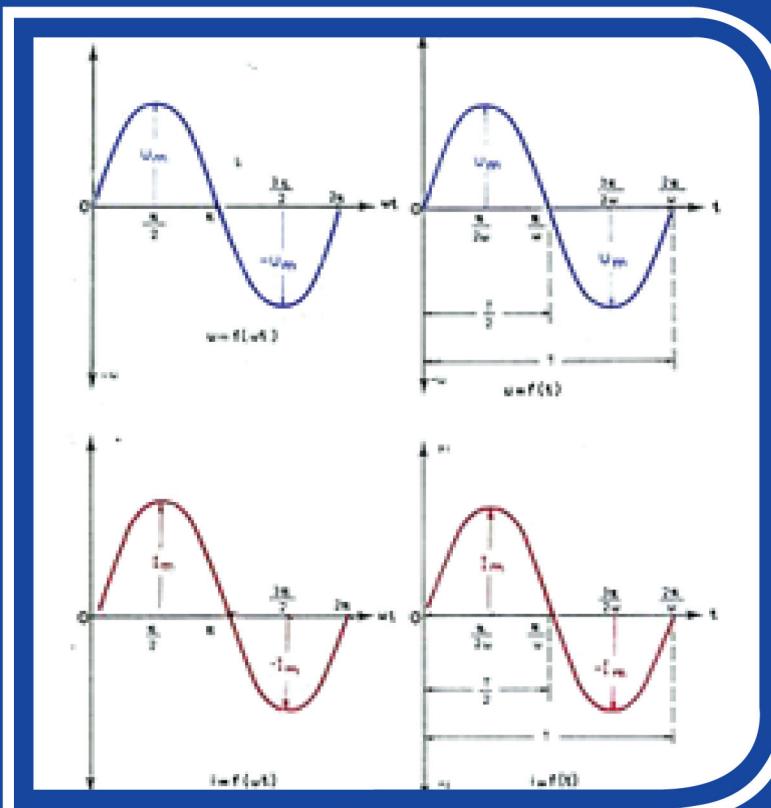




ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ II

Γεωργίου Κ. Κοκκινάκη
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

Γεωργίου Ιωάν. Καρύδη
ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ





1954

ΙΔΡΥΜΑ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ
ΧΡΥΣΟΥΝ ΜΕΤΑΛΛΙΟΝ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ





ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Ο Ευγένιος Ευγενίδης, ο ιδρυτής και χορηγός του «Ιδρύματος Ευγενίδου», πολύ νωρίς προέβλεψε και σχημάτισε την πεποίθηση ότι η άρτια κατάρτιση των τεχνικών μας, σε συνδυασμό με την εθνική αγωγή, θα ήταν αναγκαίος και αποφασιστικός παράγων για την πρόδοτο του Έθνους μας.

Την πεποίθησή του αυτή ο Ευγενίδης εκδήλωσε με τη γεωναίοφρονα πράξη ευεργεσίας, να κληροδοτήσει σεβαστό ποσό για τη σύσταση Ιδρύματος, που θα είχε ως σκοπό να συμβάλλει στην τεχνική εκπαίδευση των νέων της Ελλάδας.

Έτσι, το Φεβρουάριο του 1956 συστήθηκε το «Ιδρυμα Ευγενίδου», του οποίου τη διοίκηση ανέλαβε η αδελφή του Μαρ. Σίμου, σύμφωνα με την επιθυμία του διαθέτη. Το έργο του Ιδρύματος συνεχίζει από το 1981 ο κ. Νικόλαος Βερνίκος - Ευγενίδης.

Από το 1956 έως σήμερα η συμβολή του Ιδρύματος στην τεχνική εκπαίδευση πραγματοποιείται με διάφορες δραστηριότητες. 'Όμως απ' αυτές η σημαντικότερη, που κρίθηκε επό την αρχή ως πρώτης ανάγκης, είναι η έκδοση βιβλίων για τους μαθητές των Τεχνικών και Επαγγελματικών Σχολών και Λυκείων.

Μέχρι σήμερα, με τη συνεργασία με τα Υπουργεία Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων και Εμπορικής Ναυτιλίας, εκδόθηκαν εκατοντάδες τόμοι βιβλίων, που έχουν διατεθεί σε πολλά εκατομμύρια αντίτυπα. Τα βιβλία αυτά κάλυπταν ή καλύπτουν ανάγκες των Κατωτέρων και Μέσων Τεχνικών Σχολών του Υπ. Παιδείας, των Σχολών του Οργανισμού Απασχολήσεως Εργατικού Δυναμικού (ΟΑΕΔ), των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων, των Τεχνικών Επαγγελματικών Σχολών και των Δημοσίων Σχολών Εμπορικού Ναυτικού.

Μοναδική φροντίδα του Ιδρύματος σ' αυτή την εκδοτική του προσπάθεια, ταν και είναι η συγγραφή και έκδοση βιβλίων ποιότητας, από άποψη όχι μόνον επιστημονική, παιδαγωγική και γλωσσική, αλλά και ως προς την εμφάνιση, ώστε το βιβλίο να αγεπτηθεί από τους μαθητές.

Για την επιστημονική και παιδαγωγική αρτιότητα των βιβλίων τα κείμενα υποβάλλονται σε πολλές επεξεργασίες και βελτιώνονται πριν από την έκδοση συμπληρούμενα καταλλήλως.

Ιδιαίτερη σημασία απέδωσε το Ίδρυμα από την αρχή στη γλωσσική διατύπωση των βιβλίων, γιατί πιστεύει ότι και τα τεχνικά βιβλία, όταν είναι γραμμένα σε νλώσσα σωστή και ομοιόμορφη αλλά και κατάλληλη για τη στάθμη των μαθητών, μπορούν να συμβάλλουν στη γλωσσική κατάρτιση των μαθητών.

Έτσι, με απόφαση που ίσχυσε ήδη από το 1956, όλα τα βιβλία της Βιβλιοθήκης του Τεχνίτη, δηλαδή τα βιβλία για τις τότε Κατώτερες Τεχνικές Σχολές, όπως αργότερα και για τις Σχολές του ΟΑΕΔ, ήταν γραμμένα σε γλώσσα δημοτική, με βάση τη γραμματική του Τριανταφυλλίδη, ενώ όλα τα άλλα βιβλία ήταν γραμμένα στην απλή καθαρεύουσα. Σήμερα ακολουθείται η γραμματική που διδάσκεται στα σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαδεύσεως. Η γλωσσική επεξεργασία των βιβλίων ανατίθε-

ται σε φιλολόγους του Ιδρύματος και έτσι εξασφαλίζεται η ενιαία σύνταξη και ορολογία κάθε κατηγορίας βιβλίων.

Η ποιότητα του χαρτιού, το είδος των τυπογραφικών στοιχείων, τα σωστά σχήματα, η καλαισθητή σελιδοποίηση, το εξώφυλλο και το μέγεθος του βιβλίου, περιλαμβάνονται και αυτά στις φροντίδες του Ιδρύματος και συμβάλλουν στη σωστή «λειτουργικότητα» των βιβλίων.

Το Ίδρυμα θεώρησε ότι είναι υποχρέωσή του, σύμφωνα με το πνεύμα του ιδρυτή του, να θέση στη διάθεση του Κράτους όλη αυτή την πείρα του των 20 ετών, αναλαμβάνοντας το 1978 και την έκδοση των βιβλίων για τις νέες Τεχνικές Επαγγελματικές Σχολές και τα Τεχνικά και Επαγγελματικά Λύκεια, σύμφωνα πάντοτε με τα εγκεκριμένα Αναλυτικά Προγράμματα του Π.Ι. και του ΥΠΕΠΘ.

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

Μιχαήλ Αγγελόπουλος, ομ. καθηγητής ΕΜΠ, Πρόεδρος.

Αλέξανδρος Σταυρόπουλος, ομ. καθηγητής Πανεπιστημίου Πειραιώς, Αντιπρόεδρος.

Ιωάννης Τεγόπουλος, καθηγητής ΕΜΠ.

Σταμάτης Παλαιοκρασάς, Ηλεκτρολόγος Μηχανικός, Σύμβουλος Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

Χρήστος Σιγάλας, Δι/ντής Σπ. Δειτ. Εκπαιδεύσεως ΥΠΕΠΘ.

Σύμβουλος εκδόσεων του Ιδρύματος Κ. Α. Μανάφης, καθηγ. Φιλ. Σχολής Παν/μίου Αθηνών.

Γραμματέας της Επιτροπής, Γεώργιος Ανδρεάκος.

Διατελέσαντα μέλη ή σύμβουλοι της Επιτροπής

Γεώργιος Κακριδής (1955-1959) Καθηγητής ΕΜΠ, Άγγελος Καλογεράς (1957-1970) Καθηγητής ΕΜΠ, Δημήτριος Νιάνιας (1957-1965) Καθηγητής ΕΜΠ, Μιχαήλ Σπετσιέρης (1956-1959), Νικόλαος Βασιώτης (1960-1967), Θεόδωρος Κουζέλης (1968-1976) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Παναγιώτης Χατζηιωάννου (1977-1982) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Αλέξανδρος Ι. Παππάς (1955-1983) Καθηγητής ΕΜΠ, Χρυσόστομος Καβουνίδης (1955-1984) Μηχ. Ηλ. ΕΜΠ, Γεώργιος Ρούσσος (1970-1987) Χημ.-Μηχ. ΕΜΠ, Δρ. Θεοδόσιος Παπαδεοδοσίου (1982-1984) Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσεως ΥΠΕΠΘ, Ιγνάτιος Χατζηευστρατίου (1985-1988) Μηχανολόγος, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσεως ΥΠΕΠΘ, Γεώργιος Σταματίου (1988-1990) Ηλεκτρολόγος ΕΜΠ, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσεως ΥΠΕΠΘ, Σωτ. Γκλαβάς (1989-1993) Φιλόλογος, Δι/ντής Σπουδών Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσεως ΥΠΕΠΘ.



ΗΛΕΚΤΡΟΤΕΧΝΙΑ II

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΚΩΝ/ΝΟΥ ΚΟΚΚΙΝΑΚΗ
ΤΑΚΤΙΚΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΠΑΝ/ΜΙΟΥ ΠΑΤΡΩΝ

ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΙΩΑΝ. ΚΑΡΥΔΗ
ΔΙΠΛ. ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΟΥ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥ

ΑΘΗΝΑ
1999



Α' ΕΚΔΟΣΗ 1979



ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε σύμφωνα με την ύλη που καθόρισε το Υπουργείο Παιδείας για τη διδασκαλία του μαθήματος της Ηλεκτροτεχνίας της Β' και Γ' τάξεως των Τεχνικών και Επαγγελματικών Λυκείων. Η ύλη αυτή ξεκινά από τις πολύ βασικές έννοιες του Ηλεκτρισμού (τι είναι ρεύμα, τάση, αντίσταση, κλπ.), περνά από το συνεχές ρεύμα, το μαγνητικό πεδίο, τους πυκνωτές, το μονοφασικό και τριφασικό εναλλασσόμενο ρεύμα και καταλήγει σε ειδικά θέματα Ηλεκτροτεχνίας. Σκοπός της είναι να δώσει στο μαθητή του Τεχνικού Λυκείου τις απαραίτητες ηλεκτροτεχνικές γνώσεις για την παρακολούθηση άλλων πιο ειδικευμένων μαθημάτων και βέβαια τις γνώσεις που θα του χρειασθούν κατόπιν στην άσκηση του επαγγέλματός του. Ακόμα έχει σαν σκοπό να δώσει γερές βάσεις Ηλεκτροτεχνίας σε όσους θα ακολουθήσουν ανώτερες και ανώτατες σπουδές.

Από την ύλη που αναφέρθηκε, ο μαθητής της Β' και Γ' τάξεως Τεχνικού Λυκείου έχει ήδη ορισμένες γνώσεις, που αποκόμισε από τη διδασκαλία των μαθημάτων «Φυσική Πειραματική» της Γ' Γυμνασίου, «Ηλεκτρικές Εφαρμογές» της Α' Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου, κ.ά. Οι γνώσεις αυτές επαναλαμβάνονται εδώ άλλα πιο συνοπτικά, ώστε ο μαθητής να έχει ολοκληρωμένη την απαραίτητη ύλη της Ηλεκτροτεχνίας σε ένα βιβλίο και να μην χρειάζεται να ανατρέχει σε άλλες πηγές.

Ιδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε στο να γίνουν τα διάφορα αντικείμενα δύο το δυνατόν πιο απλά και καταληπτά, χωρίς φυσικά να ζημιώθει η ορθότητά τους, και ακόμα στο να παρουσιασθούν με τον τρόπο που ενδιαφέρει ένα Τεχνικό - Ηλεκτρολόγο. Έτσι η περιγραφή και ερμηνεία των διαφόρων φαινομένων δεν είναι έδω αυτοσκοπός όπως στη διδασκαλία του Ηλεκτρισμού και Μαγνητισμού στη Φυσική, αλλά το μέσο για να φθάσει ο μαθητής σύντομα και με τα απαραίτητα εφόδια στις πρακτικές εφαρμογές.

Οι γνώσεις που προσπατούνται για την ανάγνωση του βιβλίου αυτού έχουν ήδη διδαχθεί στα πλαίσια των μαθημάτων «Μαθηματικά» και «Φυσική» του Γυμνασίου και της Α' τάξεως του Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου. Ιδιαίτερα είναι απαραίτητα στοιχεία διανυσματικού λογισμού και στοιχεία μηχανικού λογισμού. Ο μαθητής θα διαπιστώσει επίσης ότι χρησιμοποιούνται στοιχειώδη διαφορικά και ολοκληρώματα. Οι έννοιες του διαφορικού και του ολοκληρώματος έχουν ήδη δοθεί στην Α' τάξη του Τεχνικού και Επαγγελματικού Λυκείου, ώστε δεν πρέπει να παρουσιασθεί κανονικά δυσκολία στην αντιμετώπισή τους εδώ. Παρ' όλα αυτά η κατανόηση των αντικειμένων που περιγράφονται δεν στηρίζεται σε διαφορικά ή ολοκληρώματα, που μπορούν έτσι να παραλειφθούν σε περίπτωση που οι μαθητές δεν θα έχουν τις απαιτούμενες έννοιες.

Το βιβλίο αποτελείται από έξι μέρη που έχουν χωρισθεί σε δύο τόμους. Ο πρώτος τόμος περιλαμβάνει τις πρώτες βασικές ηλεκτροτεχνικές γνώσεις, το συνεχές ρεύμα και το μαγνητικό πεδίο, ο δεύτερος τόμος τους πυκνωτές, το εναλλασσόμενο ρεύμα και ειδικά θέματα (ανορθωτές, θερμοστοιχεία).

Για εξάσκηση στη χρησιμοποίηση των τύπων και των μονάδων και για να αποκτήσει ο μαθητής αντίληψη της τάξεως μεγέθους των διαφόρων ηλεκτροτεχνικών μεγεθών σε πρακτικές περιπτώσεις, δίνονται στο τέλος κάθε παραγράφου αριθμητικές εφαρμογές. Επίσης στο τέλος κάθε τόμου υπάρχει σε παράρτημα συλλογή ασκήσεων προς λύση από τους μαθητές. Σε κάθε άσκηση δίνεται το αποτέλεσμα για να μπορεί να ελεγχθεί η ορθότητα της λύσεως.

Αν ληφθεί υπ' όψη ο χρόνος που γράφτηκε και εκδόθηκε το βιβλίο αυτό, θα πρέπει να υπάρχουν περιθώρια διορθώσεως τυπογραφικών κλπ. λαθών, όπως και βελτιώσεων στην παρουσίαση της ύλης. Έτσι είναι ευπρόσδεκτη κάθε υπόδειξη προς την κατεύθυνση αυτή, ώστε να ληφθεί υπ' όψη σε επόμενη έκδοση.

Οι συγγραφείς

ΤΕΤΑΡΤΟ ΜΕΡΟΣ
ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ – ΠΥΚΝΩΤΕΣ
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ
ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

12.1 Ορισμός του ηλεκτρικού πεδίου.

Στην παράγραφο 1.2 του πρώτου τόμου μάθαμε ότι, αν σε ένα ηλεκτρικό φορτίο Q_1 πλησιάσουμε άλλο ηλεκτρικό φορτίο Q_2 , θα ασκηθεί μεταξύ των δύο φορτίων ορισμένη δύναμη \vec{F} . Η δύναμη αυτή ορίζεται από το νόμο του Coulomb, όταν κάθε φορτίο είναι συγκεντρωμένο σε πολύ μικρό χώρο (θεωρητικά σε ένα σημείο, οπότε λέγεται **σημειακό φορτίο** ή στην πράξη π.χ. σε μια μικρή σφαίρα).

Η δύναμη που ασκείται σε ηλεκτρικό φορτίο εξαιτίας άλλου φορτίου δεχόμασθε ότι δεν μεταβιβάζεται εξ αποστάσεως από το ένα φορτίο στο άλλο, αλλά ότι δημιουργείται επί τόπου στο σημείο του χώρου, που βρίσκεται το φορτίο που υφίσταται τη δύναμη. Ακόμα δεχόμασθε ότι η ασκούμενη δύναμη οφείλεται σε **ιδιότητα** που έχει ο χώρος στο σημείο αυτό, να ασκεί δύναμη σε ηλεκτρικό φορτίο. Την ιδιότητα αυτή δίνει στο γύρω χώρο του οποιοδήποτε ηλεκτρικό φορτίο με αποτέλεσμα τη δημιουργία **ηλεκτρικού πεδίου**.

Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται γενικά ο χώρος μέσα στον οποίο τοποθετούμενο ηλεκτρικό φορτίο υφίσταται δύναμη.

Όταν το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία σε ηρεμία, όπως είναι π.χ. το πεδίο γύρω από μια φορτισμένη σφαίρα, τότε ονομάζεται **ηλεκτροστατικό πεδίο**. Η δύναμη που ασκείται σε ηλεκτρικό φορτίο από το ηλεκτροστατικό πεδίο είναι σταθερή χρονικά σε κάθε σημείο του. Αν, αντίθετα, το ηλεκτρικό πεδίο δημιουργείται από φορτία που μεταβάλλονται χρονικά, ονομάζεται **μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο**. Στην περίπτωση αυτή η δύναμη, που ασκεί το πεδίο σε οποιοδήποτε σημείο του, μεταβάλλεται χρονικά.

Η δημιουργία ηλεκτρικού πεδίου απαιτεί πάντοτε κατανάλωση ενέργειας. Η ενέργεια αυτή **αποταμιεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο** και αποδίδεται, όταν το πεδίο καταστρέφεται.

12.2 Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

Ένα ηλεκτρικό πεδίο μπορούμε να το περιγράψουμε, αν ξέρουμε τη δύναμη που ασκεί σε κάθε σημείο του σε ορισμένο ηλεκτρικό φορτίο, κατά μέτρο, διεύθυνση και φορά. Τη δύναμη αυτή μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά μετρώντας τη δύναμη που ασκείται σε ένα γνωστό **δοκιμαστικό φορτίο** q που μετακινούμε μέσα στο πεδίο. Επειδή η φορά της δυνάμεως εξαρτάται από το αν το φορτίο είναι θετικό ή αρνητικό, χρησιμοποιείται συμβατικά πάντοτε **θετικό φορτίο**.

Το δοκιμαστικό φορτίο πρέπει να είναι αρκετά μικρό και να έχει πολύ περιορισμένες διαστάσεις (θεωρητικά πρέπει να είναι ένα ελάχιστο σημειακό φορτίο), ώστε να μην επηρεάζει με το πεδίο του, το αρχικό πεδίο μέσα στο οποίο εισάγεται.

