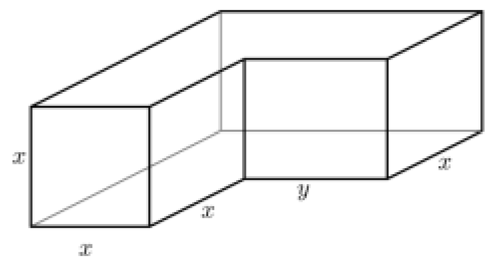
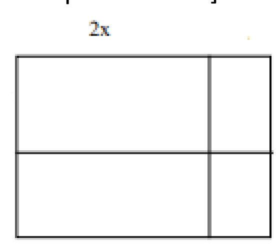
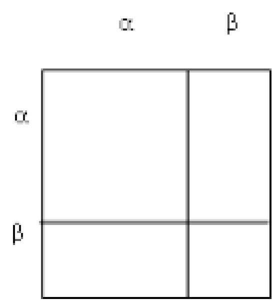
ΣΧΕΔΙΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΥΛΗΣ Γ΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΧ. ΕΤΟΥΣ 2023-24

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΜΗΝΑΣ	ΩΡΕΣ	ΕΝΟΤΗΤΕΣ	ΟΔΗΓΙΕΣ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	**6**	**1.1 Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς (3 ώρες)** **1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα (1 ώρα)** **Α. Αλγεβρικές παραστάσεις - Μονώνυμα (1 ώρα)** **Β. Πράξεις με μονώνυμα (1 ώρα)**	**1.1** Ο χαρακτήρας της παραγράφου είναι επαναληπτικός. Προτεραιότητα πρέπει να δοθεί σε ερωτήσεις κατανόησης και ασκήσεις εννοιολογικού και υπολογιστικού περιεχομένου και όχι σε ασκήσεις αλγοριθμικού προσανατολισμού με αυξημένη δυσκολία. Επειδή ο λογισμός με ρίζες δεν είναι αυτοσκοπός, να μη διδαχθούν η εφαρμογή 1 (όσον αφορά τη γενίκευση της $\sqrt{\alpha^2\beta} = \alpha\sqrt{\beta}$), η εφαρμογή 3 (σελ. 21) (μετατροπή κλάσματος σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή) και οι ασκήσεις 6 και 8 (σελ. 24). Επιπλέον προτείνεται η αποφυγή ασκήσεων που απαιτούν σύνθετο λογισμό με ρίζες, όπως οι 2δ), 3 και 7δ (σελ. 23, 24) Προτείνονται: • Παραδείγματα 1, 2 σ. 14 • Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 15 • Ασκήσεις 1, 4 σ. 16-17 • Παραδείγματα 1, 2 σ. 17 • Παράδειγμα 3 σ. 18 • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 18 • Να δοθούν επιλεκτικά ερωτήματα από τις ασκήσεις 1, 2, 3 σ. 19. • Δραστηριότητα σ. 20 • Παράδειγμα 2 σ. 21 • Παράδειγμα 4 σ. 22 • Ερωτήσεις κατανόησης 3, 4 σ. 22-23 • Άσκηση 2 α), β) σ. 23 & • Ασκήσεις 7 α), β), γ) & 11 σ. 24 (η άσκηση 11 συνδέει γεωμετρικές και αλγεβρικές έννοιες). Ενδεικτική δραστηριότητα: Η Μαρία υπολόγισε το γινόμενο $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$ και το βρήκε 15. Ο Γιάννης ισχυρίστηκε ότι δεν μπορεί το αποτέλεσμα να είναι ακέραιος. Πώς νομίζετε ότι οδηγήθηκε ο Γιάννης σε αυτό συμπέρασμα; Συμφωνείτε με το Γιάννη ή με τη Μαρία και γιατί; [Σχόλιο: Μια πιθανή πορεία της διερεύνησης των μαθητών περιλαμβάνει: αναζήτηση από τους/τις μαθητές/ριες ερμηνειών για τις απόψεις που περιγράφονται στο σενάριο, εικασία για την ιδιότητα που ίσως ισχύει και διερεύνηση με παραδείγματα, ανάδειξη της ανάγκης μιας γενικής απόδειξης της ιδιότητας και δημιουργία της απόδειξης. Προτείνεται ο/η εκπαιδευτικός να επιλέξει το ρόλο του/της συντονιστή/ριας της συζήτησης, αφήνοντας χρόνο στους/στις μαθητές/ριες να αναπτύξουν πρωτοβουλίες. Επεκτάσεις αυτής της πορείας θα μπορούσε να είναι η διερεύνηση του αν ισχύουν αντίστοιχες ιδιότητες για το άθροισμα, τη διαφορά και το πηλίκο αριθμών. Αυτή η διερεύνηση δίνει τη δυνατότητα να συζητηθούν η έννοια και ο ρόλος της αλγεβρικής απόδειξης και του αντιπαραδείγματος. Με αφορμή αυτό το πρόβλημα μπορούν να αναδειχθούν τα μειονεκτήματα της χρήσης υπολογιστή τσέπης και η αξία των ιδιοτήτων των ριζών (αφού, ο πολλαπλασιασμός $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$ με το κομπιουτεράκι μπορεί να μη δώσει το σωστό αποτέλεσμα 15, λόγω προσεγγίσεων)]

