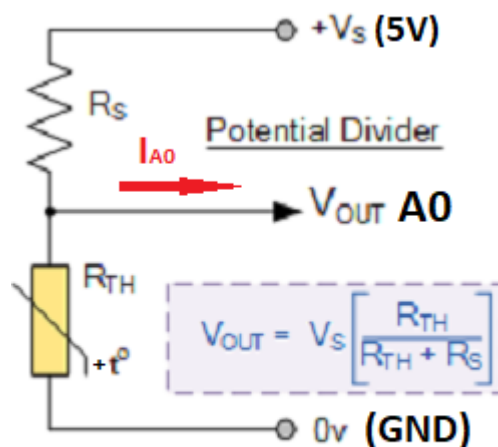


ΜΕΤΡΗΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ THERMISTOR PTC.

Βήμα 1. Εισαγωγή του πίνακα συσχέτισης τιμών θερμοκρασιών και τιμών αντιστάσεων σ' ένα λογιστικό φύλλο (π.χ. Excel, Calc, ...). Διατηρούμε τη θέση των στηλών (αριστερά η Θερμοκρασία, δεξιά η Αντίσταση).

Βήμα 2. Επειδή το Arduino δεν μπορεί να μετρήσει άμεσα αντιστάσεις, παρά μόνο ηλεκτρική τάση, θα συνδέουμε το thermistor PTC (R_{TH}) μαζί με μια άλλη αντίσταση (R_S) ως διαίρετη τάσης (βλέπε σχήμα). Ο κόμβος, μεταξύ του thermistor PTC και της αντίστασης θα συνδεθεί σε μια αναλογική είσοδο του Arduino (A0 – A5). Την αντίσταση την επιλέγουμε να έχει την ίδια τιμή με το thermistor PTC στον μέσο της περιοχής μέτρησης των θερμοκρασιών. Επιτυγχάνουμε έτσι τη μέγιστη μεταβολή της τάσεως (V_{OUT}) συναρτήσει της θερμοκρασίας περιορίζοντας έτσι τα σφάλματα. Επιλέγουμε μια αντίσταση 1KΩ.



Βήμα 3. Ο μαθηματικός τύπος που «περιγράφει» τη λειτουργία του διαίρετη τάσης (ή αλλιώς η συνάρτηση μεταφοράς του κυκλώματος) φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Απαραίτητη προϋπόθεση για να ισχύει αυτός ο τύπος είναι να είναι αμελητέο το ρεύμα I_{A0} το οποίο ισχύει εφ' όσον οι είσοδοι των μικροελεγκτών χαρακτηρίζονται από πού μεγάλες αντιστάσεις εισόδου. Προγραμματίζουμε τον ως άνω μαθηματικό τύπο ως συνάρτηση σε μια τρίτη στήλη (στα δεξιά των υπάρχουσών στηλών) στο λογιστικό φύλλο για κάθε γραμμή του πίνακα του **βήματος 1**.. Έτσι, τελικά, έχουμε μια αντιστοίχιση Θερμοκρασίας (T) και Ηλεκτρικής Τάσης (V_{OUT}) στην αναλογική είσοδο του μικροελεγκτή.

Βήμα 4. Στο λογιστικό φύλλο επιλέγουμε την στήλη της Θερμοκρασίας και την στήλη της Ηλεκτρικής Τάσης και επιλέγουμε Insert κατόπιν επιλέγουμε Chart και κατόπιν **Scatter** (χωρίς γραμμές). Εμφανίζεται τότε ένα διάγραμμα με μια γραφική παράσταση που δείχνει τη μεταβολή της Ηλεκτρικής Τάσης (Εξαρτημένη Μεταβλητή, Κάθετος Αξονας) συναρτήσει της μεταβολής της Θερμοκρασίας (Ανεξάρτητη Μεταβλητή, Οριζόντιος Αξονας). Μπορούμε να δώσουμε τίτλο στο διάγραμμα και στους άξονες.

Βήμα 5. Η γραφική παράσταση του προηγούμενου βήματος αποτελείται από τα σημεία που αντιστοιχούν στις τιμές (T, V_{OUT}) της κάθε σειράς του πίνακα. Σκοπός αυτού του βήματος είναι να βρούμε μια Γραμμή Τάσης (Trendline) που να περνά όσο το δυνατόν πιο κοντά από αυτά τα σημεία. (Η Γραμμή Τάσης εμφανίζεται ως μια διαδοχή από μικρές κουκίδες).