Η δύναμη \vec{F} που ασκείται επάνω στο δοκιμαστικό φορτίο q αποδεικνύεται από το πείραμα ότι είναι ανάλογη του φορτίου αυτού:

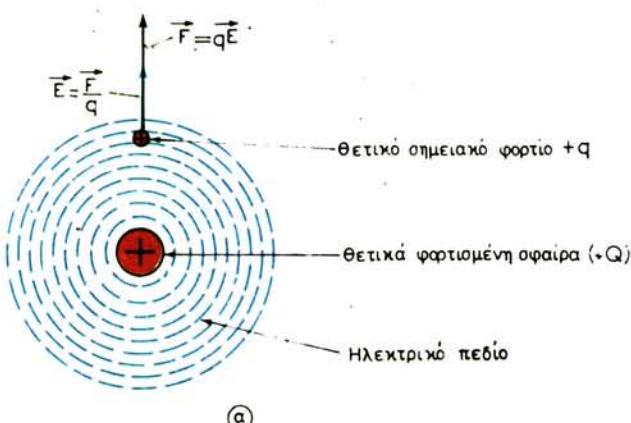
$$\vec{F} = \vec{E} \cdot q \quad (1)$$

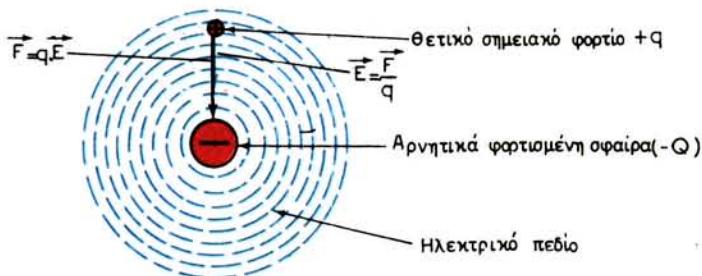
Ο συντελεστής \vec{E} ονομάζεται **ένταση του ηλεκτρικού πεδίου** και είναι χαρακτηριστικό μέγεθος του πεδίου σε κάθε σημείο του. Από την (1) προκύπτει ότι η ένταση \vec{E} είναι διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση και φορά ίδια με εκείνη της δυνάμεως \vec{F} που ασκείται από το πεδίο σε **θετικό φορτίο** τοποθετημένο στο θεωρούμενο σημείο. Το μέτρο της \vec{E} προκύπτει από την (1) ως το πηλίκο του μέτρου F της δυνάμεως που ασκείται στο φορτίο q διά του φορτίου αυτού.

$$E = \frac{F}{q} \quad (2)$$

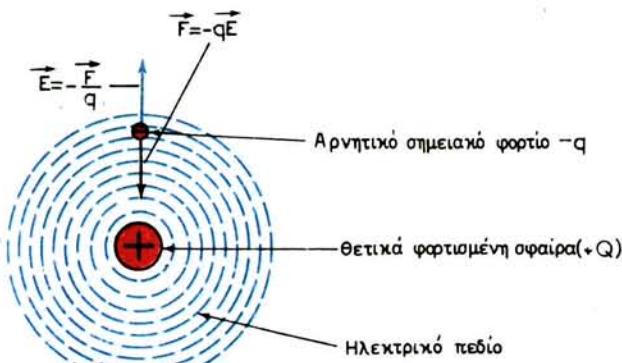
Στο σύστημα S.I. η δύναμη μετράται σε Newton (N) και το φορτίο σε Coulomb (C). Άρα μονάδα της εντάσεως E είναι 1N/C.

Το σχήμα 12.2a (α μέχρι δ) δείχνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} και

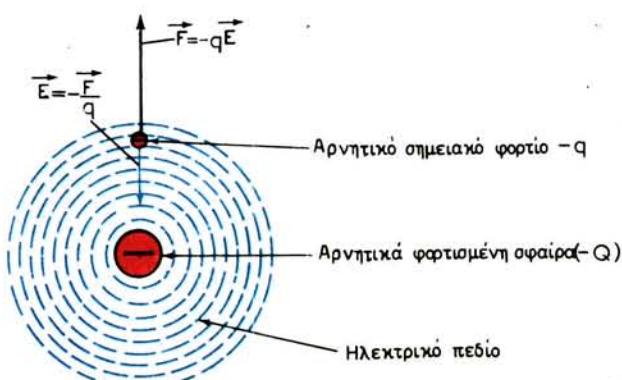




(β)



(γ)



(δ)

Σχ. 12.2α.

τη δύναμη \vec{F} που ασκείται σε θετικό και αρνητικό φορτίο q , όταν το πεδίο δημιουργείται από θετικό και αρνητικό φορτίο Q , ομοιόμορφα κατανεμημένο επάνω σε μια μεταλλική σφαίρα.

Το μέτρο E του πεδίου στο εξωτερικό της σφαίρας και σε απόσταση r από το κέντρο της δίνεται από τον τύπο:

$$E = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon \cdot r^2} = \frac{Q}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot r^2} \quad (3)$$

όπου Q το φορτίο της σφαιρας και $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ η διηλεκτρική σταθερά του χώρου γύρω από τη σφαίρα (ϵ_0 = διηλεκτρική σταθερά του κενού και ϵ_r = σχετική διηλεκτρική σταθερά).

Στο εσωτερικό της σφαιράς δεν δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο, όπως θα γνωρίσουμε στην παράγραφο 12.4.

Η διεύθυνση της δυνάμεως και του πεδίου βρίσκεται επάνω στην ευθεία, που ενώνει το κέντρο της σφαίρας με το θεωρούμενο σημείο. Η φορά της δυνάμεως εξαρτάται από το αν τα φορτία Q και q είναι ετερώνυμα, όπότε έλκονται, ή ομώνυμα, οπότε απωθούνται. Σημεία του χώρου, που απέχουν εξίσου από τη μεταλλική σφαίρα, δηλαδή ομόκεντρες με αυτήν σφαιρικές επιφάνειες, έχουν ένταση \vec{E} με το ίδιο μέτρο και ίδια φορά αλλά διαφορετική διεύθυνση.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} είναι σταθερή χρονικά σε κάθε σημείο ενός ηλεκτροστατικού πεδίου, ενώ μεταβάλλεται στο μεταβαλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Αν σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο η ένταση \vec{E} είναι ίδια σε όλα του τα σημεία, δηλαδή έχει το ίδιο μέτρο, την ίδια διεύθυνση και φορά, το πεδίο ονομάζεται **ομογενές** ή **ομοιόμορφο**. Διαφορετικά ονομάζεται **ανομοιογενές** ή **ανομοιόμορφο**.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Φορτίο $q = 2 \cdot 10^{-8}$ C υφίσταται σε ορισμένο σημείο ηλεκτρικού πεδίου δύναμη $F = 6 \cdot 10^{-3}$ N. Να υπολογισθεί η ένταση E του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο αυτό.

Λύση.

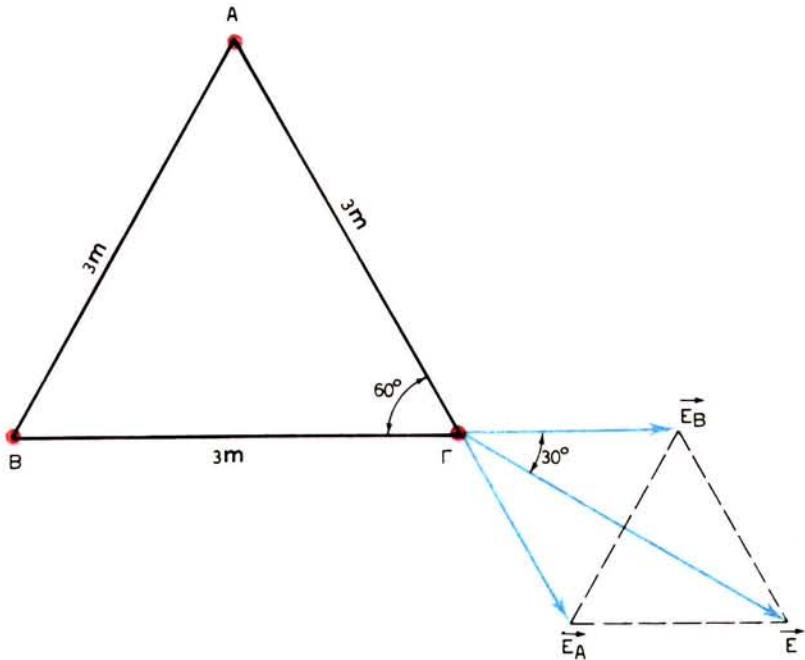
Από τον τύπο (2) έχομε:

$$E = \frac{F}{q} = \frac{6 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{2 \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Παράδειγμα 2.

Στις κορυφές A και B του ισόπλευρου τριγώνου AΒΓ του σχήματος 12.2β υπάρχουν φορτία $Q = 8 \cdot 10^{-9}$ C. Να προσδιορισθεί η ένταση \vec{E} του ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή Γ, αν το τρίγωνο βρίσκεται στον αέρα ($\epsilon_r = 1$).



Σχ. 12.28.

Λύση.

Το φορτίο Q του σημείου A δημιουργεί στο σημείο Γ ένταση E_A με μέτρο, σύμφωνα με τον τύπο (3):

$$E_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{8 \cdot 10^{-9} \text{ C}}{4\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot 3^2 \text{ m}^2} = 8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Το φορτίο Q του σημείου B δημιουργεί στο σημείο Γ ένταση E_B με μέτρο:

$$E_B = E_A = 8 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Από τη διανυσματική πρόσθεση των εντάσεων E_A , E_B προκύπτει η ολική ένταση E στο σημείο Γ :

$$\frac{E}{2} = E_B \text{ συν} 30^\circ = E_B \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

και $E = E_B \sqrt{3} = 8 \cdot 1,731 = 13,85 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

$$E = 13,85 \frac{N}{C}$$

12.3 Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές.

Το ηλεκτρικό πεδίο θα μπορούσαμε να το παραστήσουμε με διανύσματα το- ποθετημένα σε αρκετά σημεία του, που θα έδιναν το μέτρο, τη διεύθυνση και τη φορά της εντάσεως \vec{E} σε κάθε σημείο. Είναι όμως φανερό ότι εφόσον τα δια- νύσματα θα είχαν τοποθετηθεί στην τύχη, δύσκολα θα μπορούσε να αντιληφθεί κανείς τη μεταβολή της \vec{E} στο χώρο και να σχηματίσει μια εικόνα του πεδίου. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούμε για την παράσταση του ηλεκτρικού πεδίου τις **ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές**, όπως χρησιμοποιήσαμε τις μαγνητικές γραμμές για την παράσταση του μαγνητικού πεδίου.

Μια ηλεκτρική δυναμική γραμμή είναι μια γραμμή μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο, σε οποιοδήποτε σημείο της οποίας η ένταση του πεδίου είναι εφαπτομένη.

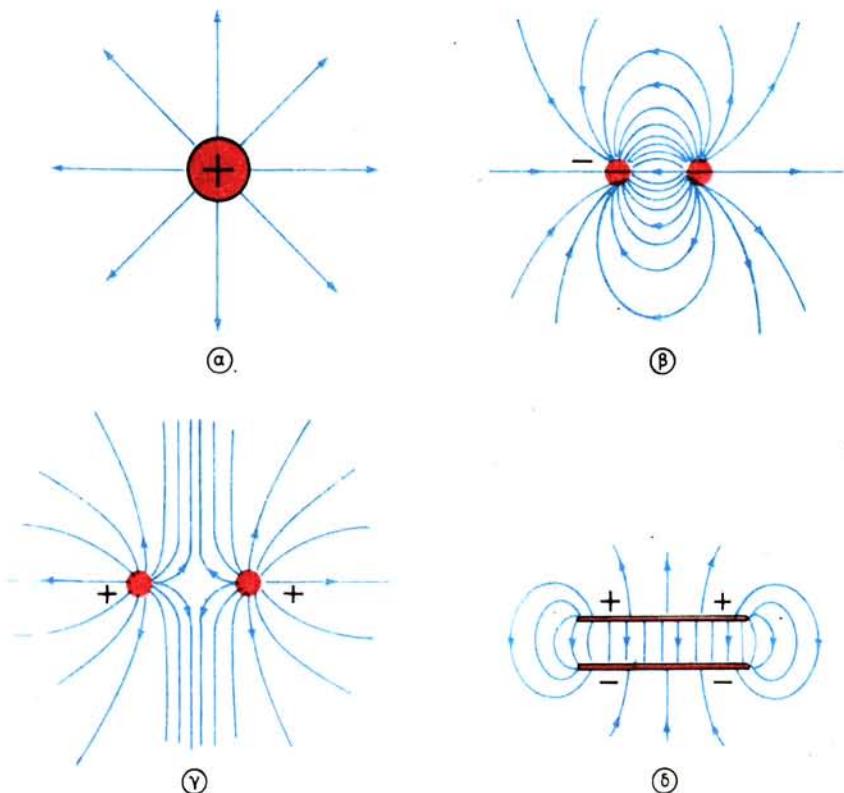
Αν αφήσουμε ένα δοκιμαστικό φορτίο να κινηθεί μέσα σε ένα ηλεκτρικό πε- δίο ξεκινώντας από κάποιο σημείο, το φορτίο θα διαγράψει μια τροχιά που θα δίνει τη δυναμική γραμμή, που περνά από το σημείο εκκινήσεως. Αυτό εξηγει- ται ως εξής:

Στο σημείο εκκινήσεως ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο ορισμένη δύναμη \vec{F} από το πεδίο. Αποτέλεσμα είναι να κινηθεί το φορτίο στη διεύθυνση της δυ- νάμεως αυτής μέχρι το επόμενο σημείο, που αλλάζει η διεύθυνση της δυνά- μεως, οπότε το φορτίο κινείται στη νέα διεύθυνση. Ετσι σε κάθε σημείο της τροχιάς η δύναμη που ασκείται στο δοκιμαστικό φορτίο και κατά συνέπεια η ένταση του πεδίου είναι εφαπτομένη στην τροχιά.

Αν σχεδιάσουμε αρκετές δυναμικές γραμμές σε ένα επίπεδο μέσα στο πεδίο, παίρνομε μια παραστατική εικόνα της μορφής του πεδίου στο επίπεδο αυτό. Γύρω π.χ. από μια φορτισμένη σφαίρα οι δυναμικές γραμμές έχουν διεύθυνση κάθετη στην επιφάνεια της σφαίρας [σχ. 12.3a(α)]. Μεταξύ, δύο σφαιρών αφ' ε- νός με ετερόνυμα φορτία και αφ' ετέρου με ομώνυμα φορτία οι δυναμικές γραμμές έχουν τη μορφή που φαίνεται στα σχήματα 12.3a(β) και 12.3a(γ). Με- ταξύ δύο φορτισμένων πλακών οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες [σχ. 12.3a(δ)].

Σημειώνοντας σε κάθε δυναμική γραμμή τη φορά της εντάσεως \vec{E} με ένα βέ- λος παίρνομε μια παραστατική εικόνα της φοράς σε ολόκληρο το πεδίο. Σύμ- φωνα με τον ορισμό της φοράς της εντάσεως \vec{E} που δώσαμε, ως η φορά της δυ- νάμεως που ασκεί το πεδίο σε θετικό δοκιμαστικό φορτίο, οι δυναμικές γραμ- μές απέρχονται από θετικά φορτία, ενώ προσέρχονται σε αρνητικά φορτία.

Αποδεικνύεται ότι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές ζεκινούν πάντοτε από κάποιο θετικό φορτίο και καταλήγουν σε κάποιο αρνητικό φορτίο. Είναι δηλαδή ανοικτές γραμμές σε αντίθεση με τις μαγνητικές γραμμές, που είναι κλειστές γραμμές.

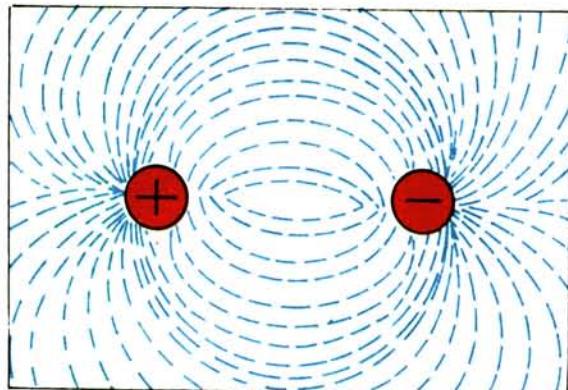


Σχ. 12.3α.

Όπως στην περίπτωση του μαγνητικού πεδίου μπορούμε να παραστήσουμε και το **μέτρο της εντάσεως** του ηλεκτρικού πεδίου με τη βοήθεια των ηλεκτρικών γραμμών, Για το σκοπό αυτό ορίζομε τον αριθμό των δυναμικών γραμμών, που περνούν από τη μονάδα μιας επιφάνειας κάθετης στις γραμμές, που τοποθετείται σε κάθε σημείο του πεδίου, κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι ανάλογος της εντάσεως του πεδίου στο θεωρούμενο σημείο. Με τον τρόπο αυτό στα σημεία που η ένταση είναι μεγαλύτερη οι γραμμές είναι πυκνότερες και αντίστροφα. Πειραματικά τη μορφή του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα επίπεδο μπορούμε να πάρομε, αν τοποθετήσουμε στο επίπεδο αυτό μια πλάκα από μονωτικό υλικό, π.χ., γυαλί, και σκορπίσουμε επάνω της ξύσματα ενός κρυσταλλικού μονωτικού υλικού, π.χ., κιμωλίας. Τα ξύσματα φορτίζονται με θετικά και αρνητικά φορτία στα άκρα τους, όπως θα γνωρίσουμε στην επόμενη παράγραφο. Αποτέλεσμα είναι να ασκείται σε κάθε ξύσμα ένα ζεύγος αντιθέτων δυνάμεων από το ηλεκτρικό πεδίο και το ξύσμα να προσανατολίζεται (ύστερα από ελαφρά κτυπήματα στην πλάκα) στη διεύθυνση του πεδίου. Ετσι δημιουρ-

γούνται δυναμικές γραμμές, όπως φαίνεται στο σχήμα 12.3β, που δείχνει τη μορφή του πεδίου μεταξύ δύο ετερωνύμων φορτίων.

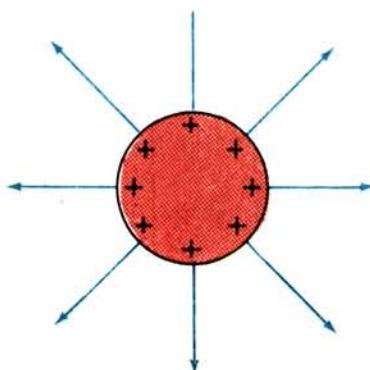
Τονίζεται και εδώ, όπως διευκρινίσθηκε για τις μαγνητικές γραμμές, ότι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές δεν είναι φυσικό μέγεθος αλλά χρησιμεύουν μόνο για να απεικονίσουν παραστατικά την ένταση \vec{E} του ηλεκτρικού πεδίου, που είναι τέτοιο μέγεθος.



Σχ. 12.3β.

12.4 Ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγωγών – Ηλεκτροστατική επίδραση.

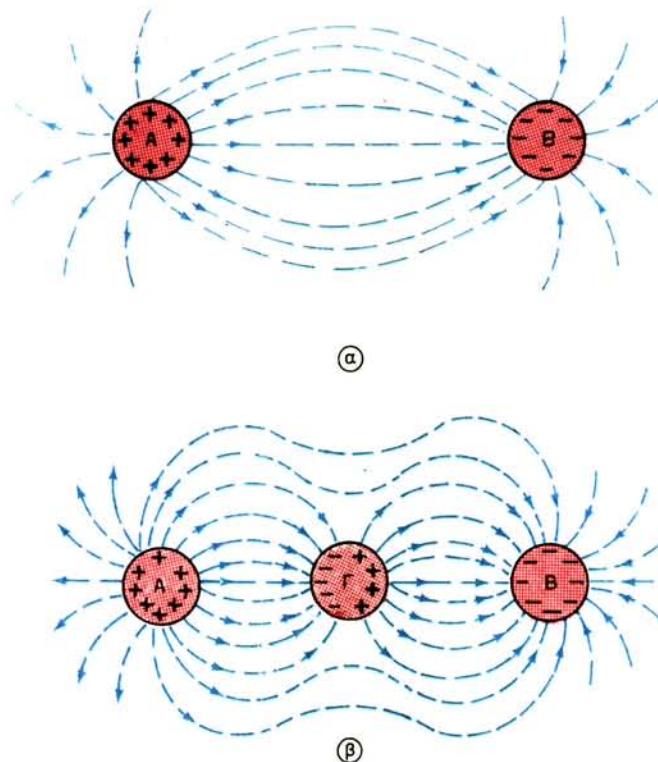
Όταν φορτίσομε ένα αγώγιμο σώμα, π.χ. μια μεταλλική σφαίρα, μπορούμε να διαπιστώσουμε πειραματικά, ότι το φορτίο – αρνητικό ή θετικό – συγκεντρώνεται στην επιφάνεια του σώματος. Αυτό οφείλεται στο ότι τα ομώνυμα φορτία απωθούνται και απομακρύνονται όσο είναι δυνατόν το ένα από το άλλο, με αποτέλεσμα να φθάσουν στην επιφάνεια (σχ. 12.4α).



Σχ. 12.4α.