		1.2 Μονώνυμα – Πράξεις με μονώνυμα (1 ώρα) **Α. Αλγεβρικές παραστάσεις - Μονώνυμα (1 ώρα)** **Β. Πράξεις με μονώνυμα (1 ώρα)**	**1.2** <u>ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΚΑΤΩ</u>
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	**12**	**1.3 Πολυώνυμα – Πρόσθεση και Αφαίρεση πολυωνύμων (2 ώρες)** **1.4 Πολλαπλασιασμός πολυωνύμων (2 ώρες)** **1.5 Αξιοσημείωτες ταυτότητες (χωρίς το (ε) Άθροισμα κύβων - Διαφορά κύβων) (7 ώρες)**	**1.2, 1.3 και 1.4** Κατά την διδασκαλία των παραγράφων αυτών οι έννοιες θα προσεγγιστούν περιγραφικά και με παραδείγματα. Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 25 η οποία μπορεί να εμπλουτιστεί με την έκφραση του όγκου στο παρακάτω στερεό:  • Παραδείγματα 1, 3 σ. 26-27 • Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 28 (χωρίς την τελευταία στήλη) • Ασκήσεις 6, 7 σ. 29 • Παραδείγματα 1, 3 σ. 31 • Ασκήσεις 1, 5, 6 σ. 32 • Παραδείγματα 1 α), 2 σ. 34-35. Σημειώνεται ότι η έννοια της ισότητας πολυωνύμων διδάσκεται για λόγους πληρότητας και δεν προσφέρεται για επίλυση. • Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 36 • Ασκήσεις 3, 5, 6 σ. 36-37 • Παράδειγμα 1 σ. 39 • Ασκήσεις 1, 4, 7 σ. 41 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u> Υπολογίστε το γινόμενο (2x+4)(x+5), α) χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα, β) χρησιμοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα. Πώς σχετίζονται μεταξύ τους τα βήματα των δύο διαδικασιών; [Σχόλιο: Το γεωμετρικό πλαίσιο μπορεί να υποστηρίξει την κατανόηση της χρήσης της επιμεριστικής ιδιότητας στον πολλαπλασιασμό πολυωνύμων. Ο στόχος της δραστηριότητας είναι η δημιουργία συνδέσεων μεταξύ της επιμεριστικής ιδιότητας και εικονικών (γεωμετρικών) αναπαραστάσεων.]  **1.5** Δεν θα διδαχθεί η υποπαράγραφος ε) της σ. 44. Προτείνονται: • Παραδείγματα 1, 3 σ. 45 • Ασκήσεις 2, 6 σ. 49.

			Επίσης προτείνεται να γίνει επιλογή από τις ασκήσεις 13, 15, 16 της σ. 50 • Το τρίγωνο του Pascal (σ. 51) μπορεί να αποτελέσει διερευνητική δραστηριότητα εκτός τάξης. Ενδεικτική δραστηριότητα 1η : α) Ποια σχέση νομίζετε ότι έχουν οι παραστάσεις $(\alpha+\beta)^2$και α^2+β^2 ; Είναι ίσες ή άνισες; Με ποιο τρόπο μπορείτε να το διαπιστώσετε; β) Χρησιμοποιήστε το παρακάτω σχήμα, για να υπολογίσετε το $(\alpha+\beta)^2$. γ) Διερευνήστε αν μπορεί ποτέ να ισχύει ο ισχυρισμός που κάνατε στο πρώτο ερώτημα.  Ενδεικτική δραστηριότητα 2η : Το μικροπείραμα «Το ανάπτυγμα της ταυτότητας $(\alpha+\beta)^2$» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη γεωμετρική και αλγεβρική απόδειξη της ταυτότητας $(\alpha+\beta)^2$ μέσω της σύνδεσης αλγεβρικών και γεωμετρικών οντοτήτων. Οι μαθητές/ριες ανακαλύπτουν σταδιακά το αλγεβρικά ισοδύναμο ανάπτυγμα του τετραγώνου του αθροίσματος δυο όρων με τη βοήθεια δυναμικού χειρισμού κατάλληλων σχημάτων, επαληθεύουν με αριθμητικά παραδείγματα την εικασία τους και την αποδεικνύουν αλγεβρικά. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1890
		1.6 Παραγοντοποίηση αλγεβρικών χωρίς τις υποπαραγράφους (δ) άθροισμα διαφορά κύβων και (στ) παραγοντοποίηση τριωνύμου (7 ώρες)	**1.6** Εξαιρούνται από την διδασκαλία η υποπαράγραφος δ) σ. 56, το πρώτο παράδειγμα αυτής της σελίδας και η υποπαράγραφος στ) της σελίδας 57. Προτείνονται: • Να επισημανθεί η σύνδεση της εξαγωγής κοινού παράγοντα με την επιμεριστική ιδιότητα . • Είναι σημαντικό να αναδειχθεί η διευκόλυνση που προσφέρει η παραγοντοποίηση στην επίλυση εξισώσεων και στον λογισμό με ρητές παραστάσεις που ακολουθεί στις επόμενες παραγράφους. Για τον σκοπό αυτό, προτείνεται αρχικά να γίνει αναφορά στην ιδιότητα ότι το γινόμενο δύο πραγματικών αριθμών είναι μηδέν αν και μόνο αν κάποιος από αυτούς (ή και οι δύο) είναι μηδέν. Στη συνέχεια ως δραστηριότητα να δοθεί για επίλυση η εξίσωση $x(x+1)(x-1)=0$ Κατόπιν να ζητηθεί η απόδειξη της $x(x+1)(x-1)=x^3-x$ και τέλος να ζητηθεί η επίλυση της εξίσωσης $x^3-x=0$ Στη συνέχεια να τονιστεί ότι σκοπός του της παραγράφου είναι η μετατροπή αθροισμάτων όπως το x^3-x σε γινόμενα. • Ερώτηση κατανόησης 5 σ. 59. Να μην διδαχθούν οι 6, 7 σ. 59-60. • Από τις ασκήσεις της σ. 61 να μην διδαχθούν οι 12, 13, 14, 19 και προτείνεται να γίνει από τον διδάσκοντα επιλογή κάποιων ερωτημάτων από τις υπόλοιπες

