|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Μήνας** | **Παράγραφος** | **Διδ. ώρες** | **Οδηγίες διδασκαλίας** |
| **ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ** | **Εισαγωγή στην Ευκλείδεια Γεωμετρία: 1 διδακτική ώρα** | | |
| **Εισαγωγή** | **1** | Στόχος της εισαγωγής είναι η διάκριση και επισήμανση των διαφορετικών χαρακτηριστικών της Πρακτικής Γεωμετρίας, που οι μαθητές/-ήτριες διδάχθηκαν σε προηγούμενες τάξεις, και της Θεωρητικής Γεωμετρίας που θα διδαχθούν στο Λύκειο. Κάποια ζητήματα που θα μπορούσαν να συζητηθούν για την ανάδειξη των πλεονεκτημάτων της Θεωρητικής Γεωμετρίας έναντι της Πρακτικής, είναι: Η αδυναμία ακριβούς μέτρησης, η ανάγκη μέτρησης αποστάσεων μεταξύ απρόσιτων σημείων, η αναξιοπιστία των εμπειρικών προσεγγίσεων (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ1 και Δ2 του ΠΣ) Για να αποκτήσουν οι μαθητές/-ήτριες μια πρώτη αίσθηση των βασικών αρχών της ανάπτυξης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας ως αξιωματικoύ συστήματος, προτείνεται να εμπλακούν σε μια συζήτηση σχετικά με τη σημασία και το ρόλο των όρων «πρωταρχική έννοια», «ορισμός», «αξίωμα», «θεώρημα», «απόδειξη». Στοιχεία της ιστορικής εξέλιξης της Γεωμετρίας μπορούν να αξιοποιηθούν από το 1ο κεφάλαιο και να αποτελέσουν ένα πλαίσιο αναφοράς στο οποίο θα αναδειχθούν τα παραπάνω ζητήματα. |
| **2ο κεφάλαιο «Τα βασικά γεωμετρικά σχήματα»: 2 διδακτικές ώρες** | | |
| **2.16 Απλές σχέσεις γωνιών** | **2** | Σε συνέχεια της συζήτησης που περιγράφεται παραπάνω (στην Εισαγωγή), προτείνεται η διαπραγμάτευση στην τάξη των θεωρημάτων της παραγράφου 2.16 αφενός ως εισαγωγή στην αποδεικτική διαδικασία, που περιλαμβάνει τη διερεύνηση, την εικασία και την αναζήτηση λογικών συλλογισμών που υποστηρίζουν ή απορρίπτουν την εικασία και αφετέρου ως συμπεράσματα τα οποία χρησιμοποιούνται πολύ συχνά στη συνέχεια. |
|  | **3ο κεφάλαιο «Τρίγωνα»: 18 διδακτικές ώρες** | | |
| **ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ** | **3.1 Στοιχεία** **και** **είδη τριγώνων** | **3** | Οι μαθητές/τριες έχουν διαπραγματευθεί το μεγαλύτερο μέρος του περιεχομένου των παραγράφων 3.1 έως 3.6 στο Γυμνάσιο. Προτείνεται να δοθεί έμφαση σε κάποια στοιχεία όπως:  α) Η σημασία της ισότητας των ομόλογων πλευρών στη σύγκριση τριγώνων.  β) Η διαπραγμάτευση παραδειγμάτων τριγώνων με τρία ή περισσότερα κύρια στοιχεία τους ίσα, τα οποία -τρίγωνα- δεν είναι ίσα. Για παράδειγμα, αν κατασκευάσουμε ένα τρίγωνο με πλευρές 10, 12 και 14,4 εκατοστά και το φωτοτυπήσουμε με μεγέθυνση 120%, το νέο τρίγωνο θα έχει 5 από τα 6 κύρια στοιχεία του ίσα με το αρχικό (τρεις γωνίες και δύο πλευρές), αλλά προφανώς τα τρίγωνα δεν είναι ίσα.  γ) Ο σχεδιασμός σχημάτων με βάση τις λεκτικές διατυπώσεις των γεωμετρικών προτάσεων (ασκήσεων, θεωρημάτων) και αντίστροφα.  δ) Η διατύπωση των γεωμετρικών συλλογισμών των μαθητών/-ητριών από τους/τις ίδιους/-ες.  ε) Η ισότητα τριγώνων, ως μια στρατηγική απόδειξης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων ή γωνιών (σχόλιο στο τέλος της §3.2).  