Στο εσωτερικό του σώματος δεν αναπτύσσεται ηλεκτρικό πεδίο, εφόσον πεδίο είναι δυνατό να δημιουργηθεί μόνο μεταξύ αντιθέτων φορτίων και στην επιφάνεια του σώματος υπάρχουν αποκλειστικά ομώνυμα φορτία. Αν υπηρχε πεδίο στο εσωτερικό θα έπρεπε να το παραστήσουμε με δυναμικές γραμμές που θα ξεκινούσαν π.χ. από θετικά φορτία και θα κατέληγαν πάλι σε θετικά φορτία.

Σε ένα ηλεκτροστατικό πεδίο, π.χ. στο πεδίο μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων σφαιρών [σχ. 12.4β(α)] τοποθετούμε τώρα ένα ουδέτερο αγώγιμο σώμα, π.χ. μία αφόρτιστη μεταλλική σφαίρα [σχ. 12.4β(β)]. Παρατηρούμε ότι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια της σφαίρας αυτής έλκονται από τη θετικά φορτισμένη



Σχ. 12.4β.

σφαίρα και συγκεντρώνονται στην επιφάνειά της, που βρίσκεται προς την πλευρά της θετικής σφαίρας. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, η υπόλοιπη επιφάνεια της μεταλλικής σφαίρας, που βρίσκεται προς την πλευρά της αρνητικής σφαίρας να φορτισθεί θετικά. Εποιητικά, η μεταλλική σφαίρα παρουσιάζεται τώρα φορτισμένη με ίσα και αντίθετα ηλεκτρικά φορτία. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **ηλεκτροστατική επίδραση**.

Και στην περίπτωση αυτή τα φορτία κατανέμονται αποκλειστικά στην επιφάνεια της σφαίρας. Ηλεκτρικό πεδίο αναπτύσσεται μόνο στο εξωτερικό της σφαίρας μεταξύ των φορτίων της και των αντιθέτων φορτίων των δύο σφαιρών, όπως δείχνουν οι δυναμικές γραμμές στο σχήμα 12.3β(β). Στο εσωτερικό της σφαίρας δεν δημιουργείται πεδίο.

Το φαινόμενο αυτό χρησιμοποιούμε για να προστατεύσουμε όργανα ή συσκευές από την επίδραση εξωτερικών ηλεκτρικών πεδίων. Το όργανο κλπ., περικλείομε με ένα μεταλλικό πλέγμα ή έλασμα, που εξασφαλίζει ηλεκτρική θωράκιση.

12.5 Δυναμικό και διαφορά δυναμικού

Οι έννοιες του δυναμικού και της διαφορας δυναμικού, που είχαμε γνωρίσει στην παράγραφο 3.1 χωρίς να ερμηνεύσουμε τη φυσική τους σημασία, γίνονται αντιληπτές με τη βοήθεια του ηλεκτρικού πεδίου. Για να διευκολύνουμε περισσότερο την κατανόησή τους, εξετάζουμε τις έννοιες αυτές πρώτα στο **πεδίο βαρύτητας**, που παρουσιάζει πολλές αναλογίες με το ηλεκτρικό πεδίο και είναι ήδη γνωστό από το μάθημα της Φυσικής.

Το πεδίο βαρύτητας έχει την ιδιότητα να ασκεί δύναμη σε μάζα, που βρίσκεται μέσα στο πεδίο.

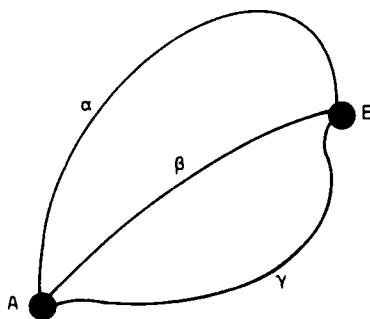
Ξέρομε ότι μια μάζα σε ορισμένο σημείο του πεδίου βαρύτητας έχει ορισμένη **δυναμική ενέργεια**. Η ενέργεια αυτή είναι ίση με το έργο που απαιτήθηκε για να μεταφερθεί η μάζα αντίθετα στη δύναμη βαρύτητας από ένα σημείο αναφοράς με δυναμική ενέργεια μηδέν μέχρι το θεωρούμενο σημείο. Το πηλίκο του έργου διά της μάζας είναι ένα σταθερό χαρακτηριστικό μέγεθος κάθε σημείου του πεδίου και ονομάζεται **δυναμικό του πεδίου βαρύτητας**. Η αριθμητική του τιμή είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια, που έχει η μονάδα της μάζας σε ένα σημείο του πεδίου. Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος, ορίζεται δηλαδή μόνο με το μέτρο του και δεν έχει διεύθυνση και φορά.

Για να μεταφερθεί μια μάζα από ένα σημείο με χαμηλότερο δυναμικό σε ένα σημείο με υψηλότερο δυναμικό χρειάζεται να καταναλωθεί έργο. Το καταναλωνόμενο έργο είναι ίσο με τη **διαφορά των δυναμικών** των δύο σημείων επί τη μάζα. Το έργο αυτό αποδίδεται όταν η μάζα κινείται από το σημείο με το υψηλότερο δυναμικό προς το σημείο με το χαμηλότερο δυναμικό.

Επειδή το έργο που προσφέρεται σε μια μάζα η αποδίδεται από αυτήν κατά τη μετακίνησή της μεταξύ δύο σημείων εξαρτάται μόνο από το δυναμικό των δύο σημείων, δεν έχει σημασία η **διαδρομή** που θα ακολουθήσει η μάζα για να φθάσει από το ένα σημείο στο άλλο. Στο σχήμα 12.5α π.χ. το ίδιο έργο καταναλώνεται για να φθάσει η μάζα από το Α στο Β ακολουθώντας τη διαδρομή α ή β ή γ.

Αν η μάζα συμπληρώσει μια **κλειστή διαδρομή** ξεκινώντας π.χ. από το Α (σχ. 12.5α), φθάνοντας στο Β και επιστρέφοντας στο Α, το ολικό έργο που θα

καταναλωθεί είναι ίσο με μηδέν. Γιατί όσο έργο προσφέρεται για να φθάσει η μάζα από το A στο B, τόσο έργο αποδίδεται κατά την επιστροφή της από το B στο A.



Σχ. 12.5α.

Ανάλογα, σε ένα **ηλεκτρικό πεδίο** κάθε σημείο έχει ορισμένο **δυναμικό**. Το δυναμικό φ_a ενός σημείου a είναι ίσο με το πηλίκο του έργου $A_{o,a}$ που χρειάζεται να καταναλωθεί για να μεταφερθεί **θετικό φορτίο Q** από ένα σημείο αναφοράς με δυναμικό μηδέν μέχρι το θεωρούμενο σημείο a , δια του φορτίου.

$$\varphi_a = \frac{A_{o,a}}{Q} \quad (1)$$

Η διαφορά δυναμικού $\varphi_a - \varphi_\beta$ μεταξύ δύο σημείων a, β είναι ίση με το πηλίκο του έργου $A_{a,\beta}$ που καταναλώνεται για να μεταφερθεί θετικό φορτίο Q από το σημείο β με το χαμηλότερο δυναμικό στο σημείο a με το υψηλότερο δυναμικό, διά του φορτίου.

$$\varphi_a - \varphi_\beta = \frac{A_{a,\beta}}{Q} = \frac{A_{o,a}}{Q} - \frac{A_{o,\beta}}{Q} \quad (2)$$

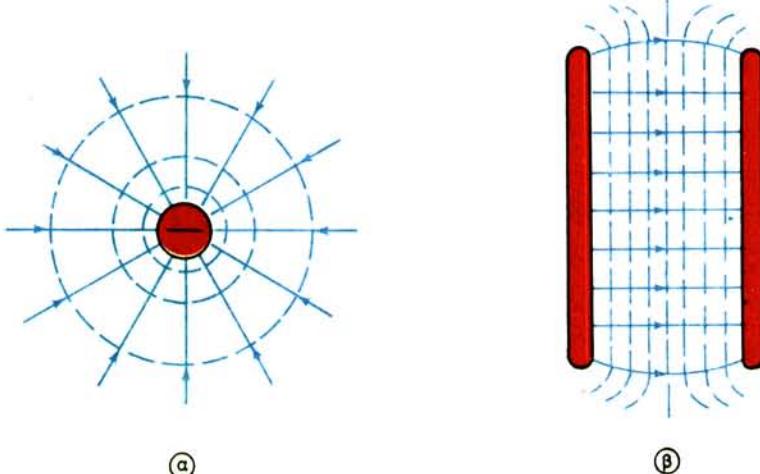
Επειδή η τάση U μεταξύ δύο σημείων είναι ίση εξ ορισμού με τη διαφορά δυναμικού των δύο σημείων, παίρνομε από την (2) τη σχέση:

$$U_{a,\beta} = \varphi_a - \varphi_\beta = \frac{A_{a,\beta}}{Q} \quad (3)$$

Όταν θετικό φορτίο μετακινείται από υψηλότερο δυναμικό σε χαμηλότερο δυναμικό **αποδίδεται έργο** ίσο με τη διαφορά των δυναμικών των δύο σημείων επί το φορτίο.

Όλα τα σημεία ενός πεδίου, που έχουν το ίδιο δυναμικό, σχηματίζουν επι-

φάνειες που ονομάζονται **ισοδυναμικές επιφάνειες**. Οι ισοδυναμικές επιφάνειες π.χ. του πεδίου γύρω από μία φορτισμένη σφαίρα είναι οι επιφάνειες ομοκέντρων σφαιρών [σχ. 12.5β(α)]. Οι ισοδυναμικές επιφάνειες του πεδίου μεταξύ δύο παραλλήλων πλακών είναι επιφάνειες παράλληλες στις πλάκες [σχ. 12.5β(β)]. Οι δυναμικές γραμμές τέμνουν κάθετα τις ισοδυναμικές επιφάνειες, όπως φαίνεται στα δύο σχήματα.



Σχ. 12.5β.

12.6 Σχέση μεταξύ τάσεως και εντάσεως ηλεκτρικού πεδίου.

Ας φαντασθούμε ότι θετικό φορτίο Q κινείται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο εντάσεως E από το υψηλότερο δυναμικό α προς το χαμηλότερο δυναμικό β παράλληλα στις ηλεκτρικές γραμμές (σχ. 12.6α). Το έργο που αποδίδεται κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το σημείο α στο β είναι:

$$A_{\alpha,\beta} = F \cdot l \quad (1)$$

όπου F η δύναμη που ασκείται από το πεδίο στο φορτίο Q και l η απόσταση των σημείων α, β .

Επειδή, σύμφωνα με τους τύπους (2) της 12.2 και (3) της 12.5:

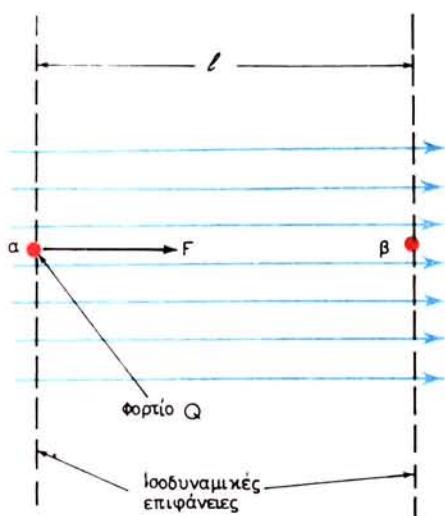
$$F = E \cdot Q \quad (2)$$

$$\text{και} \quad A_{\alpha,\beta} = U_{\alpha,\beta} \cdot Q \quad (3)$$

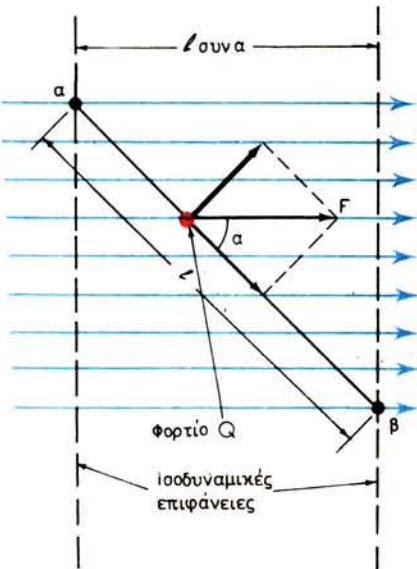
παίρνομε αντικαθιστώντας τις (2) και (3) στην (1):

$$U_{\alpha,\beta} = E \cdot l \quad (4)$$

Εστω τώρα ότι το φορτίο Q κινείται κατά μήκος μιας διαδρομής, που σχη-



Σχ. 12.6α.



Σχ. 12.6β.

ματίζει γωνία α με τις ηλεκτρικές γραμμές (σχ. 12.6β).

Η δύναμη F που ασκείται στο φορτίο Q από το πεδίο αναλύεται σε μια δύναμη στη διεύθυνση της κινήσεως $\alpha - \beta$, η οποία παράγει έργο και σε μια δύναμη κάθετη στη διεύθυνση αυτή, που δεν παράγει έργο. Έτσι το ολικό έργο, που αποδίδεται κατά τη μετακίνηση του φορτίου από το α στο β είναι:

$$A_{\alpha,\beta} = F \cdot \text{συνα} \cdot l \quad (5)$$

και η τάση μεταξύ των α, β :

$$U_{\alpha,\beta} = E \cdot l \cdot \text{συνα} \quad (6)$$

Από τις (4) και (6) συνάγομε ότι:

Η τάση ή διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων α, β ομογενούς πεδίου είναι ίση με το μέτρο της εντάσεως του ηλεκτρικού πεδίου επί την απόσταση των ισοδυναμικών επιφανειών των δύο σημείων.

Όταν δεν έχουμε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο η ένταση E μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο. Έτσι μόνο για στοιχειώδες τμήμα dl της διαδρομής μπορούμε να εφαρμόσουμε τον τύπο (6) για το οποίο παίρνομε στοιχειώδη τάση dU .

$$dU = E \cdot \text{συνα} \cdot dl \quad (7)$$

Η τάση μεταξύ των σημείων α, β βρίσκεται στην περίπτωση αυτή, αν αθροί-

σομε όλες τις στοιχειώδεις τάσεις κατά μήκος της διαδρομής, δηλαδή αν ολοκληρώσομε την (7) μεταξύ των σημείων α, β .

$$\boxed{U_{\alpha,\beta} = \int_{\alpha}^{\beta} E \text{ συνα } dl = \varphi_{\alpha} - \varphi_{\beta}} \quad (8)$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

Δίνεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο εντάσεως $E = 100 \text{ V/m}$.

Στο πεδίο αυτό κινείται ηλεκτρόνιο κατά μήκος των ηλεκτρικών γραμμών και διανύει απόσταση μεταξύ δύο σημείων, που έχουν διαφορά δυναμικού $1V$. Να υπολογισθεί:

- α) Η απόσταση l των δύο σημείων.
- β) Το έργο που αποδίδεται από το πεδίο κατά τη μετακίνηση του ηλεκτρονίου ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).
- γ) Η τελική ταχύτητα v του ηλεκτρονίου, αν η αρχική του ταχύτητα ήταν μηδέν (μάζα ηρεμίας του ηλεκτρονίου: $m_0 = 9,1083 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$).

Αύση.

α) Από την εξίσωση (4) παίρνομε:

$$l = \frac{U}{E} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ m} \quad \underline{l = 1 \text{ cm}}$$

β) Η εξίσωση (3) δίνει:

$$A = U \cdot Q = U \cdot e = 1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Js} \quad \underline{A = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}$$

γ) Η κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου στο τέρμα της διαδρομής είναι:

$$\text{Άρα: } A = \frac{m_0 v^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot A}{m_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1083 \cdot 10^{-31}}} = 5,93 \cdot 10^5 \text{ m/s} \quad \underline{U = 593 \text{ km/s}}$$

(Σε ταχύτητες $v > 2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ περίπου, η μάζα εξαρτάται από την ταχύτητα και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

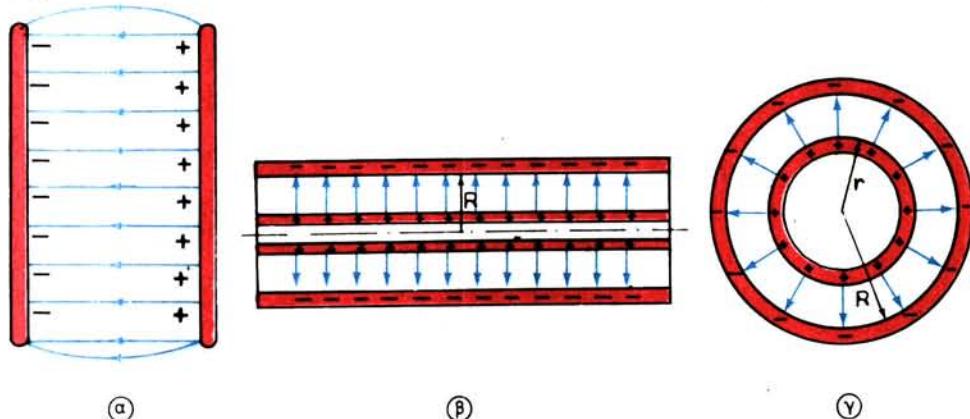
όπου $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ η ταχύτητα διαδόσεως του φωτός).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

ΠΥΚΝΩΤΕΣ

13.1 Εισαγωγή.

Μια διάταξη από δύο αγωγούς τοποθετημένους σε μικρή απόσταση ο ένας από τον άλλο μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται αέρας ή άλλο μονωτικό υλικό (διηλεκτρικό) ονομάζεται **πυκνωτής**. Οι αγωγοί που μπορεί να έχουν οποιαδήποτε μορφή, ονομάζονται **οπλισμοί** του πυκνωτή. Στην τεχνική συναντάμε συνήθως επίπεδους, κυλινδρικούς και σφαιρικούς πυκνωτές. Στους επίπεδους πυκνωτές οι οπλισμοί είναι επίπεδες και παράλληλες πλάκες [σχ. 13.1α(α)]. Στους κυλινδρικούς πυκνωτές οι οπλισμοί είναι δύο ομοαξονικοί κύλινδροι [σχ. 13.1α(β)], ενώ στους σφαιρικούς πυκνωτές είναι δύο ομόκεντρες σφαίρες [σχ. 13.1α(γ)].



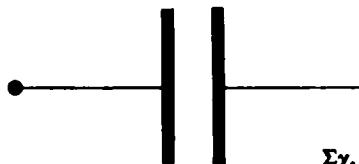
Σχ. 13.1α.

Ένας πυκνωτής μπορεί να φορτισθεί, δηλαδή να προσλάβει ηλεκτρικό φορτίο, αν συνδέσουμε τους οπλισμούς του με τους πόλους μιας πηγής συνεχούς ρεύματος. Ο πυκνωτής διατηρεί το φορτίο του ή παραμένει **φορτισμένος**, όπως λέμε, και μετά την αποσύνδεσή του από την πηγή, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Μεταξύ των οπλισμών ενός φορτισμένου πυκνωτή σχηματίζεται **ηλεκτρικό**

πεδίο. Στο πεδίο αυτό αποταμιεύεται, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 12.1 ενέργεια, που μπορεί να αποδοθεί αν συνδεθούν αγώγιμα μεταξύ τους οι οπλισμοί του πυκνωτή. Στην περίπτωση αυτή μειώνεται ραγδαία το φορτίο του πυκνωτή, μέχρις ότου μηδενισθεί, δηλαδή ο πυκνωτής εκφορτίζεται ενώ το πεδίο εξαφανίζεται.

Τους πυκνωτές παριστάνομε στα ηλεκτροτεχνικά σχέδια με το σύμβολο του σχήματος 13.1β.



Σχ. 13.1β.

13.2 Χωρητικότητα πυκνωτή – Μονάδες χωρητικότητας.

a) Χωρητικότητα.

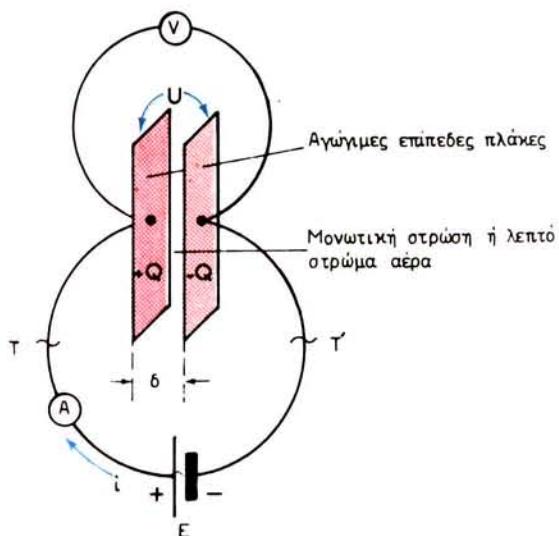
Τις ιδιότητες ενός πυκνωτή μπορούμε να μελετήσουμε εύκολα με τη βοήθεια ενός επίπεδου πυκνωτή, που είναι ο πιο απλός και κοινός πυκνωτής.