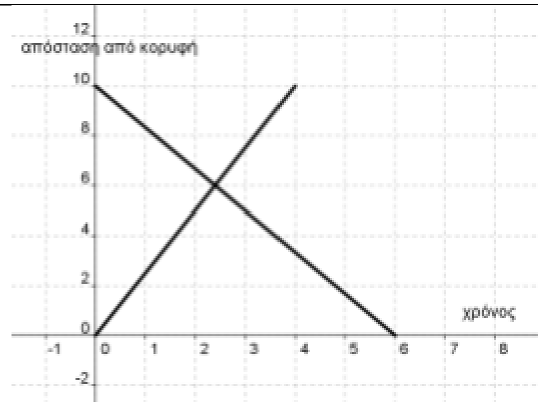
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	**10**	**1.8 Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. ακεραίων αλγεβρικών παραστάσεων (1 ώρα)** **1.9 Ρητές αλγεβρικές παραστάσεις (2 ώρες)**	**1.8 και 1.9** Προτείνονται: • Από την §1.8 θα διδαχθεί μόνο η έννοια του ελαχίστου κοινού πολλαπλασίου μέσω της δραστηριότητας της σελίδας 68 και των παραδειγμάτων 1, 2 σ. 69 (μόνο για το ΕΚΠ). Προτείνεται να μην γίνουν άλλες ασκήσεις στο ΕΚΠ. • <u>Σημειώνεται ότι η διδασκαλία της έννοιας του μέγιστου κοινού διαιρέτη μπορεί να παραλειφθεί χωρίς να δημιουργήσει προβλήματα αφού οι απλοποιήσεις μπορούν να γίνονται με παραγοντοποίηση</u>. Σε κάθε περίπτωση η έννοια του ΜΚΔ δεν αποτελεί αντικείμενο εξέτασης. • Δραστηριότητα σ. 71. Προτείνεται επιπλέον να συζητηθεί για ποια τιμή του x η παράσταση του ερωτήματος 1, είναι ίση με το μηδέν. • Εφαρμογές 1, 2 (μόνο τα ερωτήματα α) β) και όχι το γ) σ. 72. • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 4 σ. 73. • Ασκήσεις 1, 2, 3 (χωρίς το ερώτημα η)) σ. 74. Ενδεικτική δραστηριότητα: α) Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 60 και 225 και να βρείτε το ΕΚΠ τους. β) Με τον ίδιο τρόπο, να βρείτε το ΕΚΠ: I) των μονωνύμων $6x^2y$ και $9xy^3$ .II) των πολυωνύμων x^2-1 και x^2+x . [Σχόλιο: Μέσα από αυτή τη δραστηριότητα επιδιώκεται η διερεύνηση της έννοιας του ΕΚΠ μονώνυμων και απλών πολυωνύμων και ανάπτυξη στρατηγικών υπολογισμού του. Η ανάδειξη των αναλογιών με την ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και το ΕΚΠ φυσικών έχει στόχο την απόδοση νοήματος στους αλγόριθμους της παραγοντοποίησης και του ΕΚΠ πολυωνύμων. Οι μαθητές/ριες μπορούν να οδηγηθούν στη διατύπωση του κανόνα εύρεσης του ΕΚΠ μέσα από προσπάθειες και βελτιώσεις. Η αναζήτηση αιτιολογήσεων του κανόνα είναι χρήσιμη και μπορεί να γίνει πρώτα για τους φυσικούς και να επεκταθεί στα μονώνυμα και στα πολυώνυμα].
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	**8**	**1.10 Πράξεις ρητών παραστάσεων** **Α. Πολλαπλασιασμός (2 ώρες)** **Β. Πρόσθεση – Αφαίρεση ρητών παραστάσεων (3 ώρες)** **2.1 Η εξίσωση αx+β=0 (3 ώρες)**	**1.10** Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 75 • Παραδείγματα 1, 2 (μόνο το ερώτημα β)) σ. 76 • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 77 • Από τις ασκήσεις της σ. 77 προτείνονται οι 1 (β), δ), στ)), 2 (α) β)), 3 (α), β)) , 4 (α) β)) • Δραστηριότητα σ. 78 • Παράδειγμα 1 σ. 79 • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2 σ. 80. • Από τις ασκήσεις σ. 80-81 προτείνονται οι 1 (α) γ) δ)), 2 (α), γ)), 3 (α), δ)), 4 α) **<u>Κεφάλαιο 2</u>** Οι μαθητές/ριες έχουν διδαχθεί τις εξισώσεις 1ου βαθμού και τις έχουν χρησιμοποιήσει στη λύση προβλημάτων. Επίσης έχουν αντιμετωπίσει εξισώσεις της μορφής $x^2=α$ στο 2ο κεφάλαιο της Β΄ Γυμνασίου. <u>Το υπόλοιπο περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι νέο και συνδέεται με το προηγούμενο κεφάλαιο</u>. **2.1** Η επανάληψη των εξισώσεων 1ου βαθμού προτείνεται να γίνει μέσω παραδειγμάτων. Σκοπός της διδασκαλίας των παραγράφων είναι Α) Η επανάληψη των πρωτοβαθμίων

