τρίγωνο ΑΚΒ του σχήματος που περιλαμβάνεται στη θεωρία αυτής της παραγράφου). Προτείνεται, τα παραπάνω να συνδέονται κάθε φορά με συγκεκριμένα παραδείγματα. Για παράδειγμα, με δεδομένο ότι σε κάποιο ταξί το κόστος του χλμ είναι 0,6€ και η σημαία είναι 2,4€, οι μαθητές μπορούν να προσεγγίσουν γεωμετρικά τον ρόλο του 0,6 στην ευθεία y=0,6x+2,4 ως τη μεταβολή του y όταν αυξηθεί κατά 1 το x.
15-19/04	§ **6.3**	**Η Συνάρτηση f(x)= αx+β**	6.3	3	**Ενδεικτική δραστηριότητα:** Το μικροπείραμα «Ο ρόλος των συντελεστών στην y=αx+β» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στη συνάρτηση f(x)=αx+β μέσω της διερεύνησης του ρόλου κάθε συντελεστή στο σχηματισμό της ευθείας y=αx+β και ερμηνείας της σχέσης των μελών της κάθε μιας από τις δυο

					οικογένειες ευθειών, για α σταθερό και β μεταβαλλόμενο και αντίστροφα.  http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1774
22-26/04	**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ**				
29/04-10/05/2024 ΔΙΑΚΟΠΕΣ ΠΑΣΧΑ **01/05/2024 ΚΑΛΗ ΠΡΩΤΟΜΑΓΙΑ**					
13/05-τέλος	**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ - ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ ΚΑΙ ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΙΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ** **Διδακτέα-Εξεταστέα Ύλη** **Εισαγωγικό κεφάλαιο (2)** Ε.2 Σύνολα (2) **Κεφ.$2_{ο}$: Οι Πραγματικοί Αριθμοί (21)** 2.1 Οι Πράξεις και οι Ιδιότητές τους (6) 2.2 Διάταξη Πραγματικών Αριθμών (εκτός της απόδειξης της ιδιότητας 4) (6) 2.3 Απόλυτη Τιμή Πραγματικού Αριθμού (6) 2.4 Ρίζες Πραγματικών Αριθμών (εκτός των ιδιοτήτων 3 και 4) (3) **Κεφ.$3_{ο}$: Εξισώσεις (14)** 3.1 Εξισώσεις $1_{ου}$ Βαθμού (5) 3.2 Η Εξίσωση (2) 3.3 Εξισώσεις $2_{ου}$ Βαθμού (χωρίς τις αποδείξεις) (7) **Κεφ.$4_{ο}$: Ανισώσεις (10)** 4.1 Ανισώσεις $1_{ου}$ Βαθμού (5) 4.2 Ανισώσεις $2_{ου}$ Βαθμού (5) **Κεφ.$5_{ο}$: Πρόοδοι (10)** 5.1 Ακολουθίες (2) 5.2 Αριθμητική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων (4) αριθμητικής προόδου) 5.3 Γεωμετρική πρόοδος (εκτός της απόδειξης για το άθροισμα ν διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου) (4) **Κεφ.$6_{ο}$: Βασικές Έννοιες των Συναρτήσεων (11)** 6.1 Η Έννοια της Συνάρτησης 6.2 Γραφική Παράσταση Συνάρτησης (χωρίς την απόσταση σημείων) 6.1. και 6.2. (7) 6.3 Η Συνάρτηση f(x)= αx+β (4) **ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**				

Νέα Σμύρνη, Οκτώβριος 2023
Μαγδαληνή Κοκκαλιάρη
ΣΕ ΠΕ03 Δ Αθήνας-4ου ΠΕΚΕΣ Αττικής