Αν συνδέσουμε τις δύο αγώγιμες πλάκες (οπλισμούς) ενός επίπεδου πυκνωτή με τους πόλους μιας ηλεκτρικής πηγής συνεχούς ρεύματος (σχ. 13.2α), θα παρατηρήσουμε ότι στιγμαία το αμπερόμετρο Α του κυκλώματος εκτρέπεται. Αυτό δείχνει ότι περνά από το αμπερόμετρο ρεύμα ι που όμως πολύ γρήγορα μηδενίζεται ($i = 0$).

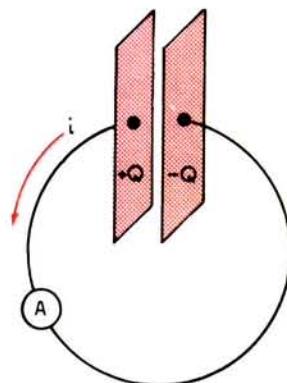
Μετά το μηδενισμό του ρεύματος παρατηρούμε, ότι το βολτόμετρο, που είναι συνδεμένο μεταξύ των αγωγίμων πλακών, δείχνει μια τάση U που είναι ίση με την $H.E.D$ Ε της πηγής συνεχούς ρεύματος ($U = E$). Η εμφάνιση της τάσεως U αποδεικνύει την παρουσία ηλεκτρικών φορτίων επάνω στις δύο αγώγιμες πλάκες. Η πλάκα, που είναι συνδεμένη με το θετικό πόλο της πηγής, εχει φορτισθεί θετικά, ενώ η άλλη πλάκα, που συνδέεται με τον αρνητικό πόλο, αρνητικά.

Αν διακόψουμε το κύκλωμα στα σημεία π.χ. $T - T'$ (σχ. 13.2α) και απομακρύνουμε τον πυκνωτή από την πηγή E , θα παρατηρήσουμε ότι ο πυκνωτής παραμένει φορτισμένος. Τα ηλεκτρικά φορτία που βρίσκονται επάνω στις αγώγιμες πλάκες έχουν παγιδευθεί, αφού δεν υπάρχει δυνατότητα διαφυγής τους.

Αν τώρα συνδέσουμε με ένα αγώγιμο σύρμα τους δύο φορτισμένους οπλισμούς του πυκνωτή (σχ. 13.2β), θα παρατηρήσουμε ότι το αμπερόμετρο του κυκλώματος εκτρέπεται κατά την αντίθετη φορά από τη φορά φορτίσεως και δείχνει ότι περνά ορισμένο ρεύμα. Το ρεύμα αυτό διαρκεί ελάχιστα, δηλαδή όσο χρειάζεται να εξισωθούν τα φορτία στις δύο πλάκες, οπότε ο πυκνωτής έχει εκφορτισθεί.



Σχ. 13.2α.



Σχ. 13.2β.

Την ποσοτική σχέση μεταξύ των ηλεκτρικών φορτίων Q που συσσωρεύονται στους οπλισμούς ενός πυκνωτή και της τάσεως U μεταξύ των οπλισμών προσδιορίζουμε πειραματικά ως εξής:

Στους οπλισμούς του πυκνωτή συνδέομε διαδοχικά πηγές με διαφορετική ΗΕΔ, E_1, E_2, E_3, \dots . Με κατάλληλο όργανο μετρούμε το φορτίο Q_1, Q_2, Q_3, \dots που αποταμιεύεται κάθε φορά σε κάθε οπλισμό και με ένα ηλεκτροστατικό βολτόμετρο μετρούμε την αντίστοιχη τάση μεταξύ των οπλισμών U_1, U_2, U_3, \dots . Αν σχηματίσουμε σε κάθε μέτρηση το πηλίκο του φορτίου διά της αντίστοιχης τάσεως, διαπιστώνομε, ότι το πηλίκο αυτό παραμένει σταθερό σε όλες τις μετρήσεις.

$$\frac{Q_1}{U_1} = \frac{Q_2}{U_2} = \frac{Q_3}{U_3} = \dots = \frac{Q}{U} = C \quad (1)$$

Το σταθερό πηλίκο του φορτίου Q που είναι αποταμιευμένο σε ένα πυκνωτή διά της τάσεως U που επικρατεί στους οπλισμούς του, ονομάζεται χωρητικότητα του πυκνωτή και συμβολίζεται με το γράμμα C .

Η (1) γράφεται επίσης:

$$Q = C \cdot U \quad (2)$$

και

$$U = \frac{Q}{C} \quad (3)$$

Από την (2) παρατηρούμε ότι υπό σταθερή τάση U , όσο μεγαλύτερη είναι η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή, τόσο μεγαλύτερο ηλεκτρικό φορτίο Q αποταμιεύεται στους οπλισμούς του. Η χωρητικότητα λοιπόν εκφράζει το κατά πόσο σε ένα πυκνωτή μπορεί να αποταμιευθεί ή να «χωρέσει» περισσότερο ή λιγότερο φορτίο.

Η χωρητικότητα ενός πυκνωτή εξαρτάται, όπως θα γνωρίσουμε στην παράγραφο 13.4; από τα γεωμετρικά στοιχεία και από το μονωτικό (διηλεκτρικό), που υπάρχει μεταξύ των οπλισμών του.

β) Μονάδες χωρητικότητας.

Για τη μέτρηση της χωρητικότητας χρησιμοποιείται στο σύστημα S.I. η μονάδα Farad (φαράντ), τιμητικά για τον Άγγλο ερευνητή Faraday (1791 - 1867), με σύμβολο το λατινικό κεφαλαίο γράμμα F. Η μονάδα F προκύπτει από τον τύπο (1):

$$[C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{C}{V} = \frac{A \cdot s}{V} = \frac{s}{\Omega} = F \text{ (Farad)}$$

Ενας πυκνωτής έχει χωρητικότητα 1 F, όταν η τάση μεταξύ των οπλισμών του είναι 1 V και το φορτίο επάνω στους οπλισμούς του 1 C (1 A·s).

Η μονάδα Farad [F] είναι τεράστια, γιατί η μονάδα Coulomb είναι πολύ μεγάλη, όπως αποδειξάμε στην παράγραφο 1.2. Στην πράξη δεν είναι δυνατό να κατασκευασθούν πυκνωτές με τόσο μεγάλη χωρητικότητα, γιατί είναι αδύνατο να συγκρατήσουμε **σε ηρεμία** επάνω σε σώματα φορτία της τάξεως του ενός C. (Αντίθετα είναι εύκολο να μεταφέρουμε από σημείο σε σημείο μεγάλα φορτία. Από την τομή ενός αγωγού π.χ. που διαρρέεται από ρεύμα 1 A ξέρομε ότι περνά σε 1 s φορτίο: $Q = I \cdot t = 1 C$).

Στις πρακτικές εφαρμογές χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση της χωρητικότητας τα εξής υποπολλαπλάσια του Farad.

- Το μικροφαράντ (μF) = 10^{-6} F
- Το νανοφαράντ (nF) = 10^{-9} μF = 10^{-9} F
- Το πικοφαράντ (pF) = 10^{-12} μF = 10^{-12} nF = 10^{-12} F.

13.3 Η σημασία της διηλεκτρικής σταθεράς – Διηλεκτρική πόλωση.

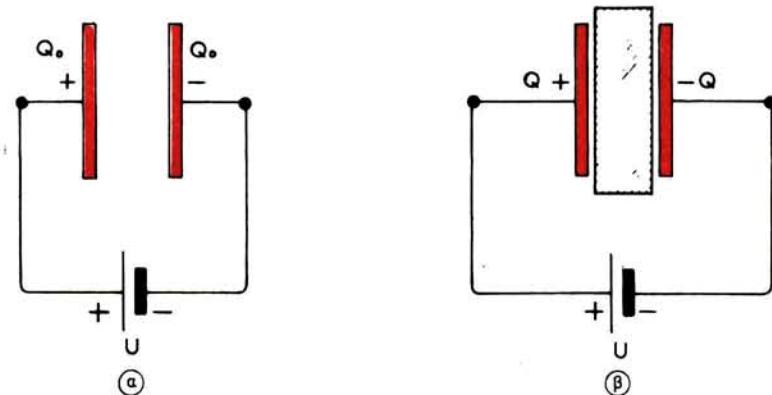
Για να μελετήσουμε την επίδραση, που έχει το διηλεκτρικό μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή στη χωρητικότητά του, εκτελούμε το εξής πείραμα:

Παίρνομε ένα επίπεδο πυκνωτή με αέρα μεταξύ των πλακών του και τον συνδέομε σε πηγή με πολική τάση U [σχ. 13.3a(a)].

Μετά τη φόρτισή του αποσυνδέομε την πηγή και μετρούμε το φορτίο του Q_0 και την τάση U μεταξύ των οπλισμών. Σύμφωνα με τη σχέση (1) της παραγράφου 13.2 η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι:

$$C_0 = \frac{Q_0}{U} \quad (1)$$

Εκφορτίζομε τώρα τον πυκνωτή και τον συνδέομε πάλι στην ίδια πηγή, αλλά μεταξύ των πλακών του τοποθετούμε κάποιο μονωτικό υλικό [σχ. 13.3α(β)]. Μετά τη φόρτισή του αποσυνδέομε την πηγή και μετράμε πάλι το φορτίο και την τάση του πυκνωτή.



Σχ. 13.3α.

Παρατηρούμε ότι η τάση είναι ίδια, όπως προηγουμένως, γιατί χρησιμοποιήσαμε την ίδια πηγή και όπως ξέρομε ο πυκνωτής φορτίζεται μέχρις ότου η τάση του εξισωθεί με την τάση της πηγής. Το φορτίο όμως έχει τώρα μια μεγαλύτερη τιμή Q . Άρα η χωρητικότητα του πυκνωτή αυξήθηκε με την πάρουσία του μονωτικού και έγινε:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (2)$$

Αν επαναλάβομε το πείραμα με άλλους πυκνωτές και άλλες πηγές αλλά με το ίδιο πάντα μονωτικό υλικό, διαπιστώνομε ότι το πηλίκο:

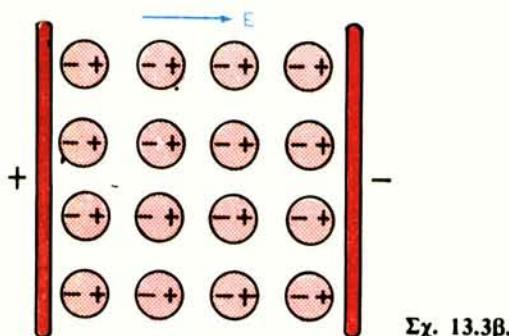
$$\frac{C}{C_0} = \frac{Q}{Q_0} = \epsilon_r \quad (3)$$

παραμένει σταθερό. Το πηλίκο αυτό δίνει τη **σχετική διηλεκτρική σταθερά** του υλικού, που γνωρίσαμε ήδη στην παράγραφο 1.2 κατά την περιγραφή του νόμου του Coulomb. Άρα η σχετική διηλεκτρική σταθερά ϵ_r ενός υλικού ορίζει πόσες φορές αυξάνεται το φορτίο ή η χωρητικότητα ενός πυκνωτή με διηλεκτρικό το υλικό αυτό, συγκριτικά με το φορτίο και τη χωρητικότητα του πυκνωτή με διηλεκτρικό τον αέρα. Η ϵ_r είναι αδιάστατο μέγεθος, όπως φαίνεται από την (3).

Η αύξηση του φορτίου και επομένως της χωρητικότητας του πυκνωτή οφείλεται σε ένα φαινόμενο που εμφανίζεται στο διηλεκτρικό και ονομάζεται **διηλεκτρική πόλωση**.

Ενα μονωτικό υλικό δεν διαθέτει ουσιαστικά ελεύθερα ηλεκτρόνια, όπως ξέρομε. Τα ηλεκτρόνια του είναι δεσμευμένα στα μόρια με ισχυρές δυνάμεις που ασκούν σε αυτά αντίστοιχα θετικά φορτία. Ετσι το ηλεκτρικό πεδίο, που δημιουργείται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή και ασκεί δύναμη στα ηλεκτρόνια, δεν μπορεί να τα αποσπάσει από τα μόρια, όπως συμβαίνει με τα ελεύθερα ηλεκτρόνια των αγωγών. Μπορεί όμως να **μετατοπίσει** κάπως τα ηλεκτρόνια σε φορά αντίθετη από τη φορά του πεδίου (αφού έχουν αρνητικό φορτίο) και τα θετικά φορτία στη φορά του πεδίου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να αποκτήσει κάθε μόριο του διηλεκτρικού θετικό φορτίο στη φορά του πεδίου και αρνητικό σε αντίθετη φορά.

Ετσι, αν φαντασθούμε κάθε μόριο σαν μικρή σφαίρα, προκύπτει η κατανομή των φορτίων που δείχνει το σχήμα 13.3β.



Η μετατόπιση των φορτίων είναι ανάλογη της εντάσεως του πεδίου και σταματά όταν εξισορροπηθούν οι αντίθετες δυνάμεις, που ασκούνται στα φορτία. Όταν διακοπεί το ηλεκτρικό πεδίο, τα φορτία επιστρέφουν στην αρχική τους θέση. Άρα η μετατόπιση είναι ελαστική.

Η ελαστική μετατόπιση φορτίων μέσα σε διηλεκτρικό κάτω από την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται διηλεκτρική πόλωση.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 13.3β, στο εσωτερικό του μονωτικού εξουδετερώνονται τα αντίθετα φορτία γειτονικών μορίων. Αντίθετα μπορούν να δράσουν προς τα έξω τα φορτία, που βρίσκονται στις εξωτερικές επιφάνειες του μονωτικού απέναντι από τους οπλισμούς. Απέναντι από το θετικό ηλεκτρικό έμφανίζεται αρνητικό φορτίο και αντίστροφα. Τα φορτία του διηλεκτρικού εξουδετερώνουν τις δράσεις ίσου μέρους φορτίων των οπλισμών. Ετσι οι οπλισμοί μπορούν να προσλάβουν επί πλέον φορτίο, όσο είναι το φορτίο που εξουδετερώθηκε σε κάθε οπλισμό από τα φορτία πολώσεως. Πραγματικά, αν σε ένα ήδη φορτισμένο πυκνωτή αέρα, που είναι συνδεμένος σε

ηλεκτρική πηγή, εισάγομε κάποιο μονωτικό, θα παρατηρήσομε ότι στιγμαία ρέει ρεύμα στην κατεύθυνση φορτίσεως του πυκνωτή. Αυτό αποδεικνύει ότι ο πυκνωτής φορτίζεται επί πλέον από το φορτίο που ήδη είχε.

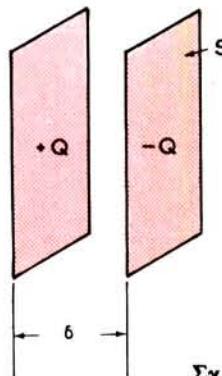
13.4 Ο επίπεδος πυκνωτής.

a) Η χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή.

Πειραματικά και θεωρητικά αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή εξαρτάται από τις διαστάσεις του και από τη διηλεκτρική σταθερά του μονωτικού μεταξύ των οπλισμών του.

Τη σχέση μεταξύ των μεγεθών αυτών μπορούμε να προσδιορίσουμε πειραματικά στον **επίπεδο πυκνωτή** ως εξής: Μετράμε τη χωρητικότητα C μιας σειράς επιπέδων πυκνωτών, που οι οπλισμοί τους έχουν διαφορετικό μέγεθος, διαφορετική απόσταση μεταξύ τους και διαφορετικό μονωτικό. Κατόπιν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των μετρήσεων με τις διαστάσεις και τη διηλεκτρική σταθερά. Αν η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι πολύ μικρή συγκριτικά με τις διαστάσεις της επιφάνειάς τους, διαπιστώνομε ότι η χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή είναι ανάλογη της επιφάνειας S του ενός από τους οπλισμούς, ανάλογη της διηλεκτρικής σταθεράς ϵ και αντίστροφα ανάλογη της αποστάσεως δ μεταξύ των δύο οπλισμών (σχ. 13.4a):

$$C = \epsilon \cdot \frac{S}{\delta} \quad (1)$$



Σχ. 13.4a.

Τη διηλεκτρική σταθερά ϵ (ονομάζεται επίσης απόλυτη διηλεκτρική σταθερά) έχουμε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 1.2.

Αν μεταξύ των πλακών υπάρχει κενό ή αέρας η (1) γράφεται:

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} \quad (2)$$

όπου ϵ_0 είναι η διηλεκτρική σταθερά του κενού και με μεγάλη προσέγγιση του αέρα.

Από τους τύπους (1) και (2) υπολογίζονται οι σταθερές ε και ϵ_0 ύστερα από μέτρηση της χωρητικότητας ενός επίπεδου πυκνωτή με γνωστές διαστάσεις.

Με μετρήσεις ακριβείας έχει βρεθεί ότι η ϵ_0 έχει την τιμή:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \cdot \frac{F}{m} = 8,85419 \frac{pF}{m} \quad (3)$$

(Η μονάδα $\frac{F}{m}$ είναι ισοδύναμη στο σύστημα S.I. με τη μονάδα $\frac{C^2}{N \cdot m^2}$,

που προκύπτει για την ϵ_0 από το νόμο του Coulomb, που είχαμε δώσει στην παράγραφο 1.2).

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις (1) και (2) και λάβομε υπόψη τη σχέση (3) της παραγράφου 13.3 προκύπτει:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r \quad (4)$$

$$\eta \quad \boxed{\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \quad (5)$$

Η διηλεκτρική σταθερά οποιουδήποτε μονωτικού υλικού είναι μεγαλύτερη από τη διηλεκτρική σταθερά του κενού και προκύπτει από το γινόμενο της διηλεκτρικής σταθεράς του κενού επί τη σχετική διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Ο τύπος (1) γίνεται με την (5):

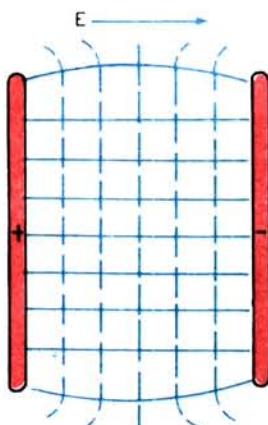
$$\boxed{C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \frac{S}{\delta}} \quad (6)$$

Από την (6) προκύπτει ότι η χωρητικότητα ενός επίπεδου πυκνωτή αυξάνει, όσο μικραίνει η απόσταση δ μεταξύ των οπλισμών, δηλαδή το πάχος του μονωτικού ή του στρώματος του αέρα.

Στην πράξη δεν είναι δυνατό να ελαττώνουμε απεριόριστα το πάχος του μονωτικού, γιατί αυτό εξαρτάται άμεσα από την τάση, που είμασθε αναγκασμένοι να εφαρμόσουμε στον πυκνωτή. Ανάλογα με την εφαρμοζόμενη τάση απαιτείται και ορισμένο πάχος του μονωτικού ή του στρώματος αέρα. Σε μικρότερο πάχος το μονωτικό δεν είναι σε θέση να διατηρήσει χωρισμένα τα φορτία των δύο οπλισμών. Ηλεκτρικά φορτία περνούν από τον ένα οπλισμό στον άλλο μέσα από το διηλεκτρικό με αποτέλεσμα την καταστροφή του. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το διηλεκτρικό διασπάται.

β) Το ηλεκτρικό πεδίο του επίπεδου πυκνωτή.

Το ηλεκτρικό πεδίο ενός επίπεδου πυκνωτή με μικρή απόσταση μεταξύ των πλακών συγκριτικά με τις διαστάσεις της επιφάνειάς του, είναι πρακτικά **ομοιόμορφο**. Η ένταση \vec{E} του πεδίου έχει σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου μεταξύ των πλακών (οπλισμών) το ίδιο μέτρο και την ίδια φορά. Η διεύθυνση του πεδίου είναι κάθετη στους οπλισμούς και η φορά του είναι από το θετικό οπλισμό προς τον αρνητικό. Οι ηλεκτρικές γράμμες είναι παράλληλες και σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους, εφόσον το πεδίο είναι ομοιόμορφο και κάθετες στους οπλισμούς (σχ. 13.4β). Οι ισοδυναμικές επιφάνειες είναι παράλληλες στους οπλισμούς.