			εξισώσεων. Β) Η σύνδεση τους με τις δευτεροβάθμιες εξισώσεις μέσω της παραγοντοποίησης και η τελική τους επίλυση. (Αναλυτική αναφορά στην αδύνατη , ταυτότητα ή αόριστη εξίσωση)
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	**8**	**2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού** **Α. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων (3 ώρες)** **Β. Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου (5 ώρες)**	**2.2** Προτείνονται: • Η απόδειξη του τύπου για την δευτεροβάθμια εξίσωση μπορεί να γίνει κατά την κρίση του/της διδάσκοντα/-ούσας χωρίς να αποτελεί αντικείμενο εξέτασης. • Να γίνουν τα παραδείγματα 1 ,2, 3 σ. 95. Ειδικά για το ερώτημα γ) του παραδείγματος 1 προτείνεται να συζητηθεί και η δυνατότητα επίλυσης με παραγοντοποίηση και να συγκριθούν οι μέθοδοι. Μέσω αυτής της συζήτησης επιδιώκεται να αναδειχθεί η λειτουργικότητα της παραγοντοποίησης πολυωνύμων. Στο παράδειγμα 2 α) να επισημανθεί ότι η χρήση της ταυτότητας διαφοράς τετραγώνων δεν μπορεί να δώσει απάντηση. • Στην υποπαράγραφο παραγοντοποίηση τριωνύμου να χρησιμοποιηθεί το παράδειγμα της σ. 96 • Ασκήσεις 3, 4, 6 σ. 97 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u> : Παρατηρήστε ότι 1^3=1, δηλαδή ότι ο κύβος του 1 ισούται με το 1. Μπορείτε να βρείτε όλους τους αριθμούς που έχουν αυτή την ιδιότητα, δηλαδή ο κύβος του αριθμού να είναι ίσος με τον ίδιο τον αριθμό; Πόσοι τέτοιοι αριθμοί υπάρχουν; [Σχόλιο: Είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα που οδηγεί στη διατύπωση μιας πολυωνυμικής εξίσωσης και την επίλυσή της με παραγοντοποίηση. Μια διερεύνηση των μαθητών/ριών με δοκιμές είναι πιθανόν να οδηγήσει σε κάποιες λύσεις (πχ. στο 0 και το 1) αλλά όχι σε όλες. Αυτή η δυσκολία μπορεί να λειτουργήσει ως αφορμή ώστε να αναδειχτεί η σημασία της επίλυσης μιας εξίσωσης μέσω αλγεβρικού μετασχηματισμού για την εύρεση όλων των λύσεών της.] <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> : Η επίλυση της εξίσωσης $αx^2+βx = 0$ μπορεί να υποστηριχτεί και με το μικροπείραμα «Επίλυση εξισώσεων της μορφής $αx^2+βx = 0$, με $α \neq 0$» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την κατανόηση και εξάσκηση αλγεβρικής και γραφικής προσέγγισης των λύσεων μιας εξίσωσης δευτέρου βαθμού (ειδική μορφή: $γ = 0$). http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2130 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 3η</u> : Σχεδιάστε με λογισμικό (πχ. Geogebra) τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $y=x^3+2x^2$ και $y=2x^2+x$. Σημειώστε στη γραφική παράσταση το ή τα κοινά σημεία τους. Αν υποθέσουμε ότι ένα κοινό σημείο είναι το Α, να ερμηνεύσετε τις συντεταγμένες του σε σχέση με τους τύπους των δύο συναρτήσεων. Προσδιορίστε τις συντεταγμένες του κοινού ή των κοινών τους σημείων (α) από τις γραφικές παραστάσεις και (β) αλγεβρικά με χρήση των τύπων των δύο συναρτήσεων. [Σχόλιο: Οι στόχοι της δραστηριότητας είναι α) η σύνδεση των πολυωνυμικών εξισώσεων και των αλγεβρικών μεθόδων επίλυσής τους με την γραφική αναπαράστασή τους και β) η αναγνώριση της

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>λύσης της εξίσωσης ως τετμημένης του κοινού σημείου (ή των κοινών σημείων).]</td></tr>
<tr><td>ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ</td><td>10</td><td>2.3 Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού (2 ώρες)
2.5 Ανισότητες – Ανισώσεις μ' έναν άγνωστο (5 ώρες)
Β. Ιδιότητες της διάταξης
Γ. Ανισώσεις πρώτου βαθμού μ' έναν άγνωστο</td><td>2.3 Προτείνονται: • Πρόβλημα 1 σ. 99
• Ως παράδειγμα να γίνει η άσκηση 12 σ. 102
• Ασκήσεις 3, 4, 6, 7 σ. 101