στ) Ο εντοπισμός κατάλληλων τριγώνων, σε σύνθετα σχήματα, για σύγκριση (όπως, για παράδειγμα, στις αποδεικτικές ασκήσεις 2 της σελ. 48 και 4 της σελ. 54).  ζ) Η σημασία της «βοηθητικής γραμμής» στην αποδεικτική διαδικασία (πόρισμα I της §.3.2).  Οι αποδείξεις των θεωρημάτων και των πορισμάτων των παραγράφων 3.2, 3.4, 3.6 δεν αποτελούν εξεταστέα ύλη. Ωστόσο, οι αποδείξεις των πορισμάτων αυτών των παραγράφων προτείνεται να συζητηθούν στην τάξη ως ασκήσεις εφαρμογής των κριτηρίων ισότητας τριγώνων αντί πιο σύνθετων ασκήσεων, και ως μέσο μιας ολιστικής θεώρησης των ιδιοτήτων των τριγώνων.  Συγκεκριμένα προτείνεται:  • Να ενοποιηθούν σε μια πρόταση οι προτάσεις που ταυτίζουν τη διχοτόμο, τη διάμεσο και το ύψος από τη κορυφή ισοσκελούς τριγώνου (πόρισμα I της §3.2, πόρισμα I της §3.4, πόρισμα I της §3.6).  • Μαζί με την πρόταση αυτή να γίνει η διαπραγμάτευση της εφαρμογής 2 της §3.12 για την απόδειξη της οποίας αρκούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.  • Σαν μια ενιαία πρόταση, να ζητηθεί από τους μαθητές/-ήτριες να δείξουν ότι σε ίσα τρίγωνα τα δευτερεύοντα στοιχεία τους (διάμεσος, ύψος, διχοτόμος) που αντιστοιχούν σε ομόλογες πλευρές είναι επίσης ίσα (π.χ. άσκηση 1i Εμπέδωσης της &3.4, άσκηση 4 Εμπέδωσης της &3.6). Ενιαία μπορούν να αντιμετωπιστούν, ως αντίστροφες προτάσεις, τα πορίσματα ΙV της §3.2 και ΙΙΙ, ΙV της §3.4 που αναφέρονται στις σχέσεις των χορδών και των αντίστοιχων τόξων.  Ενδεικτική δραστηριότητα 2: http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2277  Με το μικροπείραμα «Ύψος, Διάμεσος και διχοτόμος της κορυφής ισοσκελούς τριγώνου» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι  μαθητές/τριες οδηγούνται μέσα από πειραματισμούς και εικασίες στην εύρεση της σχέσης που συνδέει το ύψος, τη διάμεσο και τη διχοτόμο της κορυφής ενός ισοσκελούς τριγώνου. Παράλληλα μαθαίνουν για το ρόλο της εικασίας και του πειραματισμού στη διαδικασία της εύρεσης σχέσεων  μεταξύ γεωμετρικών αντικειμένων. |
| **3.2 1ο Κριτήριο ισότητας**  (εκτός των αποδείξεων) |
| **3.3 2ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος) | **3** |
| **3.4 3ο Κριτήριο ισότητας τριγώνων**  (εκτός των αποδείξεων) |
| **3.5 Ύπαρξη και μοναδικότητα καθέτου**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος) | **3** |
| **ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ** | **3.6 Κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων**  (εκτός των αποδείξεων) |
| **3.7 Κύκλος** - **Μεσοκάθετος** - **Διχοτόμος** | **1** | Με στόχο την ανάδειξη της διδακτικής αξίας των γεωμετρικών τόπων προτείνεται τα πορίσματα ΙΙΙ της §3.2 και ΙΙ της §3.4, που αφορούν στη μεσοκάθετο τμήματος, καθώς και το 4 θεώρημα ΙV της §3.6, που αφορά στη διχοτόμο γωνίας, να διδαχθούν ενιαία ως παραδείγματα βασικών γεωμετρικών τόπων. Συγκεκριμένα, προτείνεται οι μαθητές/τριες πρώτα να εικάσουν τους συγκεκριμένους γεωμετρικούς τόπους και στη συνέχεια να τους αποδείξουν. |