Η Γραμμή Τάσης, είναι μια γραμμή του διαγράμματος που αναδεικνύει κάποια κρυφό πρότυπο που σχετίζεται με τα προαναφερθέντα σημεία και μπορεί να εκφρασθεί με μια εξίσωση.

Επιλέγουμε το διάγραμμα του προηγούμενου βήματος και από τα Chart Elements επιλέγουμε Trendline. Στο παράθυρο που ανοίγει διαλέγουμε διαδοχικά τις διαθέσιμες Γραμμές Τάσης (Exponential, Linear, Logarithmic, Polynomial, Power, Moving Average) για να δούμε ποια περνά πιο κοντά απ' όλα τα σημεία.

Βήμα 6. Αφού στο προηγούμενο βήμα επιλέξαμε την κατάλληλη Γραμμή Τάσης, (στην περίπτωσης μας, την Πολυωνυμική) στο ίδιο ανοικτό παράθυρο επιλέγουμε (με V) τα: Display Equation on chart και Display R-squared value on chart ώστε να φαίνεται πάνω στο γράφημα η συνάρτηση της Γραμμής Τάσης και η παράμετρος R².

Ο συντελεστής προσδιορισμού R² είναι ένα μέτρο που μας δείχνει πόσο καλά ταιριάζει το επιλεγμένο πρότυπο της Γραμμής Τάσης με τα σημεία του διαγράμματος. Παίρνει τιμές στο διάστημα [0,1] με το 1 να σημαίνει απόλυτη ταύτιση.

Στη περίπτωσης μας εκτός από την οπτική βεβαίωση της ταύτισης των σημείων του διαγράμματος με την Γραμμή Τάσης υπάρχει και η μαθηματική επιβεβαίωση, αφού R²=1. Σε κάπως απλοποιημένη μορφή η συνάρτηση που εκφράζει τη μεταβολή της ηλεκτρικής τάσης στην είσοδο A0 του Arduino (y) συναρτήσει της μεταβολής της θερμοκρασίας (x) είναι:

$$y = -0.00002x^2 + 0.0106x + 2.2462$$

Βήμα 7. Στο Arduino πρέπει να δημιουργήσουμε ένα κώδικα όπου θα διαβάζει την τιμή της ηλεκτρικής τάσης (y) στην είσοδο A0 και από εκεί με τη βοήθεια της συνάρτησης **του προηγούμενου βήματος** θα υπολογίζει την θερμοκρασία (x) και θα την απεικονίζει κατ' αρχήν στο Serial Monitor. Προσπαθώντας, λοιπόν, να κωδικοποιήσουμε τη συνάρτηση, την φέρνουμε σε μορφή εξίσωσης ως προς x με την παρακάτω μορφή:

$$-0.00002x^2 + 0.0106x + 2.2462 - y = 0$$

Παρατηρούμε ότι είναι μια δευτεροβάθμια εξίσωση με δύο λύσεις που δίδονται από τον παρακάτω τύπο:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Οπου, **a = -0.00002**, **b = 0.0106** και **c = 2.2462 - y**. Αντικαθιστώντας ο τύπος παίρνει την τελική μορφή:

$$x = \frac{-0.0106 \pm \sqrt{(0.0106)^2 - 4 * (-0.00002) * (-y + 2.2462)}}{2 * (-0.00002)}$$

$$x = \frac{-0.0106 \pm \sqrt{0.00011236 - 4 * (0.00002 * y - 0.000044924)}}{-0.00004}$$

$$x = \frac{-0.0106 \pm \sqrt{0.00011236 - 0.00008 * y + 0.000179696}}{-0.00004}$$

$$x = \frac{-0.0106 \pm \sqrt{0.000292056 - 0.00008y}}{-0.00004}$$

Βήμα 8. Καθώς πρόκειται να προγραμματίσουμε τον μαθηματικό τύπο **του προηγούμενου βήματος** στο Arduino πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι η υπόριζος ποσότητα δεν θα λάβει αρνητικές τιμές, δηλαδή πρέπει να επιλύσουμε την παρακάτω ανισότητα:

$$0.000292056 - 0.00008y \geq 0$$

$$-0.00008y \geq -0.000292056$$

$$y \leq \frac{-0.000292056}{-0.00008}$$

$$y \leq 3.6507$$

Αρα πρέπει να εξασφαλίσουμε ότι ποτέ η τάση στην είσοδο A0 δεν θα πάρει τιμή μεγαλύτερη από 3,6507Volts (Για την τιμή 3,6507 η υπόριζος ποσότητα μηδενίζεται αλλά αυτό δεν είναι πρόβλημα.) Από τον πίνακα αντιστοίχισης τιμών θερμοκρασίας / αντιστάσεων / τάσεων φαίνεται ότι δεν είναι πιθανόν η τάση εισόδου να υπερβεί την τιμή 3.285Volts. Αυτό, όμως, μπορεί να συμβεί λόγω βλάβης και δεν θέλουμε το Arduino να οδηγηθεί σε ανεξέλεγκτες καταστάσεις.

Βήμα 9. Από τον τελικό τύπο του βήματος 7. προκύπτουν οι ακόλουθες δύο λύσεις:

$$x1 = \frac{-0.0106 + \sqrt{0.000292056 - 0.00008y}}{-0.00004}$$

$$x2 = \frac{-0.0106 - \sqrt{0.000292056 - 0.00008y}}{-0.00004}$$

Προκειμένου να κωδικοποιήσουμε σωστά την επίλυση του τύπου στο Arduino , ας διερευνήσουμε τι μπορεί να σημαίνουν οι δύο αυτές λύσεις.
Από τον πίνακα αντιστοίχισης τιμών θερμοκρασίας / αντιστάσεων / τάσεων παίρνουμε μια «μεσαία τιμή» τάσης, π.χ. την 2.737V που αντιστοιχεί στη θερμοκρασία των 50°C και βρίσκουμε την τιμή της ρίζας:

$$\begin{aligned} \sqrt{0.000292056 - 0.00008y} &= \\ \sqrt{0.000292056 - 0.00008 * 2,737} &= \\ \sqrt{0.000292056 - 0.00021896} &= \\ \sqrt{0.000073096} &= \\ 0,00855 \end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο για $x1$ έχουμε:

$$\begin{aligned} x1 &= \frac{-0.0106 + 0.00855}{-0.00004} \\ x1 &= \frac{-0.00205}{-0.00004} \\ x1 &= 51.25 \text{ }^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

Κανονικά θα έπρεπε να βρούμε 50°C αλλά πιθανόν το επιλεγμένο πρότυπο της Γραμμή Τάσης (Πολυωνυμικό) να μην ταίριαζε απόλυτα, ή εξ αιτίας των στρογγυλοποιήσεων των πράξεων κατά τον υπολογισμούς αρχικά με τον τύπο του Διαιρέτη Τάσης και στο τέλος με την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης να προέκυψε το σφάλμα των 1.25°C. Ποσοστιαία το σφάλμα αυτό για τους 50°C είναι:

$$100 * \frac{1.25}{50} = 2.5\%$$

Αυτό το σφάλμα για χρήση σε θερμοσίφωνες (ηλιακούς/ηλεκτρικούς) ή κλιματιστικά μάλλον δεν είναι σημαντικό.

Αντικαθιστώντας στον τύπο για x_2 έχουμε:

$$x_2 = \frac{-0.0106 - 0.00855}{-0.00004}$$

$$x_2 = \frac{-0.01915}{-0.00004}$$

$$x_2 = 478.75 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Τι μπορεί να σημαίνει όμως το γεγονός ότι έχουμε δύο τιμές θερμοκρασίας για την ίδια τάση εισόδου στο A0;

Στο Βήμα 4. στο λογιστικό φύλλο δημιουργήσαμε μια γραφική παράσταση της οποίας τη συνάρτηση εξαγάγαμε **στο Βήμα 6.** Παρατηρούμε ότι η γραφικά παράσταση ανεβαίνει προς τα θετικά (της τάσης εισόδου) καθώς αυξάνει η θερμοκρασία. Προφανώς η γραφική παράσταση φθάνει σ' ένα μέγιστο της τάσης εισόδου και μετά ξαναπέφτει αυξανόμενης της θερμοκρασίας. (Εδώ χρειάζεται να θυμηθούμε την μονοτονία μιας συνάρτησης και τα σχετικά ακρότατα αυτής αλλά έχουμε ξεχάσει τα μαθηματικά των προηγούμενων δεκαετιών και δεν έχουμε και πολύ χρόνο να τα ξαναθυμηθούμε.)