2.5• Η §2.5.Α (διάταξη) δεν θα διδαχτεί.
• Από την §2.5.Β θα διδαχτούν μόνο εκείνες οι ιδιότητες που χρησιμοποιούνται στην επίλυση ανισώσεων πρώτου βαθμού (δηλαδή η α), η β) και η γ)). Αυτές οι ιδιότητες θα πρέπει να συζητηθούν διαισθητικά και χωρίς την απόδειξη του σχολικού βιβλίου. • Η §2.5.Γ θα διδαχτεί εξ ολοκλήρου.
Από τα παραπάνω γίνεται φανερό, ότι η διδασκαλία της §2.5 περιορίζεται μόνο στις ανισώσεις πρώτου βαθμού. Η έννοια της διάταξης και οι ασκήσεις που αναφέρονται στη διάταξη και τις ιδιότητές της δεν περιλαμβάνονται στη διδακτέα ύλη. Εξάλλου, αυτές οι έννοιες θα διαπραγματευθούν διεξοδικά στην επόμενη τάξη.
Προτείνονται ανά υποπαράγραφο
2.5 Β: Να διδαχθούν οι ιδιότητες των ανισοτήτων με παραδείγματα. Στη συνέχεια μπορούν να συζητηθούν στην τάξη με αιτιολόγηση τα παρακάτω:
<table>
<tr><th>Αν έχουμε:</th><th>Προκύπτει ότι:</th></tr>
<tr><td>α>2</td><td>2α>4</td></tr>
<tr><td>α>3</td><td>α-2>1</td></tr>
<tr><td>t>7</td><td>t–1>6</td></tr>
<tr><td>t>7</td><td>t+1>8</td></tr>
<tr><td>ω≥7</td><td>ω>6</td></tr>
<tr><td>m>7</td><td>m≥7</td></tr>
<tr><td>ξ<2</td><td>2ξ<4</td></tr>
<tr><td>λ>-1</td><td>λ+1>0</td></tr>
<tr><td>1<x<3
2<y<5</td><td>-4<x-y<1</td></tr>
</table>
2.5 Γ: Να γίνει το παράδειγμα 1 της σ. 113 • Ασκήσεις 16 α) β) γ) σ. 117
Ενδεικτική δραστηριότητα: Το εισιτήριο εισόδου σε ένα χιονοδρομικό κέντρο στοιχίζει €7 και συμπεριλαμβάνει την ενοικίαση του εξοπλισμού. Στην περίπτωση που ο επισκέπτης χρησιμοποιήσει δικό του εξοπλισμό, τότε το εισιτήριο εισόδου είναι €4. Αν το κόστος αγοράς του εξοπλισμού είναι €75, πόσες φορές θα πρέπει να επισκεφθεί το ίδιο άτομο το χιονοδρομικό κέντρο, ώστε να είναι συμφέρουσα η αγορά του εξοπλισμού;
[Σχόλιο: Πρόκειται για ένα ρεαλιστικό πρόβλημα που κάποιος εξοικειωμένος λύτης πιθανόν να το λύσει χρησιμοποιώντας ανίσωση πρώτου βαθμού. Ωστόσο, μπορεί να επιλεγούν από τους/τις μαθητές/ριες άλλοι ισοδύναμοι τρόποι λύσης (αριθμητικά με πίνακες τιμών ή γραφικά με χρήση δύο</td></tr>
</table>

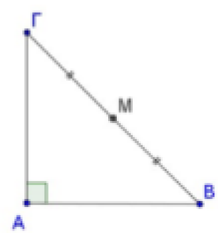
			συναρτήσεων). Ακόμη και μια λύση με δοκιμές θα μπορούσε να αξιοποιηθεί για να οδηγηθούν οι μαθητές/-ήτριες σε περισσότερο συστηματικές μεθόδους διερεύνησης, όπως έναν πίνακα τιμών και μια γραφική παράσταση. Ο στόχος σε κάθε περίπτωση είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος και η ανάδειξη των πλεονεκτημάτων κάθε μεθόδου επίλυσης.] **Κεφάλαιο 3** Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους/τις μαθητές/ριες. Γενικά για τα συστήματα προτείνεται: α) να χρησιμοποιούνται τόσο οι γραφικές όσο και οι αλγεβρικές μέθοδοι, β) να δίνεται έμφαση σε προβλήματα. Όλα τα παραπάνω (και όχι μόνο οι αλγεβρικές μέθοδοι) συνιστάται να αποτελούν αντικείμενο εξέτασης) **3.1** Οι μαθητές/ριες γνωρίζουν από την Β΄ τάξη ότι η εξίσωση y=αx+β, στην οποία θα στηριχθεί ή διδασκαλία της παραγράφου, παριστάνει ευθεία. Ωστόσο, θεωρείται σκόπιμο οι μαθητές/ριες να ασχοληθούν ξανά με βασικές έννοιες σχετικά με τη συνάρτηση (σχέση των χ-ψ, γραφική παράσταση) και να τις συνδέσουν πιο συγκεκριμένα με την ευθεία. Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 122 • Παραδείγματα 1, 2 σ. 125 (που περιλαμβάνει αξιοποίηση τους ιδιότητας ένα σημείο να ανήκει σε ευθεία και κατάστρωση-επίλυση εξίσωσης). • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4, 5 σ. 126 • Ασκήσεις 1, 3, 8 σελ. 127
		3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης (3 ώρες)	
		3.1 Η έννοια της γραμμικής εξίσωσης (2 ώρες) **3.2 Η έννοια του γραμμικού συστήματος και η γραφική επίλυσή του (2 ώρες)**	**3.1** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ **3.2** Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 128 • Στην τάξη να γίνουν οι ασκήσεις 3, 4 σ. 132. <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η :</u> Η Μαρία ξεκινάει το πρωί από τη βάση της κατασκήνωσης, για να ανέβει στην κορυφή του Ολύμπου, η οποία απέχει 10 χιλιόμετρα. Η Έλενα ξεκινάει την ίδια ώρα από την κορυφή, για να επιστρέψει στην κατασκήνωση από την ίδια διαδρομή. Τα γραφήματα που περιγράφουν την απόσταση κάθε ορειβάτισσας από την κορυφή του βουνού είναι σχεδιασμένα στο σχήμα. Ποια γραμμή αντιστοιχεί στη Μαρία και ποια στην Έλενα; Τι εκφράζει το σημείο τομής των δύο γραμμών; Σε πόση ώρα θα συναντήσει η Μαρία την Έλενα; Πώς μπορούμε να περιγράψουμε αλγεβρικά τη συνάντησή τους και να βρούμε την ώρα συνάντησης; [Σχόλιο: Η δραστηριότητα μπορεί να αξιοποιηθεί και στην 3.1 και στην 3.3. Προσφέρει αρκετές ευκαιρίες να συζητηθούν στην τάξη η γραμμική εξίσωση, η γραφική και η αλγεβρική επίλυση, ακόμα και το πόσο τα μαθηματικά μοντέλα εκφράζουν πιστά την πραγματικότητα.]