Σχ. 13.4β.

Το μέτρο της εντάσεως \vec{E} προκύπτει, σύμφωνα με τη σχέση (4) της παραγράφου 12.6, από την τάση U μεταξύ των οπλισμών και την απόστασή τους δ .

$$\boxed{E = \frac{U}{\delta}} \quad (7)$$

Παρατηρούμε ότι υπό σταθερή τάση U η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου ενός επίπεδου πυκνωτή είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μικρότερη είναι η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Να υπολογισθεί η επιφάνεια S κάθε οπλισμού ενός επίπεδου πυκνωτή, όταν η χωρητικότητά του $C = 1 \text{ F}$, η σχετική διηλεκτρική σταθερά του διηλεκτρικού του $\epsilon_r = 2$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του $\delta = 10^{-4} \text{ m}$.

Λύση.

$$S = \frac{C \cdot \delta}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = \frac{1 \text{ F} \cdot 10^{-4} \text{ m}}{\frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \cdot \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot 2} = 18 \cdot \pi \cdot 10^5 \text{ m}^2 = 5,65 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

$$S = 5,65 \text{ km}^2$$

Βέβαια ένας πυκνωτής με τέτοια επιφάνεια των πλακών του δεν είναι δυνατό να κατασκευασθεί. Βλέπομε λοιπόν πόσο μεγάλη είναι η μονάδα 1 F.

Αν η χωρητικότητα είναι $C = 1 \mu\text{F}$ τότε η επιφάνεια των πλακών γίνεται $S = 5,65 \text{ m}^2$, δηλαδή ένα μέγεθος που είναι δυνατό να κατασκευασθεί.

Παράδειγμα 2.

Μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή, χωρητικότητας $C = 200 \text{ pF}$, εφαρμόζεται τάση $U = 1000 \text{ V}$. Να βρεθούν:

- Το ηλεκτρικό φορτίο Q που μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.
- Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E , όταν η απόσταση μεταξύ των πλακών του πυκνωτή είναι $\delta = 0,5 \text{ mm}$.
- Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του παρεμβαλλόμενου μεταξύ των πλακών μονωτικού ϵ_r , όταν η επιφάνεια κάθε οπλισμού του πυκνωτή είναι $S = 2 \text{ cm}^2$.

Λύση.

$$\text{a) } Q = CU = 200 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V}} \cdot \text{V} = 200 \text{ nC}$$

$$Q = 200 \text{ nC}$$

$$\text{b) } E = \frac{U}{\delta} = \frac{1000 \text{ V}}{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2 \cdot 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$\text{c) } \epsilon_r = \frac{36 \cdot \pi \cdot 10^9 \cdot \delta \cdot C}{S} = \frac{36 \cdot \pi \cdot 10^9 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 200 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-4}} = 56,52$$

$$\epsilon_r = 56,52$$

13.5 Ηλεκτροστατική ενέργεια πυκνωτή.

Όπως ήδη αναφέραμε, κατά τη φόρτιση εγός πυκνωτή προσφέρεται ενέργεια από την ηλεκτρική πηγή στον πυκνωτή μέχρις ότου η τάση στους οπλισμούς του γίνει ίση με την τάση της πηγής. Η ενέργεια αυτή χρησιμεύει στη δημιουργία του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή και παραμένει αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο.

Η αποταμιευμένη ηλεκτροστατική ενέργεια αποδίδεται κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή, οπότε μετατρέπεται σε άλλες μορφές ενέργειας, π.χ. σε θερμότητα σε ένα αντιστάτη που συνδέεται μεταξύ των οπλισμών.

Αν Q είναι το ηλεκτρικό φορτίο ενός πυκνωτή, C η χωρητικότητά του και U η τάση μεταξύ των οπλισμών του, η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή δίνεται από την εξίσωση:

$$A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} C \cdot U^2 \quad (1)$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει, ότι μονάδα μετρήσεως της ηλεκτροστατικής ενέργειας στο σύστημα S.I. είναι το Joule (J).

$$[A] = [C] [U]^2 = \frac{As}{V} V^2 = Ws = J$$

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Μεταξύ των πλακών ενός επίπεδου πυκνωτή εφαρμόζεται τάση $U = 50.000$ V. Η επιφάνεια κάθε πλάκας του πυκνωτή είναι $S = 1130 \text{ cm}^2$ και η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι $\delta = 10 \text{ cm}$. Όταν το παρεμβαλλόμενο μονωτικό είναι ο αέρας, να βρεθούν:

- α) Η χωρητικότητα του πυκνωτή.
- β) Το ηλεκτρικό φορτίο Q που μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.
- γ) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.
- δ) Η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυκνωτή.

Λύση.

$$\alpha) C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{1130 \cdot 10^{-4}}{36 \pi \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-2}} = 10^{-11} \text{ F} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_0 = 10 \text{ pF}$$

$$\beta) Q = C \cdot U = 10 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^4 = 50 \cdot 10^{-8} \text{ C} = 0,5 \mu\text{C}$$

$$Q = 0,5 \mu\text{C}$$

$$\gamma) E = \frac{U}{\delta} = \frac{50.000}{10 \cdot 10^{-2}} = 500.000 \frac{V}{m} = 500 \frac{kV}{m}$$

$$E = 500 \frac{kV}{m}$$

$$\delta) A = \frac{1}{2} Q \cdot U = \frac{1}{2} 50 \cdot 10^{-8} As \cdot 5 \cdot 10^4 V = 125 \cdot 10^{-4} Ws$$

$$A = 125 \cdot 10^{-4} J$$

Παράδειγμα 2.

Μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή αέρα, χωρητικότητας $C_0 = 10^2 \text{ pF}$, εφαρμόζεται μία τάση $U_0 = 1000 \text{ V}$. Αν η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $\delta = 5 \text{ mm}$, να βρεθούν:

α) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

β) Η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυκνωτή.

γ) Το ηλεκτρικό φορτίο Q , που μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.

Αποσυνδέομε τον πυκνωτή από την τάση φορτίσεώς του και παρεμβάλλομε μεταξύ των οπλισμών του ένα διηλεκτρικό, πάχους $\delta_1 = \delta = 5 \text{ mm}$ και σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $e_r = 10$. Να βρεθούν:

δ) Η χωρητικότητα C_1 του πυκνωτή.

ε) Η τάση U_1 που θα παρουσιασθεί μεταξύ των οπλισμών του.

στ) Η ένταση E_1 του ηλεκτρικού πεδίου.

ζ) Η ηλεκτροστατική ενέργεια A_1 του πυκνωτή.

Λύση.

$$\alpha) E = \frac{U_0}{\delta} = \frac{1000}{5 \cdot 10^{-3}} \frac{V}{m} = 200 \frac{kV}{m}$$

$$E = 200 \frac{kV}{m}$$

$$\beta) A = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \frac{1}{2} 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10^6 \frac{As}{V} V^2 = 50 \cdot 10^{-6} Ws$$

$$A = 50 \mu J$$

$$\gamma) Q = C_0 U_0 = 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 = 10^{-7} = 100 \cdot 10^{-9}$$

$$Q = 100 \text{ nC}$$

$$\delta) C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{\delta}, \quad C_0 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta}, \quad \frac{C_1}{C_0} = \epsilon_r$$

$$C_1 = C_0 \cdot \epsilon_r = 10^2 \cdot 10^{-12} \cdot 10 = 1000 \cdot 10^{-12}$$

$$C_1 = 1000 \text{ pF}$$

- ε) Αφού ο πυκνωτής κατά την εισαγωγή του διηλεκτρικού μεταξύ των οπλισμών του δεν συνδέεται με την πηγή, θα διατηρεί το φορτίο του Q.

$$Q = U_1 C_1 \rightarrow U_1 = \frac{Q}{C_1} = \frac{100 \cdot 10^{-9}}{1000 \cdot 10^{-12}} = 100 \text{ V}$$

$$U_1 = 100 \text{ V}$$

$$\sigma) E_1 = \frac{U_1}{\delta} = \frac{100}{5 \cdot 10^{-3}} = 20 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$E_1 = 20 \frac{\text{kV}}{\text{m}}$$

$$\zeta) A_1 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} 10^3 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4 = 0,5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$A_1 = 5 \text{ } \mu\text{J}$$

13.6 Τρόποι συνδέσεως πυκνωτών — Ισοδύναμη χωρητικότητα.

Στην τεχνική υπάρχουν τρεις τρόποι συνδέσεως των πυκνωτών σε ένα κύκλωμα.

a) Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά.

Το παρακάτω σχήμα 13.6α δείχνει τη συνδεσμολογία πυκνωτών σε σειρά. Όταν η ομάδα των σε σειρά συνδεμένων πυκνωτών φορτισθεί τότε κάθε πυκνωτής φέρει το ίδιο φορτίο Q. Πραγματικά όταν στην ομάδα εφαρμοσθεί τάση U, φορτίζονται στην αρχή οι εξωτερικοί οπλισμοί των ακραίων πυκνωτών C₁ και C₄ με ίσα και αντίθετα φορτία Q. Τα φορτία αυτά προκαλούν αμέσως κατόπιν, λόγω της ηλεκτροστατικής επιδράσεως που γνωρίσαμε στην παρά-

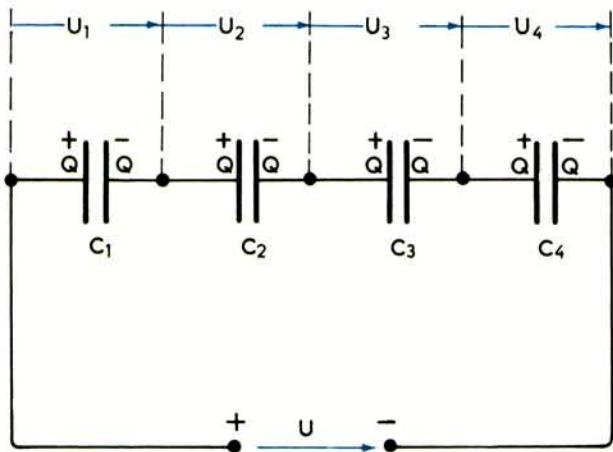
γραφο 12.4, τη φόρτιση εναλλακτικά με αντίθετα φορτία των υπολοίπων οπλισμών, ώστε τελικά όλοι οι πυκνωτές έχουν το ίδιο φορτίο Q .

Σύμφωνα με την εξίσωση (2) της παραγράφου 13.2 είναι:

$$Q = U_1 C_1 = U_2 C_2 = U_3 C_3 = U_4 C_4 \quad \text{και επομένως:}$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}, \quad U_2 = \frac{Q}{C_2}, \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}, \quad U_4 = \frac{Q}{C_4} \quad (1)$$

όπου U_1, U_2, U_3, U_4 οι τάσεις που εμφανίζονται μεταξύ των οπλισμών των τεσσάρων πυκνωτών μετά τη φόρτισή τους με το φορτίο Q .



Σχ. 13.6α.

Σύμφωνα με το δεύτερο κανόνα του Kirchhoff η πολική τάση U της πηγής τροφοδοτήσεως είναι ίση με το άθροισμα των πτώσεων τάσεως στους πυκνωτές:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \quad (2)$$

Αντικαθιστώντας τις τάσεις U_1 μέχρι U_4 της (1) στη (2) παίρνομε:

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \frac{Q}{C_4} \quad (3)$$

Την ομάδα των συνδεμένων σε σειρά πυκνωτών μπορούμε να αντικαταστήσουμε με ένα πυκνωτή με **ισοδύναμη χωρητικότητα** προς αυτή της συνδεσμολογίας.

Ισοδύναμη χωρητικότητα μιάς ομάδας συνδεμένων μεταξύ τους πυκνωτών είναι η χωρητικότητα C ενός πυκνωτή, ο οποίος υπό την ίδια τάση U αποταμεύει το ίδιο φορτίο Q , όπως η ομάδα.

Άρα: $U = \frac{Q}{C}$ (4)

και με την (3) έχομε:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$$

Δηλαδή: Κατά τη σύνδεση των πυκνωτών σε σειρά, το αντίστροφο της ισοδύναμης χωρητικότητας, είναι ίσο με το άθροισμα των αντιστρόφων των χωρητικοτήτων τους.

$$\frac{1}{C} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{C_n} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

(5)

Η ισοδύναμη χωρητικότητα της συνδεσμολογίας πυκνωτών σε σειρά είναι πάντα μικρότερη και από τη μικρότερη χωρητικότητα της συνδεσμολογίας. Επομένως όταν θέλουμε να μειώσουμε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή, ένας τρόπος είναι να συνδέσουμε έναν ή άλλους πυκνωτές σε σειρά με αυτόν.

Αν μια συνδεσμολογία σειράς έχει μόνο πυκνωτές με την ίδια χωρητικότητα C , τότε η ισοδύναμη χωρητικότητα είναι:

$$C_{\text{ολ}} = \frac{C}{n}$$

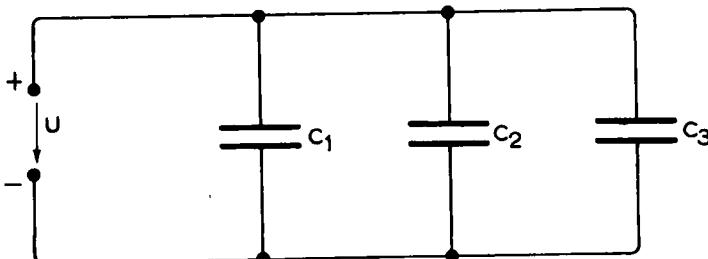
(6)

όπου n ο αριθμός των πυκνωτών.

β) Παράλληλη σύνδεση πυκνωτών.

Το παρακάτω σχήμα 13.6β δείχνει μια παράλληλη σύνδεση τριών πυκνωτών.

Είναι προφανές ότι μεταξύ των οπλισμών κάθε πυκνωτή εφαρμόζεται η ίδια τάση U .



Σχ. 13.6β.

Τα ηλεκτρικά φορτία που φέρουν μετά τη φόρτισή τους οι πυκνωτές είναι:

$$Q_1 = UC_1, \quad Q_2 = UC_2, \quad Q_3 = UC_3 \quad (7)$$

Το συνόλικό ηλεκτρικό φορτίο που αποταμιεύεται στη διάταξη είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = CU \quad (8)$$

όπου C η ισοδύναμη χωρητικότητα της διατάξεως.

Από την (7) και (8) έχομε:

$$\begin{aligned} CU &= C_1 U + C_2 U + C_3 U \\ C &= C_1 + C_2 + C_3 \end{aligned}$$

Άρα, η ισοδύναμη χωρητικότητα μιας διατάξεως με παράλληλα συνδεμένους πυκνωτές είναι ίση με το άθροισμα των χωρητικοτήτων των πυκνωτών της διατάξεως.

$$C = \sum_{n=1}^N C_n = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \quad (9)$$

Επομένως όταν θέλουμε να αυξήσουμε τη χωρητικότητα ενός πυκνωτή, τότε συνδέομε έναν άλλο ή άλλους πυκνωτές παράλληλα.

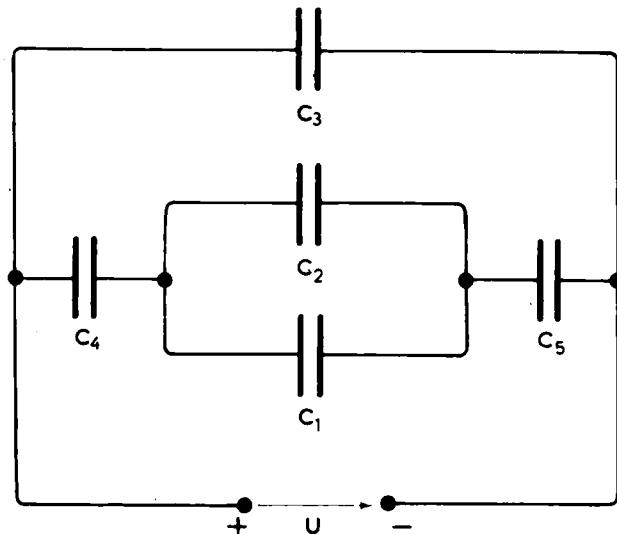
Σε μια παράλληλη συνδεσμολογία, που όλοι οι πυκνωτές έχουν την ίδια χωρητικότητα C , η ισοδύναμη χωρητικότητα C_{ol} είναι:

$$C_{\text{ol}} = nC \quad (10)$$

όπου n ο αριθμός των πυκνωτών της παράλληλης συνδεσμολογίας.

γ) Μικτή σύνδεση πυκνωτών.

Μια συνδεσμολογία πυκνωτών είναι μικτή, όταν αποτελείται από πυκνωτές



Σχ. 13.6γ.

που είναι συνδεμένοι σε σειρά και παράλληλα (σχ. 13.6γ). Εφαρμόζοντας διαδοχικά τους κανόνες που αναφέραμε στις περιπτώσεις συνδέσεως πυκνωτών

σε σειρά και παράλληλα, βρίσκομε την ισοδύναμη χωρητικότητα της μικτής συνδεσμολογίας, π.χ. στην περίπτωση της συνδεσμολογίας του σχήματος 13.6γ:

Οι πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται παράλληλα: $C_{1,2} = C_1 + C_2$

Οι πυκνωτές $C_{1,2}$, C_4 και C_3 συνδέονται σε σειρά:

$$\frac{1}{C_{1,2,4,5}} = \frac{1}{C_{1,2}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_3}$$

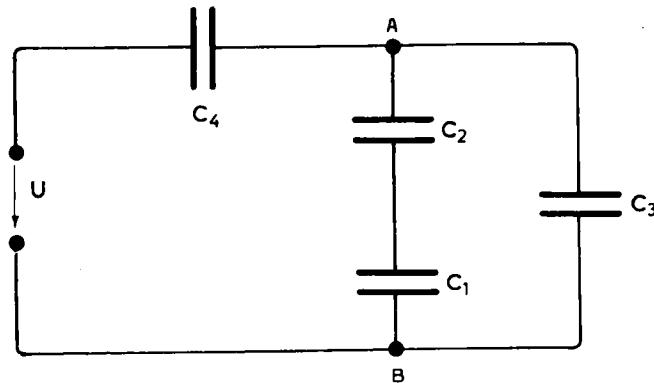
Οι πυκνωτές $C_{1,2,4,5}$ και C_3 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{1,2,3,4,5} = C_{1,2,4,5} + C_3$$

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Δίνεται η παρακάτω συνδεσμολογία του σχήματος 13.6δ όπου: $C_1 = 3 \mu F$, $C_2 = 2 \mu F$, $C_3 = 1 \mu F$, $C_4 = 0,5 \mu F$ και $U = 220 V$. Να βρεθούν:



Σχ. 13.6δ.

- a) Η ισοδύναμη χωρητικότητα $C_{o\lambda}$ της συνδεσμολογίας, των επιπέδων πυκνωτών.
- β) Το ηλεκτρικό φορτίο $Q_{o\lambda}$, που μπορεί να αποταμιεύσει η συνδεσμολογία.
- γ) Το ηλεκτρικό φορτίο κάθε πυκνωτή Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 καθώς και η τάση που εφαρμόζεται μεταξύ των οπλισμών κάθε πυκνωτή U_1, U_2, U_3, U_4 .

Λύση.