| **3.10** **Σχέση εξωτερικής και απέναντι γωνίας**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος) | **3** | Η ύλη των παραγράφων αυτών είναι νέα για τους/τις μαθητές/-ήτριες. Να επισημανθεί  στους/στις μαθητές/-ήτριες ότι η τριγωνική ανισότητα αποτελεί κριτήριο για το πότε τρία  ευθύγραμμα τμήματα αποτελούν πλευρές τριγώνου (προτείνονται οι δραστηριότητες Δ9,  Δ10 και Δ11 του ΠΣ). Στόχος είναι οι μαθητές/-ήτριες να διαπιστώσουν την αναγκαιότητά της,  για την κατασκευή ενός τριγώνου όπως για παράδειγμα στην Ερώτηση Κατανόησης 3, αλλά  και για τη λειτουργικότητά της όπως για παράδειγμα στην αποδεικτική άσκηση 4 που  διαπραγματεύεται την απόσταση σημείου από κύκλο. |
| **3.11** **Ανισοτικές σχέσεις πλευρών και γωνιών**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος) |
| **3.12** **Τριγωνική ανισότητα**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος) |
| **3.14** **Σχετικές θέσεις ευθείας και κύκλου**  (εκτός της απόδειξης του θεωρήματος Ι) | **3** | Τα συμπεράσματα της §3.14 είναι γνωστά στους/στις μαθητές/-ήτριες από το Γυμνάσιο. Το  περιεχόμενο της §3.16 δεν είναι γνωστό στους/στις μαθητές/-ήτριες και χρειάζεται και για  τις γεωμετρικές κατασκευές που ακολουθούν. |
| **3.15** **Εφαπτόμενα τμήματα** |
| **ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ** | **3.16** **Σχετικές θέσεις δυο κύκλων** |
| **3.17** **Απλές γεωμετρικές κατασκευές** | **2** | Η διαπραγμάτευση των γεωμετρικών κατασκευών συμβάλλει στην κατανόηση των σχημάτων από τους / τις μαθητές/τριες με βάση τις ιδιότητές τους καθώς και στην ανάπτυξη της αναλυτικής και συνθετικής σκέψης η οποία μπορεί να αξιοποιηθεί και σε εξωμαθηματικές γνωστικές περιοχές. Προτείνεται να γίνουν κατά προτεραιότητα τα προβλήματα 2 και 4 της §3.17 και τα προβλήματα 2 και 3 της §3.18. |
| **3.18** **Βασικές κατασκευές τριγώνων** |
| **4ο κεφάλαιο: Παράλληλες ευθείες: 9 διδακτικές ώρες** | | |
| **4.1** **Εισαγωγή** | **5** | Το σημαντικότερο θέμα στις παραγράφους αυτές αποτελεί το «αίτημα παραλληλίας» το οποίο καθορίζει τη φύση της Γεωμετρίας στην οποία αναφερόμαστε. Η σημασία του «αιτήματος παραλληλίας», για τη Γεωμετρία την ίδια και για την ιστορική της εξέλιξη, μπορεί να διαφανεί από στοιχεία που παρέχονται στο ιστορικό σημείωμα στο τέλος του κεφαλαίου. Οι μαθητές/-ήτριες είναι σημαντικό να αναγνωρίσουν την αδυναμία χρήσης του ορισμού των παραλλήλων ευθειών, καθώς και τη σημασία των προτάσεων της §4.2 (που προηγούνται του «αιτήματος παραλληλίας») ως εργαλεία για την απόδειξη της παραλληλίας δύο ευθειών. Προτείνεται να διερευνήσουν οι μαθητές/-ήτριες τη σχέση του θεωρήματος και της Πρότασης I της §4.2 με στόχο να αναγνωρίσουν ότι το ένα είναι το αντίστροφο του άλλου. Προτείνεται επίσης, με αφορμή τη διαπραγμάτευση των θεωρημάτων της παραγράφου 4.5 να επισημανθεί η στρατηγική που χρησιμοποιείται στις αποδείξεις των θεωρημάτων σχετικά με το πώς δείχνουμε ότι τρεις ευθείες διέρχονται από το ίδιο σημείο, γιατί δεν είναι οικεία στους/στις μαθητές/-ήτριες. |
| **4.2** **Τέμνουσα δύο ευθειών - Ευκλείδειο αίτημα**  (εκτός της απόδειξης του πορίσματος ΙΙ και των  προτάσεων Ι, ΙΙ, ΙΙΙ και ΙV) |