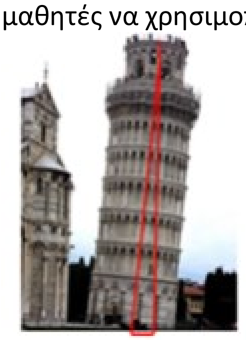
ΜΑΡΤΙΟΣ	**10**	**3.3 Αλγεβρική επίλυση γραμμικού συστήματος (4 ώρα)** **5.1 Σύνολα (2 ώρες)**	 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> : Η άσκηση 4 του σχολικού βιβλίου μπορεί να γίνει πιο διερευνητικά με το μικροπείραμα «Γραφική επίλυση συστήματος και επιλογή πακέτου κινητής τηλεφωνίας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, για την ανακάλυψη της σχέσης μεταξύ των συντεταγμένων του σημείου τομής των ευθειών που παριστάνουν οι εξισώσεις ενός γραμμικού συστήματος και της λύσης του, με τη διαδικασία επίλυσης προβλήματος με δραστηριότητες. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2052 **3.3** Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 133. • Να διδαχθούν οι μέθοδοι α) β) των σελίδων 133 & 134. Προτείνεται να συζητηθούν μέσω παραδειγμάτων τα πλεονεκτήματα κάθε μεθόδου αλλά να αφεθούν ελεύθεροι οι μαθητές να επιλέγουν μέθοδο. • Παράδειγμα 2 σ.135. • Παράδειγμα 4 σ.136. • Ασκήσεις 1, 2, 8, 10, 11, 13, 20, 21 σ. 137-138 **Κεφάλαιο 5** Το περιεχόμενο είναι εξολοκλήρου νέο. Η διδασκαλία του κρίνεται απαραίτητη κυρίως λόγω των εφαρμογών σε δραστηριότητες εκτός των μαθηματικών και του διαφορετικού «τρόπου σκέψης» που απαιτεί (σε σχέση με την υπόλοιπη ύλη των μαθηματικών αυτής της τάξης). Με την εξαίρεση από τη διδακτέα ύλη των πράξεων με σύνολα και του λογισμού πιθανοτήτων, ο στόχος είναι να δοθεί έμφαση στην εμπλοκή των μαθητών με απλά προβλήματα που θα αναδεικνύουν την έννοια της πιθανότητας και θα αποφεύγεται η "αλγεβροποίηση" της διδασκαλίας των πιθανοτήτων. **5.1** Να μην διδαχθεί η υποπαράγραφος «πράξεις με σύνολα», η εφαρμογή 2 σ.163, οι ερωτήσεις κατανόησης 1ε, στ, 3, 4, 5 και οι ασκήσεις 6, 7, 8 και 9 σ. 166
		5.2 Δειγματικός χώρος – Ενδεχόμενα (2 ώρες)	**5.2** Να μη διδαχθούν οι πράξεις με ενδεχόμενα και τα ασυμβίβαστα ενδεχόμενα. Να εξαιρεθούν η ερώτηση κατανόησης 8 σ. 172 και η άσκηση 6 σ. 173.

ΑΠΡΙΛΙΟΣ	**6**	**5.3 Έννοια της πιθανότητας (4 ώρες)**	**5.3** Να μη διδαχθούν η υποπαράγραφος «βασικοί κανόνες λογισμού των πιθανοτήτων», η εφαρμογή 2 σ. 176, οι ερωτήσεις κατανόησης 4, 5 σ. 177 και οι ασκήσεις 9, 10, 11, 12, 13 σ. 179. Ενδεικτική δραστηριότητα 1η : Ρίχνοντας δυο ζάρια τι πιθανότητα έχουμε να φέρουμε δυο 6άρια και τι πιθανότητα να φέρουμε ένα 6 κι ένα 5; Τι είναι πιο εύκολο να φέρουμε: ζαριά με άθροισμα μεγαλύτερο από 7 ή ζαριά με γινόμενο μικρότερο από 7; Ενδεικτική δραστηριότητα 2η : Έχουμε ένα ερωτηματολόγιο με 2 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής, όπου σε κάθε ερώτηση υπάρχουν τέσσερεις απαντήσεις, εκ των οποίων μόνο μια σωστή. Οι ερωτήσεις είναι τέτοιες, ώστε αναγκαζόμαστε να τις απαντήσουμε στην τύχη. Ποια είναι η πιθανότητα να απαντήσουμε όλες τις ερωτήσεις σωστά; Τι είναι πιθανότερο, να απαντήσουμε μία τουλάχιστον σωστά ή να τις απαντήσουμε και τις δύο λάθος; [Σχόλιο: Τα προβλήματα είναι σχετικά δύσκολα, αλλά το οικείο πλαίσιο (ζάρι, ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής) αναμένεται να λειτουργήσει προκλητικά ώστε να εμπλακούν οι μαθητές/-ήτριες με τη διερεύνησή τους. Προσδοκούμε να κατανοηθεί η ανάγκη συστηματικής καταγραφής των δυνατών αποτελεσμάτων, που θα οδηγήσει σε πίνακα διπλής εισόδου (στην 1) και σε δενδροδιάγραμμα (στη 2)
ΜΑΪΟΣ	**6**	**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ**	