- α) Οι πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται σε σειρά:

$$\frac{1}{C_{1,2}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 0,8333$$

και

 $C_{1,2}$ και C_3 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{1,2} = 1,2 \mu F$$

$$C_{1,2,3} = C_{1,2} + C_3 = 1,2 + 1 = 2,2 \quad C_{1,2,3} = 2,2 \mu F$$

Ο $C_{1,2,3}$ και ο C_4 συνδέονται σε σειρά:

$$\frac{1}{C_{o\lambda}} = \frac{1}{C_{1,2,3}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2,2} + \frac{1}{0,5} = 2,4545$$

$$C_{o\lambda} = 0,407 \mu F$$

$$\beta) Q_{o\lambda} = C_{o\lambda} \cdot U = 0,407 \cdot 10^{-6} F \cdot 220 V = 89,54 \cdot 10^{-6} C$$

$$Q_{o\lambda} = 89,54 \mu C$$

γ) Οι πυκνωτές C_4 και $C_{1,2,3}$, όπως προαναφέραμε συνδέονται σε σειρά. Επομένως το ηλεκτρικό φορτίο του C_4 είναι ίσο με το ολικό φορτίο ($Q_4 = Q_{o\lambda}$) καθώς επίσης το ηλεκτρικό φορτίο του $C_{1,2,3}$ είναι ίσο με το ολικό φορτίο ($Q_{1,2,3} = Q_{o\lambda}$).

$$Q_4 = Q_{o\lambda} = U_4 \cdot C_4$$

$$U_4 = \frac{Q_{o\lambda}}{C_4} = \frac{89,54}{0,5} = 179,08 V$$

Η τάση που εφαρμόζεται μεταξύ A-B (σχήμα 13.6δ) είναι:

$$U_{AB} = U - U_4 = 220 - 179,08 = 40,92 V$$

Η τάση αυτή είναι ίση και με την τάση U_3 που εφαρμόζεται μεταξύ των οπλισμών του C_3 . Δηλαδή είναι:

$$U_3 = 40,92 V$$

$$Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 40,92 \cdot V \cdot 1 \mu F = 40,92 \mu C$$

$$Q_{1,2} = Q_1 = Q_2 = C_{1,2} \cdot U_{AB} = 1,2 \mu F \cdot 40,92 V = 49,104 \mu C$$

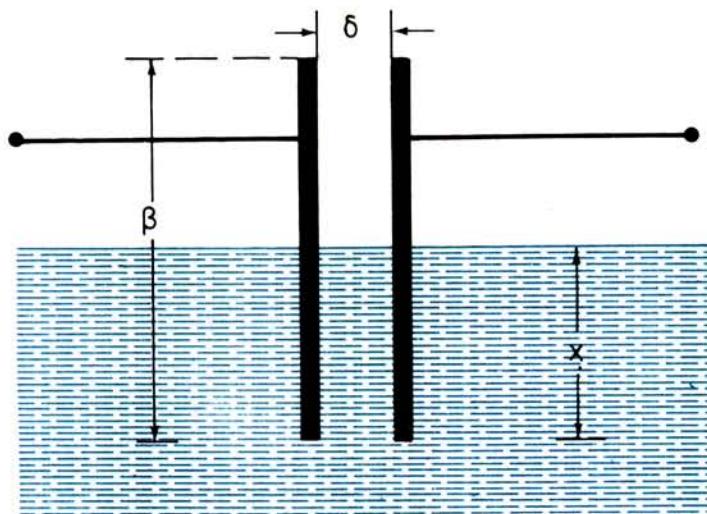
$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{49,104}{3} = 16,368 V$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{49,104}{2} = 24,552 V$$

Είναι λοιπόν: $Q_1 = 49,104 \mu C \quad U_1 = 16,368 V$ $Q_2 = 49,104 \mu C \quad U_2 = 24,552 V$ $Q_3 = 40,92 \mu C \quad U_3 = 40,92 V$ $Q_4 = 89,54 \mu C \quad U_4 = 179,08 V$

Παράδειγμα 2.

Δίνεται ένας επίπεδος πυκνωτής με χωρητικότητα C_1 και διηλεκτρικό αέρα. Κάθε πλάκα του πυκνωτή έχει επιφάνεια $S = \alpha \cdot \beta$. Η μια διάσταση της πλάκας είναι $\beta = 10 \text{ cm}$ και η απόσταση μεταξύ των πλακών είναι $\delta = 3 \text{ mm}$. Ένα μέρος του πυκνωτή βυθίζεται μέσα σε λάδι, σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $\epsilon_r = 4,5$. Να βρεθεί πόσο πρέπει να βυθισθεί ο πυκνωτής (απόσταση x στο σχήμα 13.6e, ώστε η χωρητικότητα C_2 που δημιουργείται να είναι τρεις φορές μεγαλύτερη από την χωρητικότητα C_1 ($C_2 = 3C_1$).



Σχ. 13.6e.

Λύση.

Η αρχική χωρητικότητα με διηλεκτρικό τον αέρα είναι:

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{\alpha \cdot \beta}{\delta}$$

Η χωρητικότητα C_2 είναι άθροισμα δύο παράλληλα συνδεμένων πυκνωτών με χωρητικότητα C'_1 και C''_1 : ($C_2 = C'_1 + C''_1$).

C'_1 είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή που έχει διηλεκτρικό αέρα και εμβαδόν των πλακών του, το μη βυθισμένο στο λάδι τμήμα του αρχικού πυκνωτή. Δηλαδή έχουμε:

$$C'_1 = \epsilon_0 \frac{(\beta - x) \cdot \alpha}{\delta}$$

C''_1 είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή, που έχει διηλεκτρικό το λάδι και εμβαδόν των πλακών του, το βυθισμένο στο λάδι τμήμα του αρχικού πυκνωτή. Δηλαδή είναι:

$$C''_1 = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{x \cdot \alpha}{\delta}$$

$$C_2 = C'_2 + C''_2 = \frac{\epsilon_0 \cdot a}{\delta} (\beta - x + \epsilon_r \cdot x)$$

Η χωρητικότητα C_2 πρέπει να είναι τριπλάσια της C_1 ($C_2 = 3C_1$)

$$\frac{\epsilon_0 \cdot a}{\delta} (\beta - x + \epsilon_r \cdot x) = 3\epsilon_0 \cdot \frac{a \cdot \beta}{\delta}$$

$$\beta - x + \epsilon_r \cdot x = 3\beta$$

$$x(\epsilon_r - 1) = 2\beta$$

$$x = \frac{2\beta}{\epsilon_r - 1} = \frac{20 \text{ cm}}{4,5 - 1} = \frac{20}{3,5} = 5,715 \text{ cm}$$

$$x = 5,715 \text{ cm}$$

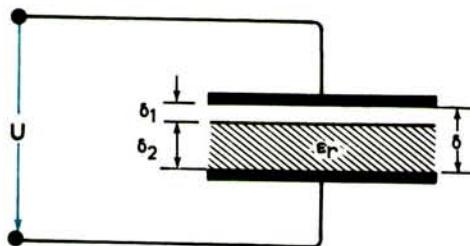
Παράδειγμα 3.

Μεταξύ των οπλισμών ενός επίπεδου πυκνωτή εφαρμόζεται τάση $U_1 = 470$ V. Η κάθε επιφάνεια του οπλισμού του είναι $S = 800 \text{ cm}^2$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του είναι $\delta = 2 \text{ mm}$. Να βρεθούν:

a) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου.

b) Το ηλεκτρικό φορτίο Q που μπορεί να αποταμιεύσει ο πυκνωτής.

Μετά τη φόρτιση απομακρύνομε τον πυκνωτή από την τάση φορτίσεώς του και παρεμβάλλομε μεταξύ των οπλισμών του μια μονωτική πλάκα πάχους $\delta_2 = 1,6 \text{ mm}$ και σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς $\epsilon_r = 18$ (σχ. 13.6στ).



Σχ. 13.6στ.

γ) Να βρεθεί η τάση U_2 , που παρουσιάζεται μεταξύ των οπλισμών.

Λύση.

$$a) E = \frac{U_1}{\delta} = \frac{470}{2} \frac{V}{mm} = 235 \frac{V}{mm} = 235 \frac{kV}{m}$$

$$E = 235 \frac{kV}{m}$$

$$\beta) \quad Q = U_1 C$$

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \frac{800 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} F = 3,539 \cdot 10^{-10} F$$

$$Q = 470 \cdot 3,539 \cdot 10^{-10} As = 166,37 nC$$

$$Q = 166,37 nC$$

γ) Στην περίπτωση αυτή έχομε δύο πυκνωτές συνδεμένους σε σειρά. Ο πυκνωτής C_1 με διηλεκτρικό αέρα και $\delta_1 = \delta - \delta_2 = 2 - 1,6 = 0,4 \text{ mm}$ και ο πυκνωτής C_2 με διηλεκτρικό τη μονωτική πλάκα $\epsilon_r = 18$.

$$C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{\delta} = \frac{800 \cdot 10^{-4}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 0,4 \cdot 10^{-3}} F = 1,7692 \cdot 10^{-9} F$$

$$C_2 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{\delta} = \frac{18 \cdot 800 \cdot 10^{-4}}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3}} F = 7,9617 \cdot 10^{-9} F$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{10^9}{1,7692} + \frac{10^9}{7,9617}$$

$$C = 1,447 nF$$

Το ηλεκτρικό φορτίο Q παραμένει το ίδιο:

$$U_2 = \frac{Q}{C} = \frac{166,37}{1,447} = 114,975$$

$$U_2 = 114,975 V$$

Παράδειγμα 4.

Δίνεται η παρακάτω συνδεσμολογία επιπέδων πυκνωτών (σχ. 13.6ζ) όπου:

$$C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = 5 \mu F \text{ και } C_5 = 10 \mu F$$

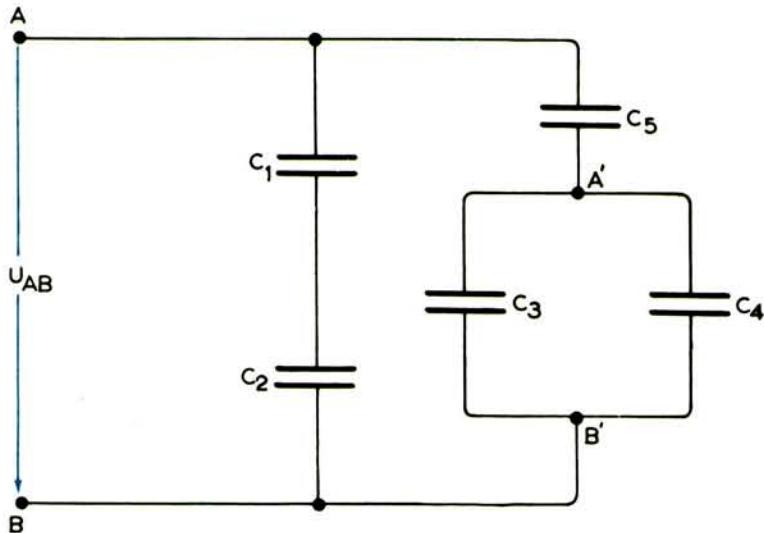
Μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή C_1 εφαρμόζεται μια τάση $U_1 = 10 V$.

Να βρεθούν:

Το ηλεκτρικό φορτίο που μπορεί να αποταμιεύσει κάθε πυκνωτής, καθώς και η πολική τάση U_{A-B} .

Λύση.

Οι πυκνωτές C_1 και C_2 συγδέονται σε σειρά:



Σχ. 13.6ζ.

$$C_{1,2} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 2,5 \mu\text{F}$$

Οι πυκνωτές C_3 και C_4 συνδέονται παράλληλα:

$$C_{3,4} = C_3 + C_4 = 10 \mu\text{F}$$

Οι χωρητικότητες $C_{3,4}$ και C_5 συνδέονται σε σειρά:

$$C_{3,4,5} = \frac{C_{3,4} \cdot C_5}{C_{3,4} + C_5} = 5 \mu\text{F}$$

Το φορτίο Q_1 (που είναι ίσο και με το φορτίο Q_2 , γιατί οι δύο πυκνωτές C_1 και C_2 συνδέονται σε σειρά) είναι:

$$Q_1 = U_1 \cdot C_1 = 10 \cdot 5 = 50 \mu\text{C}$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{50}{5} = 10 \text{ V}$$

$$\begin{array}{r} Q_1 = 50 \mu\text{C} \\ \hline Q_2 = 50 \mu\text{C} \end{array}$$

Άρα η πολική τάση $U_{AB} = U_1 + U_2 = 20 \text{ V}$

$$\underline{\underline{U_{AB} = 20 \text{ V}}}$$

Η τάση U_{AB} εφαρμόζεται στα άκρα της χωρητικότητας $C_{3,4,5}$. Το φορτίο $Q_{3,4,5}$ είναι ίσο με το $Q_5 = U_{AB} \cdot C_{3,4,5} = 20 \cdot 5 = 100 \mu\text{C}$

$$\underline{\underline{Q_5 = 100 \mu\text{C}}}$$

Η τάση $U_{A'B'}$ που εφαρμόζεται μεταξύ των σημείων A' - B' είναι:

$$U_{A'B'} = U_{AB} - U_s = U_{AB} - \frac{Q_s}{C_s} = 20 - 10 = 10 \text{ V}$$

$$U_3 = U_4 = U_{A'B'}$$

$$Q_3 = U_3 \cdot C_3 = 10 \cdot 5 = 50$$

$$Q_3 = 50 \mu\text{C}$$

$$Q_4 = U_4 \cdot C_4 = 10 \cdot 5 = 50$$

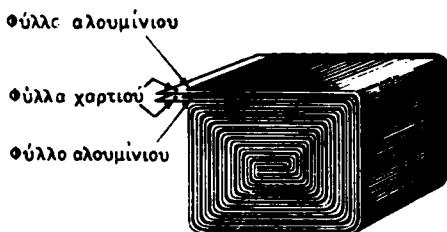
$$Q_4 = 50 \mu\text{C}$$

13.7 Τύποι πυκνωτών.

Ανάλογα με τις απαιτήσεις ως προς τη χωρητικότητα, την αντίσταση του διηλεκτρικού, την αντοχή του σε διάσπαση από εφαρμοζόμενες τάσεις, κλπ. κατασκευάζονται διάφοροι τύποι πυκνωτών. Οι σπουδαιότεροι είναι οι εξής:

a) Πυκνωτές χαρτιού.

Οι πυκνωτές χαρτιού έχουν συν οπλισμούς δύο ταινίες από μεταλλικά φύλλα, π.χ. από αλουμίνιο. Οι ταινίες αυτές τυλίγονται μαζί με αρκετές λεπτές ταινίες χαρτιού, εμποτισμένου με παραφίνη, που χρησιμεύει σα διηλεκτρικό, όπως φαίνεται στο σχήμα 13.7a. Το τύλιγμα συμπλέξεται συνήθως σε μορφή κύβου και τοποθετείται σε ένα μεταλλικό δοχείο, που γεμίζεται με μονωτική μάζα. Ετσι αποφεύγεται η απορρόφηση υγρασίας από το μονωτικό χαρτί, που μειώνει τη μονωτική του ικανότητα.



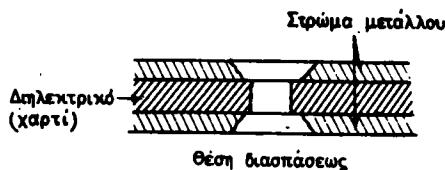
Σχ. 13.7a.

Οι πυκνωτές χαρτιού είναι φτηνή κατασκευή, είναι όμως κατάλληλοι μόνο για χαμηλές συχνότητες. Όταν διασπασθεί το διηλεκτρικό τους, καταστρέφονται, γιατί βραχυκυκλώνονται οι οπλισμοί.

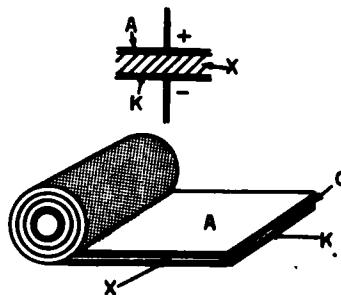
β) Πυκνωτές μετάλλου - χαρτιού.

Στον τύπο αυτό του πυκνωτή δημιουργείται με ειδική διαδικασία ένα πολύ λεπτό στρώμα μετάλλου (λεπτότερο από 0,1 μμ) στις δύο επιφάνειες μιας λουρίδας μονωτικού χαρτιού. Η λουρίδα τυλίγεται και διαμορφώνεται σε κύβο, όπως προηγουμένως. Ιδιαίτερο γνώρισμα του πυκνωτή είναι ότι αυτοθεραπεύεται μετά από διάσπαση του μονωτικού του. Συγκεκριμένα το δημιουργούμενο

κατά τη διάσπαση ηλεκτρικό τόξο και είναι το μεταλλικό στρώμα περισσότερο από το χαρτί, όπως φαίνεται στο σχήμα 13.7β. Αποτέλεσμα είναι να πάψουν τα ηλεκτρόδια να βρίσκονται σε επαφή και να σταματήσει το βραχυκύκλωμα.



Σχ. 13.7β.



Σχ. 13.7γ.

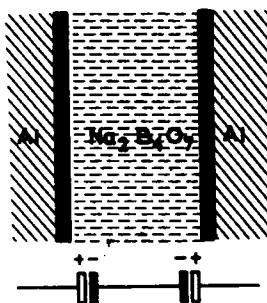
γ) Ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές.

Ηλεκτρολυτικοί πυκνωτές χρησιμοποιούνται σε συνεχές ρεύμα. Ο θετικός οπλισμός του πυκνωτή, η **άνοδος**, αποτελείται από ένα φύλλο αλουμινίου Α (σχ. 13.7γ). Ο αρνητικός οπλισμός, η **κάθοδος**, είναι ο **ηλεκτρολύτης**, ένα υγρό διάλυμα βόρακα ή υπεροξειδίου του νατρίου. Με τον ηλεκτρολύτη διαποτίζεται ένα ειδικό απορροφητικό χαρτί Χ, που τοποθετείται ανάμεσα στην άνοδο και σε ένα μεταλλικό φύλλο Κ, που με αυτό συνδέεται ο αρνητικός πόλος της πηγής. Τα τρία φύλλα τυλίγονται μαζί και ο ρόλος τοποθετείται σε ένα μεταλλικό δοχείο, που συνδέεται με την κάθοδο. Ετσι το περίβλημα του πυκνωτή παίρνει αρνητικό δυναμικό.

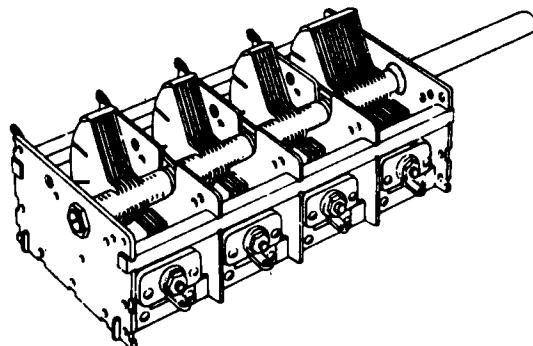
Ο πυκνωτής, συνδέεται στη συνέχεια με πηγή συνεχούς ρεύματος, με αποτέλεσμα την ηλεκτρόλυση του διαλύματος και τη δημιουργία στην άνοδο ενός λεπτού στρώματος οξειδίου του αλουμινίου. Το στρώμα αυτό αποτελεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή. Προσοχή χρειάζεται όταν χρησιμοποιείται ο πυκνωτής κατά τη σύνδεσή του στήν πηγή, ώστε να συνδέονται οι αντίστοιχοι πόλοι. Γι' αυτό και ο πυκνωτής ονομάζεται **πολωμένος πυκνωτής**. Αν συνδεθούν αντίθετα οι πόλοι καταστρέφεται το διηλεκτρικό στρώμα και ο πυκνωτής βραχυκύκλωνεται.

Οι πολωμένοι πυκνωτές χρησιμοποιούνται μόνο σε συνεχές ρεύμα ή σε μεταβαλλόμενο ρεύμα, που δεν αλλάζει πολικότητα.

Στους **μη πολωμένους πυκνωτές** είναι και το φύλλο Κ από αλουμίνιο. Ανάλογα με την πολικότητα δημιουργείται το μονωτικό στρώμα του οξειδίου, είτε στο φύλλο Α είτε στο φύλλο Κ. Ετσι οι πυκνωτές αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν χωρίς να καταστραφούν και σε κυκλώματα, που εμφανίζεται αλλαγή της πολικότητας. Ο μη πολωμένος πυκνωτής αντιστοιχεί σε δύο αντίθετα συνδεμένους πολωμένους πυκνωτές (σχ. 13.7δ).



Σχ. 13.7δ.



Σχ. 13.7ε.

δ) Μεταβλητοί πυκνωτές.

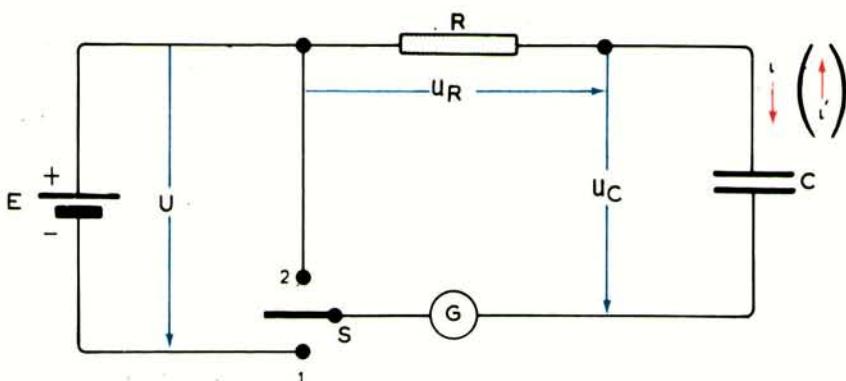
Ο πυκνωτής αποτελείται από ένα συγκρότημα από πλάκες αλουμινίου τοποθετημένες η μία δίπλα στην άλλη και ένα στρεφόμενο περί αξόνα συγκρότημα πλακών αλουμινίου, που κινούνται ανάμεσα στις πλάκες του σταθερού συγκροτήματος. Η χωρητικότητα του πυκνωτή μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθος της επιφάνειας των οπλισμών, που βρίσκονται κάθε φορά ο ένας απέναντι στον άλλο (σχ. 13.7ε). Οι πυκνωτές αυτοί χρησιμοποιούνται, όταν απαιτούνται συχνά μεταβολές της χωρητικότητας, π.χ. στο κύκλωμα συντονισμού ενός ραδιοφωνικού δέκτη.