| **4.3** **Κατασκευή παράλληλης ευθείας** |
| **ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ** | **4.4** **Γωνίες με πλευρές παράλληλες** |
| **4.5** **Αξιοσημείωτοι κύκλοι τριγώνου** |
| **4.6** **Άθροισμα γωνιών τριγώνου** | **3** | Προτείνεται το θεώρημα της §4.6 να συνδεθεί με τα πορίσματα της §3.10, ώστε οι μαθητές/-ήτριες να αναγνωρίσουν ότι το συμπέρασμα του θεωρήματος είναι ισχυρότερο από τα πορίσματα και ότι αυτό οφείλεται στη χρήση του «αιτήματος παραλληλίας» στην απόδειξή του. Το ίδιο ισχύει και για το πόρισμα (i) της §4.6 σε σχέση με το Θεώρημα της §3.10. Προτείνεται οι μαθητές/-ήτριες, χρησιμοποιώντας το άθροισμα των γωνιών τριγώνου, να βρουν το άθροισμα των γωνιών τετραπλεύρου, πενταγώνου κ.α., να εικάσουν το άθροισμα των γωνιών ν-γώνου και να αποδείξουν την αντίστοιχη σχέση (προτείνεται η δραστηριότητα Δ7 του ΠΣ). Δίνεται έτσι η δυνατότητα σύνδεσης Γεωμετρίας και Άλγεβρας. Να επισημανθεί, επίσης, η σταθερότητα του αθροίσματος των εξωτερικών γωνιών ν-γώνου. |
| **4.7** **Γωνίες με πλευρές κάθετες** |
| **4.8** **Άθροισμα γωνιών κυρτού ν-γώνου**  (εκτός της απόδειξης του πορίσματος) |
| **Ιστορικό Σημείωμα** | **1** | Στο ιστορικό σημείωμα αναδεικνύεται η σημασία του 5ου αιτήματος στην δημιουργία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας και παρουσιάζεται η συζήτηση και οι αναζητήσεις που προκάλεσε η διατύπωσή του, μέχρι τον 19ο αιώνα, και που τελικά οδήγησαν στη δημιουργία των μη-Ευκλείδειων Γεωμετριών. Προτείνεται, η θεματολογία του ιστορικού σημειώματος, να χρησιμοποιηθεί για να γίνουν σχετικές εργασίες |
|  | **5ο κεφάλαιο «Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια»: 19 διδακτικές ώρες** | | |
| **ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ** | **5.1** **Εισαγωγή** | **4** | Να επισημανθεί ότι καθένα από τα κριτήρια για τα παραλληλόγραμμα περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του παραλληλογράμμου (προτείνεται η δραστηριότητα Δ12 του ΠΣ). Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/τριες να διερευνήσουν αν ένα τετράπλευρο με τις δυο απέναντι πλευρές παράλληλες και τις άλλες δυο ίσες είναι παραλληλόγραμμο. |
| **5.2** **Παραλληλόγραμμα** |
| **5.3** **Ορθογώνιο** | **5** | Να επισημανθεί ότι κάθε ένα από τα κριτήρια για να είναι ένα τετράπλευρο ορθογώνιο ή ρόμβος ή τετράγωνο περιέχει τις ελάχιστες ιδιότητες που απαιτούνται για να είναι ισοδύναμο με τον ορισμό του ορθογωνίου ή του ρόμβου ή του τετραγώνου αντίστοιχα. Επιδιώκεται οι μαθητές/-ήτριες να αναγνωρίζουν τα είδη των παραλληλογράμμων (ορθογώνιο, ρόμβος, τετράγωνο) με βάση τα αντίστοιχα κριτήρια και όχι με βάση κάποια πρότυπα σχήματα που συνδέονται με την οπτική γωνία που τα κοιτάμε. Να δοθεί έμφαση στην ταξινόμηση των παραλληλογράμμων με βάση τις ιδιότητές τους (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1) για την άρση της παρανόησης που δημιουργείται σε μαθητές/-ήτριες, ότι ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο ή ένα τετράγωνο δεν είναι ρόμβος. Προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να διερευνήσουν: αν ένα τετράπλευρο με ίσες διαγώνιες είναι ορθογώνιο και αν ένα τετράπλευρο με κάθετες διαγώνιες είναι ρόμβος.  