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΜΗΝΑΣ	ΩΡΕΣ	ΕΝΟΤΗΤΕΣ	ΟΔΗΓΙΕΣ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	**2**	**1.1 Ισότητα τριγώνων (2 ώρες)**	Η ενότητα προσφέρεται για επαφή των μαθητών/-τριών με πτυχές της μαθηματικής αποδεικτικής διαδικασίας (ευθεία απόδειξη, αναλυτική μέθοδος, αντιπαραδείγματα). Προτείνεται στο εισαγωγικό κομμάτι της ενότητας, πριν από την έννοια της ισότητας των τριγώνων, να γίνει επανάληψη των απαραίτητων γνώσεων που θα χρειαστούν (π.χ. οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες, οι παρά τη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες κτλ.) Επίσης προτείνεται, όπου είναι δυνατόν να χρησιμοποιείται η συμμετρία ως προς άξονα ή κέντρο, ως επιχείρημα αιτιολόγησης ισότητας ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών (βλέπε ενδεικτική δραστηριότητα 1). Συνιστάται κατά την διδασκαλία του κεφαλαίου, συμπληρωματικά, να χρησιμοποιείται ρυζόχαρτο για την επαλήθευση της ισότητας σχημάτων. Μετά την υπενθύμιση όρων και αποτελεσμάτων των σελίδων 186-187 να επισημανθεί στην εισαγωγή της έννοιας της ισότητας τριγώνων ότι κατ' αρχάς απαιτείται ισότητα 6 στοιχείων τα οποία μειώνονται χάρη στα κριτήρια και στην ιδιότητα που αφορά το άθροισμα γωνιών τριγώνου. Επίσης προτείνεται να δοκιμάσουν οι μαθητές και οι

			μαθήτριες κατασκευές τριγώνων από 3 δεδομένα στοιχεία τους και να γίνει επαλήθευση της σύμπτωσης των τριγώνων που θα κατασκευάσουν ως ένδειξη ισχύος των κριτηρίων (ενδεικτική δραστηριότητα 2). Μέσα από αυτή τη συζήτηση (και κατάλληλο αντιπαράδειγμα, όπως στο διπλανό σχήμα) μπορεί να αναδειχθεί ότι η διάταξη ισότητας στοιχείων Π-Π-Γ δεν αποτελεί κριτήριο ισότητας τριγώνων. Ως διερευνητική εργασία μπορεί να ζητηθεί από τους/τις μαθητές/ριες να ελεγχθεί αν το Γ-Γ-Π μπορεί να δικαιολογήσει ισότητα δύο τριγώνων. Προτείνονται: • Εφαρμογές 1-4 σ. 191-192 • Ερωτήσεις κατανόησης σ. 194 • Ασκήσεις 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11 σ. 194-195 • Το θέμα από την Ιστορία των Μαθηματικών σελ. 197 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u> : Η ΑΜ είναι διάμεσος του ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ. α) Να σχεδιάσετε το συμμετρικό τρίγωνο του ΑΒΓ ως προς κέντρο Μ. β) Τι είδους τετράπλευρο προκύπτει και γιατί; γ) Να εξετάσετε αν η διάμεσος ΑΜ είναι το μισό της υποτείνουσας ΒΓ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. [Σχόλιο: Η παραπάνω δραστηριότητα έχει ως στόχο να αναδειχθεί η σημασία ενός γεωμετρικού μετασχηματισμού (κεντρική συμμετρία) στην ανακάλυψη και αιτιολόγηση μιας ιδιότητας του ορθογωνίου τριγώνου (ιδιότητα της διαμέσου προς την υποτείνουσα) χρησιμοποιείται το πρόβλημα]  <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> : Το μικροπείραμα «Κατασκευή τριγώνου-1ο κριτήριο ισότητας» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά για την κατασκευή τριγώνου με το 1ο κριτήριο ισότητας. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/2160
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ	**4**	**1.1 Ισότητα τριγώνων (4 ώρες)**	**1.1** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ	**6**	**1.1 Ισότητα τριγώνων (2 ώρες)** **1.2 Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων (2 ώρες)** **1.3 Θεώρημα Θαλή (2 ώρες)**	**1.1** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ **1.2** Προτείνονται:• Δραστηριότητα σ. 198 • Παραδείγματα 1, 2, 3, 4 σ. 202-203. • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 4, 5, 7 σ. 203-204 • Ασκήσεις 5, 6 σ. 205. **1.3** Προτείνονται:• Δραστηριότητα της σ. 206 με σκοπό να διατυπωθεί το συμπέρασμα. • Παράδειγμα 1 της σ. 207 • Ερώτηση κατανόησης 1 σ 208

ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ	**4**	**1.3 Θεώρημα Θαλή (2 ώρες)** **1.5 Ομοιότητα** **Α. Όμοια πολύγωνα (2 ώρες)**	**1.3** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ **1.5** <u>Δεν θα γίνει αναφορά στην ομοιοθεσία</u>. Η έννοια της ομοιότητας θα οριστεί με βάση τον κανόνα : «Γενικά. Αν δύο πολύγωνα…» που υπάρχει στο τέλος της σελίδας 215 και θα επέχει θέση ορισμού. Προτείνονται: • Παραδείγματα 1, 2 σ. 216-217 • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 3, 4 σ. 217–218 • Ασκήσεις 1, 2, 5, 6 σ. 218-219. • Σημειώνεται ότι η επίλυση της άσκησης 5 μπορεί να στηριχθεί στην εφαρμογή 1 σ. 207. <u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u> Με το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, οι μαθητές/-ήτριες μπορούν να κατασκευάσουν όμοια τρίγωνα δοσμένου τριγώνου, με συγκεκριμένο λόγο ομοιότητας. http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5476
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ	**4**	**1.5 Α Όμοια πολύγωνα(1 ώρα)** **1.5 Β. Όμοια τρίγωνα (χωρίς την αιτιολόγηση του κριτηρίου ομοιότητας δύο τριγώνων στη σελίδα 220) (3 ώρες)**	**1.5.Α** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ **1.5 Β** Το κριτήριο ομοιότητας της της σ. 220 (από ισότητα γωνιών) θα δοθεί χωρίς αιτιολόγηση. Προτείνονται: • Παραδείγματα 1, 2 σ. 220-221 • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 3, 4 σ. 221-222 <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 1η</u> : Ένα ζωγράφος δοκιμάζει να ζωγραφίσει τον κεκλιμένο πύργο της Πίζας. Το ύψος του πύργου είναι 60 m και το ύψος που έχει τώρα, λόγω της απόκλισης από την κατακόρυφη, είναι 59,8m. Στο σχέδιό του το ύψος του πύργου θέλει να είναι 30 cm. Αν εσύ ήσουν ο ζωγράφος πόσο θα σχεδίαζες το κατακόρυφο ύψος; Πώς θα ήσουν σίγουρος ότι με αυτές τις διαστάσεις ο πύργος της ζωγραφιάς θα γέρνει όπως ο πύργος της Πίζας; [Σχόλιο: Στόχος της δραστηριότητας είναι οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν το λόγο ομοιότητας σχημάτων]  <u>Ενδεικτική δραστηριότητα 2η</u> : Το μικροπείραμα «Κριτήριο ομοιότητας 3» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για την εισαγωγή στα κριτήρια ομοιότητας και την κατασκευή γεωμετρικών αντικειμένων στο Geogebra http://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/5474
		1.5 Β. Όμοια τρίγωνα(1 ώρα)	**1.5.Β** ΟΔΗΓΙΕΣ ΠΑΡΑΠΑΝΩ

ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ	**6**	**2.1 Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας (5 ώρες)**	**2.1** Ως σύνδεση με την τριγωνομετρία της προηγούμενης τάξης, οι μαθητές/-ήτριες υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30ο , 45ο και 60ο . Επίσης, θεωρείται κεντρική η σύνδεση της τριγωνομετρίας με την ομοιότητα τριγώνων. Η διατήρηση του λόγου δύο πλευρών σε ένα τρίγωνο διατηρείται όταν μεταβαίνουμε σε ένα όμοιό του τρίγωνο. Αυτό μπορεί να αξιοποιηθεί για να αναδείξει ότι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί κατά κάποιον τρόπο «μετρούν» μία γωνία. Οι μαθητές/ριες επεκτείνουν τους ορισμούς των τριγωνομετρικών γωνιών σε αμβλείες γωνίες. Για την περίπτωση της εφαπτομένης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η προηγούμενη γνώση της κλίσης της ευθείας της μορφής y = αx, όταν αυτή σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα x΄x. Προτείνονται: • Κατά την κρίση του/της διδάσκοντα/ουσας, μπορεί πλέον (με χρήση ομοιότητας) να τεκμηριωθεί ότι το ημίτονο (αλλά και οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί) μιας οξείας γωνίας παραμένει το ίδιο ανεξάρτητα από το επιλεγόμενο ορθογώνιο τρίγωνο στο οποίο θα υπολογιστεί και εξαρτάται μόνο από την γωνία. • Για τον πίνακα της σ. 234 συνιστάται να γίνει υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών με την βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος με χρήση ορθογωνίου ισοσκελούς και ισοπλεύρου τριγώνου. • Εφαρμογή 1 σ. 234. • Ερωτήσεις κατανόησης 1, 2, 4 σ. 234-235. • Ασκήσεις 3, 4, 7 σ. 235-236. <u>Ενδεικτική δραστηριότητα:</u> Δίνεται στους/στις μαθητές/-ήτριες ένα μη-ορθογώνιο τρίγωνο και ζητούνται να υπολογιστούν τα στοιχεία του. Από την περίπτωση του ορθογωνίου τριγώνου, αναδεικνύεται η ανάγκη επέκτασης των τριγωνομετρικών αριθμών σε αμβλείες γωνίες.
ΜΑΡΤΙΟΣ	**6**	**2.2 Τριγωνομετρικοί αριθμοί παραπληρωματικών γωνιών (3 ώρες)** **2.3 Σχέσεις μεταξύ τριγωνομετρικών αριθμών μιας γωνίας (3 ώρες)**	**2.2** Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 237 • Παράδειγμα 1 σ. 238 • Ερώτηση κατανόησης 3 σ. 239 • Ασκήσεις 1, 5 α) β) γ) (όπου να τονιστεί ότι αναζητούμε γωνία μεταξύ 0 και 180 μοιρών), 6, 8 σ. 239. <u>Ενδεικτική δραστηριότητα</u>: Το μικροπείραμα «Σχέση τριγωνομετρικών αριθμών των παραπληρωματικών γωνιών» από τα εμπλουτισμένα σχολικά βιβλία, μπορεί να χρησιμοποιηθεί διερευνητικά, για τη σχέση τριγωνομετρικών αριθμών παραπληρωματικών γωνιών. http://photodentro.edu.gr/lor/r/8521/2107 **2.3** Στόχος είναι οι μαθητές/-ήτριες να χρησιμοποιούν τις βασικές ταυτότητες για να κάνουν απλούς υπολογισμούς, καθώς και για την απόδειξη απλών τριγωνομετρικών ισοτήτων. Έτσι, προτείνεται να εξαιρεθούν από την διδασκαλία οι ασκήσεις 5, 7, 8, 9 και 10 γιατί είναι εκτός στόχων του αναλυτικού προγράμματος και δεν είναι σε θέση να τις διαπραγματευτούν μόνοι/-ες τους οι περισσότεροι/-ες μαθητές/-ήτριες. Προτείνονται: • Δραστηριότητα σ. 240 • Παραδείγματα 1, 2 σ. 241 • Ασκήσεις 1, 2, 4 σ. 242

ΑΠΡΙΛΙΟΣ	**2**	**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ**	Σε βασικές έννοιες της Γεωμετρίας του Γυμνασίου
ΜΑΪΟΣ	**6**	**ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ**	