13.8 Καμπύλες φορτίσεως και εκφορτίσεως πυκνωτή — Σταθερά χρόνου φορτίσεως, εκφορτίσεως.

Για να διερευνήσουμε το μηχανισμό φορτίσεως και εκφορτίσεως ενός πυκνωτή, εξετάζουμε το παρακάτω κύκλωμα του σχήματος 13.8α όπου C είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή, R η ωμική αντίσταση ολόκληρου του κυκλώματος, που την παριστάνομε με τον αντιστάτη R και U η πολική τάση της πηγής συνεχούς ρεύματος. Το γαλβανόμετρο G μας δείχνει τη ροή του ρεύματος. Ο διακόπτης S είναι στην αρχή ανοικτός.

Όταν τοποθετήσουμε το διακόπτη στον ακροδέκτη I κλείνει το κύκλωμα πηγής - πυκνωτή, με αποτέλεσμα να αρχίσει να ρέει ρεύμα στο κύκλωμα και να μεταφέρεται φορτίο στον πυκνωτή. Η ένταση του ρεύματος δεν παραμένει σταθερή χρονικά, αλλά μειώνεται συνεχώς, όπως ήδη αναφέραμε, γι' αυτό τη συμβολίζουμε με το μικρό λατινικό γράμμα i. (Γενικά μεγέθη που μεταβάλλονται χρονικά τα συμβολίζουμε με μικρά γράμματα, ενώ μεγέθη σταθερά χρονικά τα συμβολίζουμε με κεφαλαία).

Η μείωση του ρεύματος οφείλεται στην αύξηση της τάσεως u_C στα άκρα του πυκνωτή, όσο αυξάνει το φορτίο, που έχει αποταμιευθεί στους οπλισμούς



Σχ. 13.8α.

του. Όταν η τάση u_C εξισωθεί με την αντίθετη πολική τάση U της πηγής σταματά η ροή του ρεύματος και η φόρτιση του πυκνωτή.

Αυτό γίνεται άμεσα αντιληπτό από την εξίσωσή (1) που προκύπτει από την εφαρμογή του 2ου κανόνα του Kirchhoff στο κύκλωμα του σχήματος 13.8α.

$$U = u_C + u_R = u_C + iR \quad (1)$$

$$\text{Για } U = u_C \text{ είναι } i = 0 \text{ και } u_R = 0 \quad (2)$$

Αντίθετα, ακριβώς τη χρονική στιγμή που κλείνεται το κύκλωμα πηγής - πυκνωτή, ο πυκνωτής είναι εντελώς αφόρτιστος και η τάση του είναι μηδέν ($u_C = 0$). Άρα:

$$U = u_R = IR \quad (3)$$

Με I συμβολίζομε το ρεύμα που ρέει τη στιγμή $t = 0$ που αρχίζει η φόρτιση. Δηλαδή τη χρονική στιγμή $t = 0$ ολόκληρη η τάση U εφαρμόζεται στα άκρα του ωμικού αντιστάτη R . Ο αφόρτιστος πυκνωτής δεν παρουσιάζει αντίσταση και εμφανίζεται να είναι βραχυκυκλωμένος.

Η ένταση φορτίσεως i αποδεικνύεται ότι μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση.

$$i = I e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} \quad (4)$$

Το e στον τύπο (4) είναι η βάση των φυσικών ή νεπερίων λογαρίθμων ($e = 2,718$). Το T ονομάζεται σταθερά χρόνου και είναι ίσο με το γινόμενο της αντίστάσεως R του κυκλώματος επί τη χωρητικότητα C του πυκνωτή.

$$T = R \cdot C \quad (5)$$

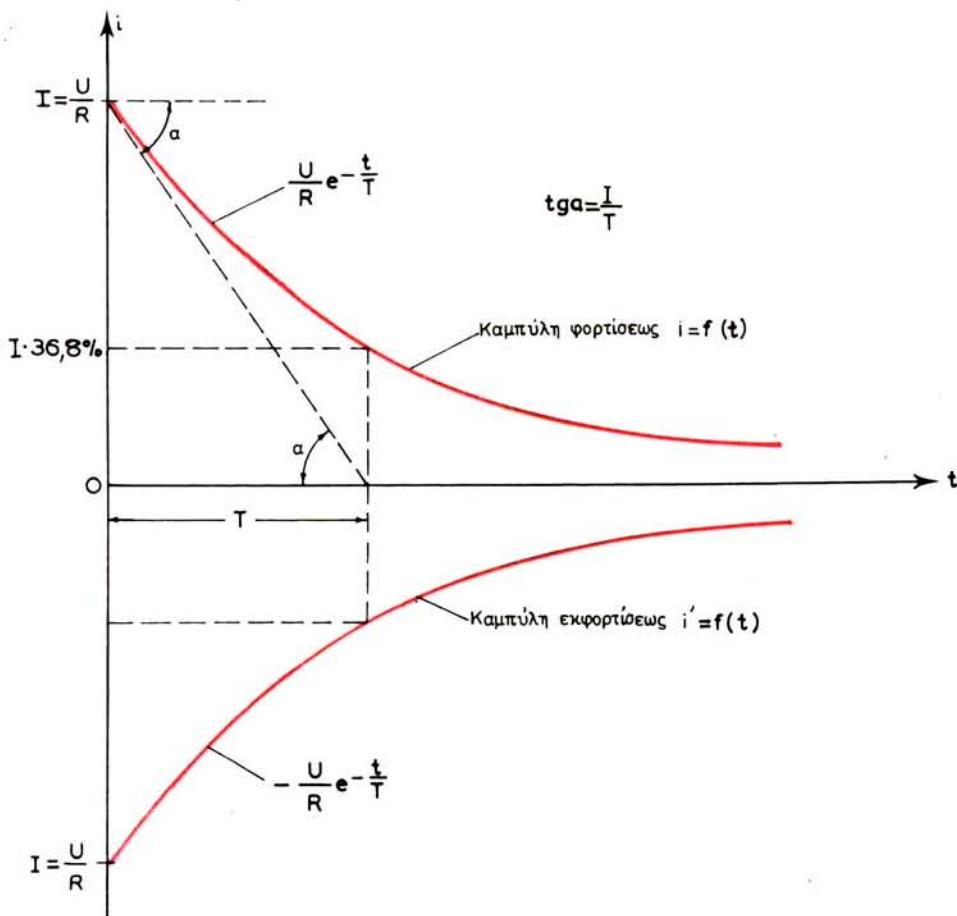
Από την (5) φαίνεται ότι η σταθερά χρόνου μετριέται σε s.

$$([T] = [R] [C] = \frac{\Omega \cdot s}{\Omega} = s)$$

Ο τύπος (4) δίνει για $t = T$

$$i = I e^{-1} = I \cdot 0,368 = I \cdot 36,8\% \quad (6)$$

Άρα η σταθερά χρόνου T είναι ίση με το χρόνο που απαιτείται για να μειωθεί η ένταση φορτίσεως στο 36,8% της αρχικής της τιμής. Το σχήμα 13.8β δίνει τη γραφική παράσταση της εξισώσεως (4). Παρατηρούμε ότι η εφαπτομένη της καμπύλη φορτίσεως στο σημείο $t = 0$, τέμνει τον άξονα του χρόνου στο σημείο $t = T$ για το οποίο το ρεύμα φορτίσεως είναι $i = I \cdot 36,8\%$. Από αυτό συνάγουμε ότι η σταθερά χρόνου είναι επίσης ίση με το χρόνο, που θα χρειαζόταν να φορτισθεί εντελώς ο πυκνωτής, αν τον φορτίζαμε συνεχώς με σταθερή ένταση $i = I$.



Σχ. 13.8β.

Από τον τύπο (4) και την καμπύλη προκύπτει ότι η φόρτιση του πυκνωτή συνεχίζεται θεωρητικά επ' άπειρον, γιατί το ρεύμα φορτίσεως i δεν μηδενίζεται ποτέ, όσο μεγάλος κι αν γίνεται ο χρόνος t, παρ' όλο ότι η τιμή του γίνεται ελάχιστη. Στην πράξη μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η φόρτιση σταματά μετά από χρόνο t = 4T ως t = 8T. Συνήθως στους υπολογισμούς χρήσιμοποιούμε την τιμή t = 5T.

Από την εξίσωση (1) προκύπτει για την τάση φορτίσεως του πυκνωτή u_C , ύστερα από αντικατάσταση του ρεύματος i σύμφωνα με το τύπο (4):

$$u_C = (1 - e^{-\frac{t}{T}}) U \quad (7)$$

Παρατηρούμε ότι η u_C μεταβάλλεται επίσης εκθετικά, όπως το ρεύμα i, αλλά αντίθετα από αυτό, αυξάνεται με το χρόνο τείνοντας προς την τιμή U.

Για t = T παίρνομε από τον τύπο (7).

$$u_C = U \cdot 0,632 = U \cdot 63,2\% \quad (8)$$

Η σταθερά T είναι επομένως ίση με το χρόνο που χρειάζεται η τάση φορτίσεως για να αυξηθεί στο 63,2% της τελικής της τιμής.

Το σχήμα 13.8γ δείχνει τη χρονική μεταβολή της u_C . Για τη σταθερά T προκύπτει ότι είναι ίση επίσης με το χρόνο που θα χρειαζόταν να φορτισθεί εντελώς ο πυκνωτής, αν τον φορτίζαμε συνεχώς με σταθερή τάση $U_C = U$.

Αν τώρα μετά τη φόρτιση του πυκνωτή τοποθετήσουμε το διακόπτη S στον ακροδέκτη 2, ο πυκνωτής θα αρχίσει να εκφορτίζεται. Το ρεύμα εκφορτίσεως i' είναι ίσο και αντίθετο προς το ρεύμα φορτίσεως i.

Άρα:

$$i' = -i = -I e^{-\frac{t}{T}} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}} \quad (9)$$

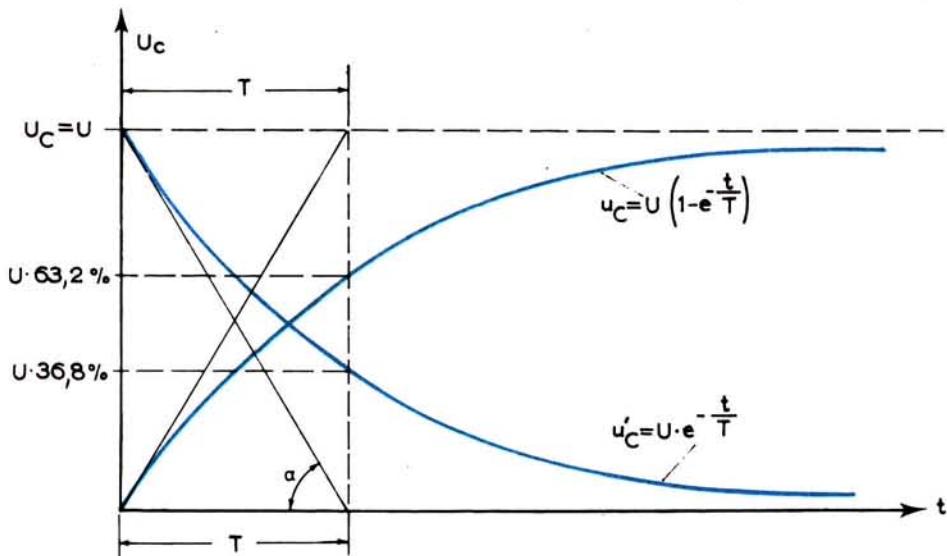
Στο κύκλωμα εκφορτίσεως προκύπτει από το 2 κανόνα του Kirchhoff:

$$u'_C = -i' R \quad (10)$$

Αντικαθιστώντας το ρεύμα i της (10) με την (9) προκύπτει:

$$u'_C = U \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (11)$$

Τα σχήματα 13.8β και 13.8γ δίνουν τη γραφική παράσταση των (9) και (11). Μετά χρόνο T η τάση και η ένταση εκφορτίσεως έχουν φθάσει στο 36,8% της αρχικής τους τιμής. Η σταθερά χρόνου T μπορεί να ορισθεί επίσης ως ο χρό-



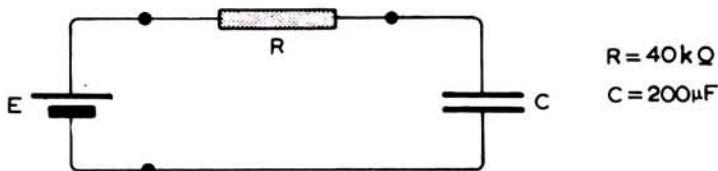
Σχ. 13.8γ.

νος, που απαιτείται για εκφορτισθεί ο πυκνωτής υπό σταθερή ένταση ή τάση εκφορτίσεως.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Να βρεθεί η σταθερά χρόνου T του παρακάτω κυκλώματος (σχ. 13.8δ) και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φορτισθεί ο πυκνωτής.



Σχ. 13.8δ.

Λύση.

$$T = R \cdot C = 40 \cdot 10^3 \Omega \cdot 200 \cdot 10^{-6} \frac{\text{S}}{\Omega} = 8 \text{ s}$$

$$T = 8 \text{ s}$$

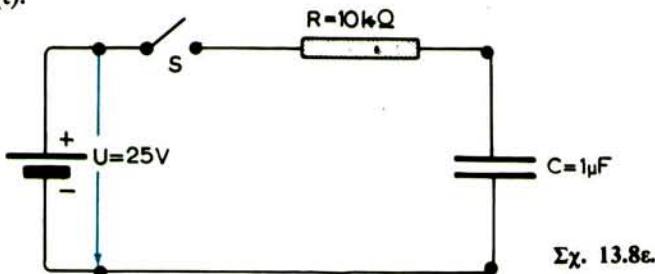
Όπως προαναφέραμε, συνήθως ως χρόνος φορτίσεως λαμβάνεται:

$$t = 5T = 5 \cdot 8 = 40 \text{ s}$$

$$t = 40 \text{ s}$$

Παράδειγμα 2.

Να σχεδιασθεί η τάση φορτίσεως του πυκνωτή του παρακάτω σχήματος 13.8e , $u_C = f(t)$.



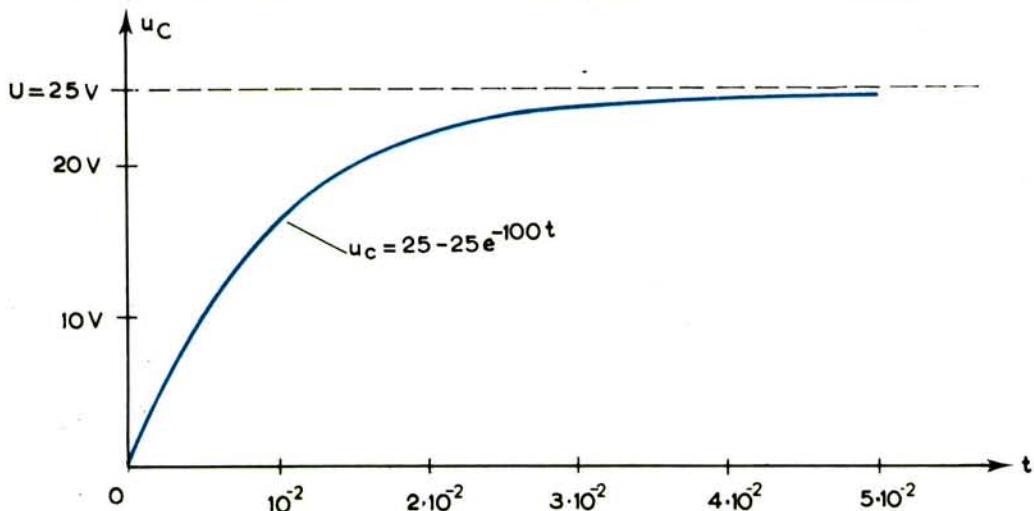
Λύση.

$$u_C = U - U e^{-\frac{t}{T}}$$

$$T = R \cdot C = 10 \cdot 10^3 \Omega \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 10^{-2} \text{ s}$$

$$u_C = 25 - 25 e^{-\frac{t}{10^{-2}}} = 25 - 25 e^{-100t}$$

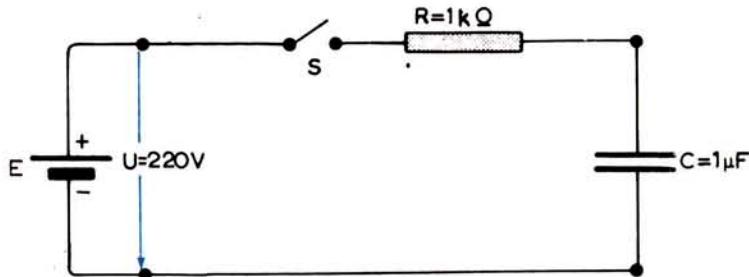
$t[\text{s}]$	0	$0,5T = 0,5 \cdot 10^{-2}$	$1T = 10^{-2}$	$2T = 2 \cdot 10^{-2}$	$3T = 3 \cdot 10^{-2}$	$4T = 4 \cdot 10^{-2}$	$5T = 5 \cdot 10^{-2}$
$u_C [\text{V}]$	0	9,84	15,8	21,6	23,75	24,54	24,83



Σχ. 13.8στ.

Παράδειγμα 3.

Να σχεδιασθεί η ένταση φορτίσεως του πυκνωτή του σχήματος 13.8ζ, $i = f(t)$.



Σχ. 13.8ζ.

Λύση.

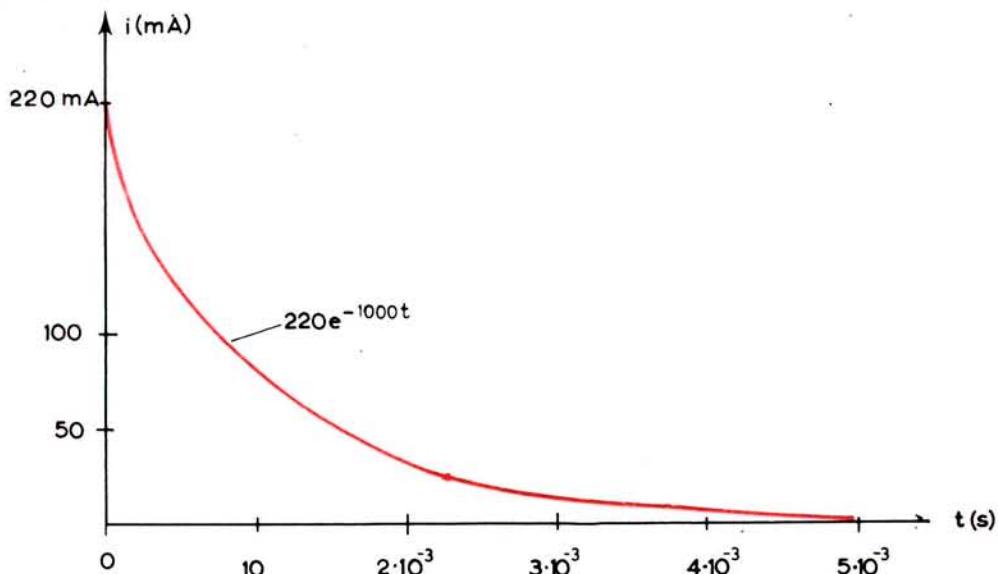
$$i = I e^{-\frac{t}{T}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{T}}$$

$$\frac{U}{R} = \frac{220}{1000} = 0,22 \text{ A} = 220 \text{ mA}$$

$$T = R \cdot C = 1000 \cdot 10^{-6} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$i = 0,22 e^{-1000 t} \text{ A} = 220 e^{-1000 t} \text{ mA}$$

$t \text{ [s]}$	0	$1T = 10^{-3}$	$2T = 2 \cdot 10^{-3}$	$4T = 4 \cdot 10^{-3}$	$5T = 5 \cdot 10^{-3}$
$i \text{ [mA]}$	220	81,18	29,8	4	1,48



Σχ. 13.8η.