Από περιέργεια όμως μπορούμε να βρούμε το τοπικό μέγιστο αυτής της συνάρτησης παίρνοντας την πρώτη παράγωγο αυτής:

$$y = -0.00002x^2 + 0.0106x + 2.2462 \Rightarrow$$

$$y' = -0.00004x + 0.0106$$

Στο τοπικό μέγιστο η πρώτη παράγωγος είναι μηδέν οπότε λύνουμε ως προς x:

$$0 = -0.00004x + 0.0106 \Rightarrow 0.00004x = 0.0106 \Rightarrow$$

$$x = \frac{0.0106}{0.00004} = 265$$

Αντικαθιστώντας την τιμή του x στην αρχική συνάρτηση έχουμε:

$$y = -0.00002*(265)^2 + 0.0106*265 + 2.2462 \Rightarrow$$

$$y = -0.00002*(70225) + 0.0106*265 + 2.2462 \Rightarrow$$

$$y = -1.4045 + 2.809 + 2.2462 \Rightarrow$$

$$y = 3.6507$$

Δηλαδή στη θερμοκρασία 265°C έχουμε την μέγιστη τάση εισόδου 3.6507V . (Παρατηρούμε ότι για την τιμή αυτή επίσης μηδενίζεται η υπόριζος ποσότητα του μαθηματικού τύπου επίλυσης της δευτεροβάθμιας εξίσωσης (**Βήμα 8.**). Μάλλον κάποια σχέση έχει με το ακρότατο αλλά δεν γνωρίζουμε ποια.)

Από την παραπάνω ανάλυση καταλήγουμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο τη λύση x_1 . Ο σχετικός κώδικας φαίνεται παρακάτω:

```
float A = -0.00002;
float B = 0.0106;
float C = (2.2462 - voltage);

// Calculate the temperature
float temperature = (-B + sqrt(B * B - 4 * A * C)) / (2 * A);
```

Διερευνώντας περισσότερο τη συνάρτηση **του Βήματος 6**, παρατηρούμε ότι η τάση εισόδου μηδενίζεται (δηλαδή η αντίσταση του thermistor είναι μηδέν!!!!) για τις θερμοκρασίες -162.2°C και 692,5°C. (Εξωπραγματικές θερμοκρασίες για τις αντέξει το thermistor.) (Και, επίσης, δεν είναι δυνατόν, από την πλευρά της Φυσικής, να έχουμε μηδενική αντίσταση στη θερμοκρασία -162.2°C και πολύ περισσότερο στη θερμοκρασία 692,5°C.)

Όμως αυτή η μαθηματική διερεύνηση όσο ενδιαφέρουσα και να είναι δεν έχει καμία σχέση με την πραγματικότητα που αφορά τη συμπεριφορά του thermistor. Ο κατασκευαστής αυτού δεν μας λέει τίποτα για τη συμπεριφορά του εκτός της περιοχής θερμοκρασιών -20°C έως 120°C. Με άλλα λόγια το πεδίο τιμών της συνάρτησης **του Βήματος 6**, είναι [-20,120].

Βήμα 10. Στο Βήμα 8, σκεφτήκαμε να μην επιτρέψουμε να συμβεί υπολογισμός με αρνητική υπόριζο ποσότητα. Τελικά ίσως είναι καλύτερα να μην προχωρούμε σε υπολογισμούς με τάσεις εισόδου που αντιστοιχούν σε θερμοκρασίες εκτός του πεδίου ορισμού βάσει του σχετικού πίνακα που μας παρέχει ο κατασκευαστής.

Δημιουργούμε έτσι τη σχετική συνθήκη:

```
// Check the validity of the input voltage
if (voltage < 2.031 || voltage > 3.285)
{
    Serial.println("Voltage outside of the normal values'
region.");
    Serial.println("Probable, there is a thermistor's malfunction
or of the connections of it.");
}

// The voltage is valid, proceed with the calculations
else
{
    // Use the quadratic formula to convert voltage to temperature
}
```

Βήμα 11. Ολόκληρο τον κώδικα του sketch θα βρείτε σ' αυτόν τον σύνδεσμο:

<https://app.box.com/s/xrzurg1rry9y4dnyo3hve3ec3a9kp48d>