Ενδεικτική δραστηριότητα 1: Να δημιουργήσετε διαγραμματική  αναπαράσταση της ταξινομίας των παραλληλογράμμων (π.χ. με χρήση  εννοιολογικού χάρτη, διαγράμματος Venn).  Ενδεικτική δραστηριότητα 2: Η άσκηση εμπέδωσης 3 του σχολικού βιβλίου προτείνεται να υλοποιηθεί  διερευνητικά με ψηφιακά εργαλεία και μία κατασκευή όπως αυτή που προτείνεται στο μικροπείραμα «Τι σχήμα δημιουργούν οι διχοτόμοι των γωνιών ενός παραλληλογράμμου;» από τα εμπλουτισμένα σχολικά  βιβλία. Με τη βοήθεια του λογισμικού οι μαθητές/-ήτριες μεταβάλλουν τις γωνίες και τις πλευρές ενός παραλληλογράμμου για να δημιουργήσουν την εικασία σχετικά με το σχήμα που δημιουργείται από τις διχοτόμους, ενώ στη συνέχεια αποδεικνύουν την εικασία αυτή.  <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5825> |
| **5.4** **Ρόμβος** |
| **ΜΑΡΤΙΟΣ** | **5.5** **Τετράγωνο** |
| **5.6** **Εφαρμογές στα τρίγωνα** | **6** | Σχετικά με την μεσοπαράλληλο δύο παραλλήλων, προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να εικάσουν σε ποια γραμμή ανήκουν τα σημεία που ισαπέχουν από δυο παράλληλες ευθείες και στη συνέχεια να αποδείξουν ότι η μεσοπαράλληλή τους είναι ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος. Προτείνεται, επίσης, η διαπραγμάτευση στην τάξη της Εφαρμογής 1 της §5.6. Στην §5.8 προτείνεται να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/-ήτριες να διερευνήσουν τα είδη των τριγώνων που το ορθόκεντρο είναι μέσα ή έξω από το τρίγωνο. Προτείνεται επίσης η διαπραγμάτευση της αποδεικτικής άσκησης 10 ώστε οι μαθητές/-  ήτριες να αξιοποιήσουν τις ιδιότητες των παραλληλογράμμων στην επίλυση προβλήματος. Τέλος, θα μπορούσαν να αναζητηθούν εναλλακτικές αποδείξεις για τα θεωρήματα που αφορούν στις ιδιότητες του ορθογωνίου τριγώνου.  Ενδεικτική δραστηριότητα:  Προτείνεται να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά το μικροπείραμα «Η σχέση της υποτείνουσας ενός ορθογωνίου τριγώνου με τη διάμεσο που αντιστοιχεί σ’ αυτήν και επίλυση προβλημάτων με τη σχέση αυτή».  <http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5781> |
| **5.7** **Βαρύκεντρο τριγώνου** |
| **5.8** **Το ορθόκεντρο τριγώνου** |
| **ΑΠΡΙΛΙΟΣ** | **5.9** **Μια ιδιότητα του ορθογώνιου τριγώνου** |
| **5.10** **Τραπέζιο**  (εκτός των αποδείξεων) | **4** | Εκτός από το συγκεκριμένο αντικείμενο των παραγράφων αυτών, προτείνεται να εμπλακούν οι μαθητές/-ήτριες στην επίλυση προβλημάτων που συνδυάζουν γεωμετρικά θέματα από όλο το κεφάλαιο, όπως η δραστηριότητα 1 και η εργασία στο τέλος του κεφαλαίου. Προτείνεται επίσης να συζητηθεί με τους/τις μαθητές/-ήτριες η ταξινόμηση των τετραπλεύρων του σχολικού βιβλίου (σελ. 125) και, κατά την κρίση του/της εκπαιδευτικού, η συσχέτιση με άλλες ταξινομήσεις όπως αναφέρονται στο ιστορικό σημείωμα. |
| **5.11** **Ισοσκελές τραπέζιο** |
| **ΜΑΪΟΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ** | | | |