ΠΕΜΠΤΟ ΜΕΡΟΣ

ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ – ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

14.1 Μεταβαλλόμενα και εναλλασσόμενα ρεύματα.

Στο πρώτο μέρος του βιβλίου είχαμε κάνει τη διάκριση μεταξύ συνεχούς και μεταβαλλόμενου ρεύματος:

Το **συνεχές ρεύμα** ρέει πάντοτε στην ίδια κατεύθυνση, από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο της πηγής (συμβατική φορά του συνεχούς ρεύματος) και έχει σταθερή χρονικά ένταση I. Το σχήμα 14.1α(α) δείχνει τη συνάρτηση $I = f(t)$.

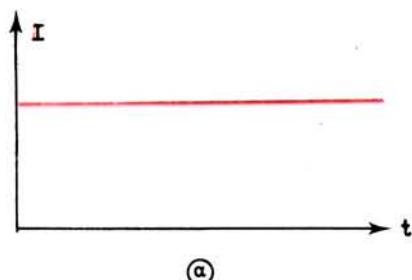
Στο **μεταβαλλόμενο ρεύμα** μεταβάλλεται χρονικά είτε η ένταση, είτε η φορά, είτε και τα δύο μαζί. Αν θεωρήσουμε θετικές τις τιμές της εντάσεως i, όταν το ρεύμα ρέει σε μια κατεύθυνση και αρνητικές όταν ρέει στην αντίθετη κατεύθυνση, μπορούμε να παραστήσουμε τη συνάρτηση $i = f(t)$ ενός μεταβαλλόμενου ρεύματος σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.1α(β-στ).

Στο σχήμα 14.1α(β) δεν αλλάζει η φορά, μεταβάλλεται όμως συνεχώς η ένταση του ρεύματος. Στο σχήμα 14.1α(γ) μεταβάλλεται κατά διαστήματα η φορά του ρεύματος, αλλά η έντασή του παραμένει σταθερή. Στο σχήμα, τέλος, 14.1α(δ, ε και στ) μεταβάλλεται τόσο η φορά όσο και η ένταση. Η τιμή της εντάσεως ενός μεταβαλλόμενου ρεύματος κάποια χρονική στιγμή ονομάζεται **στιγμαία τιμή** της εντάσεως του ρεύματος.

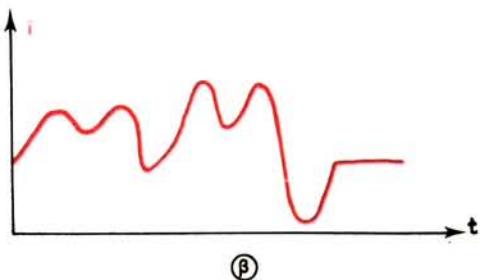
Η στιγμαία τιμή της εντάσεως συμβολίζεται με το μικρό γράμμα i σε αντιδιαστολή προς την ένταση I ενός συνεχούς ρεύματος. Η στιγμαία τιμή i δίνεται από τον τύπο (1) που γνωρίσαμε ήδη στην παράγραφο 2.3.

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

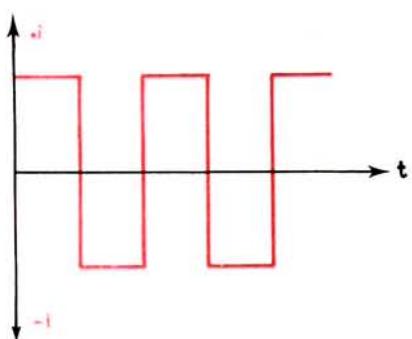
όπου: dQ το φορτίο που περνά από μία διατομή του αγωγού σε πολύ μικρό (απειροστό) διάστημα dt.



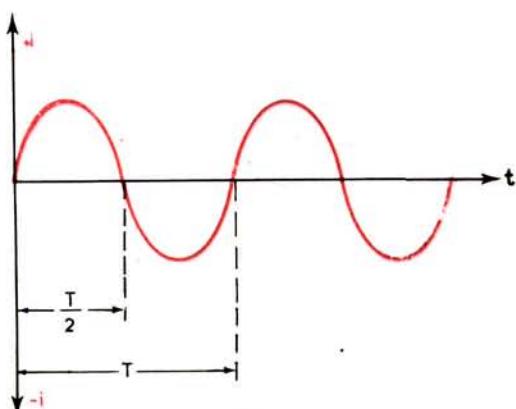
(a)



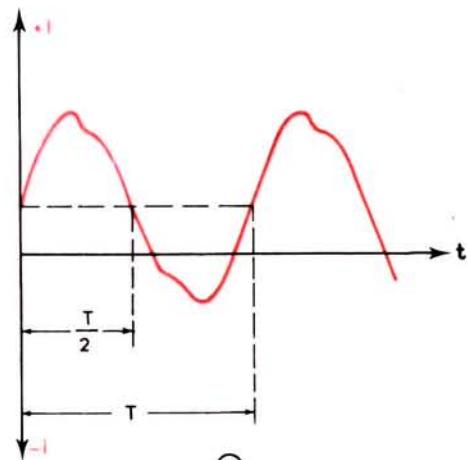
(b)



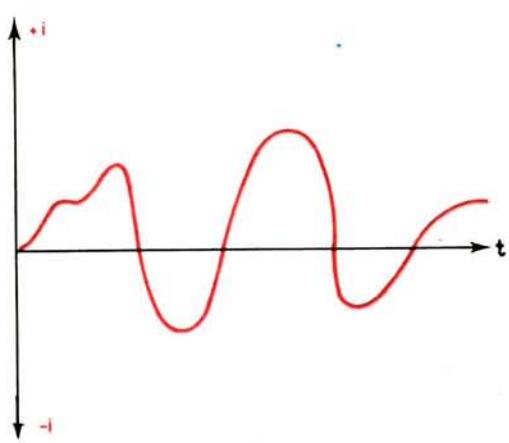
(c)



(d)



(e)



(f)

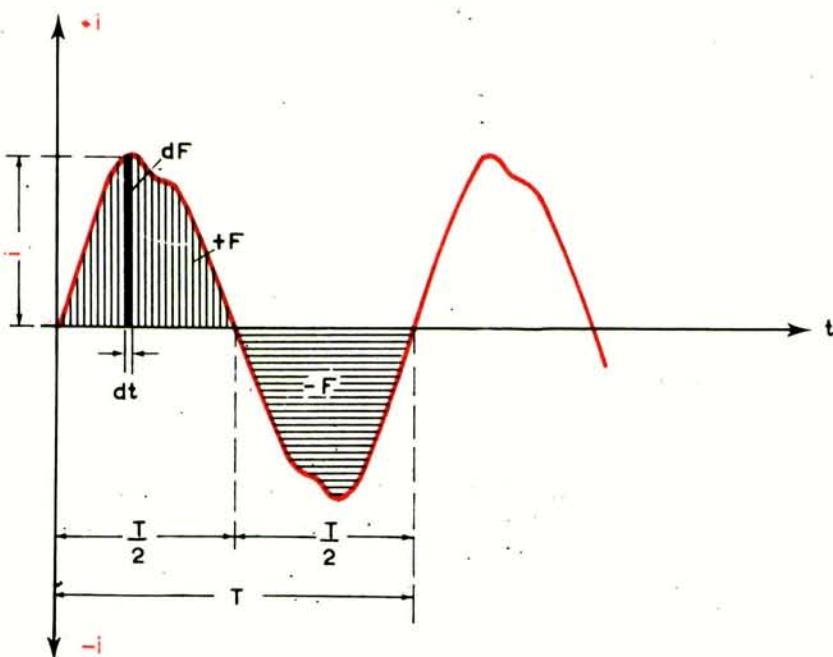
 $\Sigma\chi. 14.1a.$

Όταν οι στιγμιαίες τιμές ενός μεταβαλλόμενου ρεύματος επαναλαμβάνονται σε ίσα και διαδοχικά χρονικά διαστήματα, τότε το ρεύμα ονομάζεται **περιοδικό**. Σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **απεριοδικό**. Το σχήμα 14.1α(δ, ε) δείχνει δύο περιοδικά ρεύματα και το σχήμα 14.1α (β, στ) δύο απεριοδικά.

Το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο ίσων διαδοχικών στιγμιαίων τιμών ενός περιοδικού ρεύματος ονομάζεται **περίοδος** και συμβολίζεται με το γράμμα T . Σε διάστημα μιας περιόδου συμπληρώνεται μια πλήρης μεταβολή του ρεύματος, που ονομάζεται **κύκλος**. Μετά από ένα κύκλο επαναλαμβάνονται διαδοχικά οι ίδιες στιγμιαίες τιμές, όπως δύο προηγούμενο κύκλο κ.ο.κ.

Στο σχήμα 14.1β ενός περιοδικού μεταβαλλόμενου ρεύματος έχει σχεδιασθεί με μαύρο χρώμα μια πολύ μικρή (απειροστή) επιφάνεια dF , που προκύπτει από το γινόμενο της στιγμιαίας τιμής της ενάσεως i επί ένα πολύ μικρό διάστημα dt :

$$dF = idt \quad (2)$$

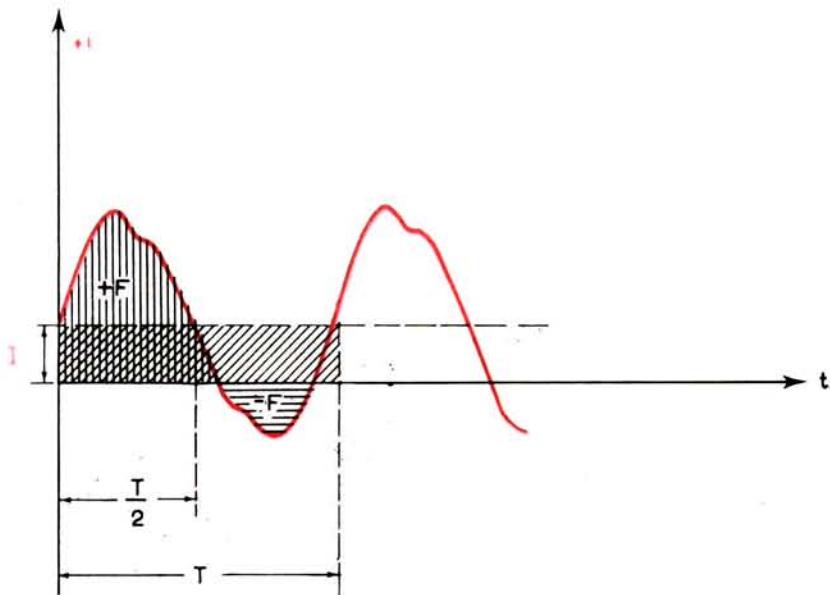


Σχ. 14.1β.

Το γινόμενο αυτό είναι σύμφωνα με τον τύπο (1) ίσο με το φορτίο dQ που μετακινείται προς τη θετική κατεύθυνση σε χρόνο dt . Άρα ολόκληρη η κάθετα διαγραμμισμένη επιφάνεια $+F$ στο θετικό τμήμα του διαγράμματος, που προκύπτει από την άθροιση όλων των απειροστών επιφανειών dF , παριστάνει το Θετικό φορτίο $+Q$ που μετακινείται σε χρόνο $T/2$ προς τη θετική κατεύθυνση.

Όταν σε ένα περιοδικό ρεύμα το φορτίο $+Q$ που μετακινείται προς τη θετι-

κή κατεύθυνση (επιφάνεια $+F$) είναι ίσο με τό φορτίο $-Q$ που μετακινείται προς την αρνητική κατεύθυνση (επιφάνεια $-F$) σε διάστημα μιας περιόδου, τότε το ρεύμα ονομάζεται **εναλλασσόμενο**. Σε αντίθετη περίπτωση ονομάζεται **μικτό ρεύμα**.

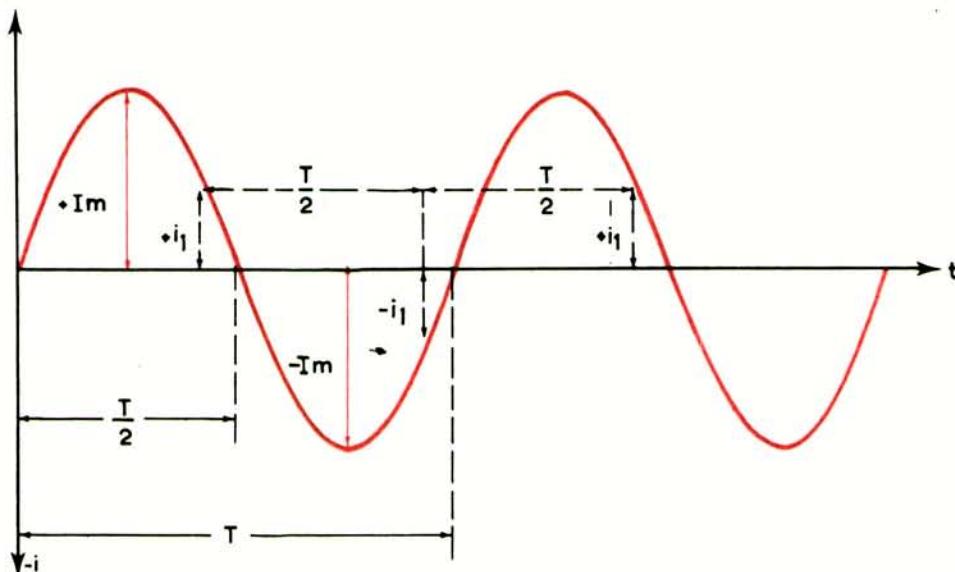


Σχ. 14.1γ.

Το σχήμα 14.1β δείχνει ένα εναλλασσόμενο, το σχήμα 14.1γ ένα μικτό ρεύμα. Παρατηρούμε, ότι στο εναλλασσόμενο ρεύμα δεν μεταφέρεται συνολικά φορτίο σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση, όπως συμβαίνει στο συνεχές ρεύμα. Αντίθετα, στο μικτό υπερισχύει το φορτίο που μεταφέρεται προς μια κατεύθυνση, π.χ. τη θετική, όπως στο σχήμα 14.1γ. Ετσι μπορούμε να θεωρήσουμε, ότι το μικτό ρεύμα αποτελείται από ένα συνεχές ρεύμα I, που ρέει προς τη μια κατεύθυνση και από ένα εναλλασσόμενο ρεύμα που προστίθεται στο συνεχές.

Η πιο σπουδαία μορφή εναλλασσόμενου ρεύματος που χρησιμοποιείται ευρύτατα στην πράξη είναι το **ημιτονικό εναλλασσόμενο ρεύμα** (σχ. 14.1δ).

Η στιγμιαία τιμή i του ρεύματος αυτού μεταβάλλεται χρονικά σύμφωνα με μια ημιτονική καμπύλη. Ξεκινώντας από την τιμή μηδέν αυξάνεται η ένταση i (και η ταχύτητα ροής των ηλεκτρονίων, που όπως ξέρομε είναι ανάλογη της εντάσεως) μέχρι μια μέγιστη τιμή $+I_m$. Κατόπιν μειώνεται η ένταση, ενώ το ρεύμα εξακολουθεί να ρέει στην ίδια κατεύθυνση, μέχρις ότου μηδενίζεται. Στη συνέχεια αλλάζει η φορά του ρεύματος (τα ηλεκτρόνια κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση) και η ένταση αυξάνεται στην κατεύθυνση αυτή μέχρις ότου φθάσει την μέγιστη τιμή $-I_m$. Από την τιμή αυτή μειώνεται πάλι για να φθάσει την τιμή μηδέν. Ετσι συμπληρώνεται μία πλήρης μεταβολή του ρεύματος, δηλαδή ένας **κύκλος**.



Σχ. 14.1δ.

Μετά από ένα κύκλο επαναλαμβάνεται η ίδια ημιτονική μεταβολή που περιγράψαμε, ώσπου να συμπλήρωθεί ένας νέος κύκλος κ.ο.κ.

Παρατηρούμε ότι σε κάθε θετική στιγμιαία τιμή ($+i_1$) αντιστοιχεί μια ίση αρνητική, ($-i_1$), που εμφανίζεται μετά από χρόνο $T/2$, ενώ η ίδια τιμή (θετική ή αρνητική) εμφανίζεται μετά από χρόνο T .

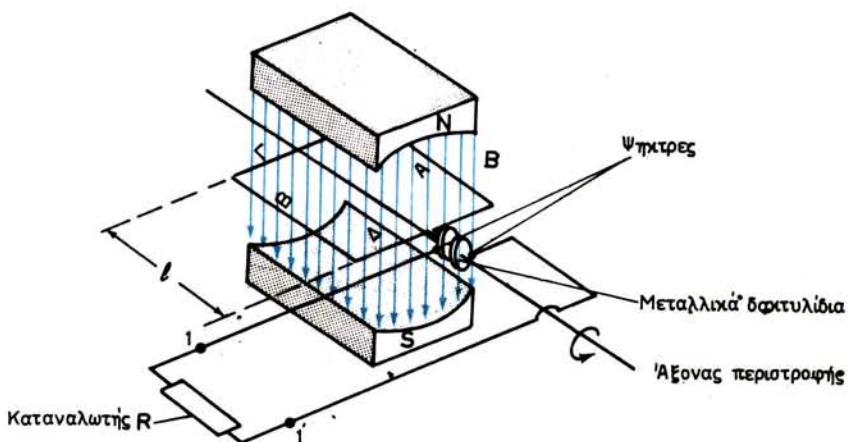
Στη συνέχεια του βιβλίου αυτού με τον όρο **«εναλλασσόμενο ρεύμα»** χαρακτηρίζομε το ημιτονικό εναλλασσόμενο ρεύμα.

Το εναλλασσόμενο ρεύμα παράγεται από ειδικές μηχανές, που ονομάζονται **γεννήτριες εναλλασσόμενου ρεύματος ή εναλλακτήρες**.

14.2 Παραγωγή εναλλασσόμενου ρεύματος.

Η παραγωγή εναλλασσόμενου ρεύματος από μια ηλεκτρική γεννήτρια στηρίζεται στο φαινόμενο της μαγνητικής επαγωγής που γνωρίσαμε στην παραγραφο 10.1. Το σχήμα 14.2α δείχνει την αρχή λειτουργίας μιας γεννήτριας εναλλασσόμενου ρεύματος.

Ένα πηνίο με μία σπείρα, που έχει σχήμα ορθογώνιου πλαισίου, περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο με μαγνητική επαγωγή B . Τα άκρα του πηνίου συνδέονται με δύο μεταλλικά δακτυλίδια, που εφαρμόζουν σταθερά πάνω στον άξονα περιστροφής μέσω δύο μονωτικών δίσκων. Στα μεταλλικά αυτά δακτυλίδια εφάπτονται δύο τεμάχια από ειδικό κάρβουνο ή χαλκό, που ονομάζονται **ψήκτρες**. Οι ψήκτρες παραμένουν ακίνητες και αποτελούν τους πόλους της ηλεκτρικής διατάξεως. Πάνω σε



Σχ. 14.2α.

αυτές συνδέεται το εξωτερικό κύκλωμα (ο καταναλωτής), όπως δείχνει το σχήμα 14.2α.

Όταν το πλαισίο περιστρέφεται μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο, μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που το διαπέρνα και αναπτύσσεται σε αυτό επαγωγικό ρεύμα i . Η μορφή i και η φορά του ρεύματος i προσδιορίζονται σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην παράγραφο 11.1 για την κίνηση φορτίου σε μαγνητικό πεδίο. Τα ηλεκτρόνια του περιστρεφόμενου πλαισίου αποτελούν φορτία κινούμενα μέσα στο ομογενές μαγνητικό πεδίο.

Ας εξετάσουμε πρώτα τους δύο πλευρικούς αγωγούς A και B του πλαισίου. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής v των αγωγών είναι ταυτόχρονα η ταχύτητα κάθε ηλεκτρονίου στη φορά περιστροφής. Η διεύθυνση της ταχύτητας αυτής είναι πάντοτε εφαπτομένη στην κυκλική τροχιά του πλαισίου και η φορά της είναι η φορά περιστροφής του πλαισίου. Το σχήμα 14.2β δείχνει την ταχύτητα v για κίνηση του πλαισίου αντίθετη προς την κίνηση των δεικτών του ρολογιού.

Σε κάθε ηλεκτρόνιο των αγωγών A , B ασκείται από το μαγνητικό πεδίο δύναμη \vec{F} που το μέτρο της δίνεται από τον τύπο:

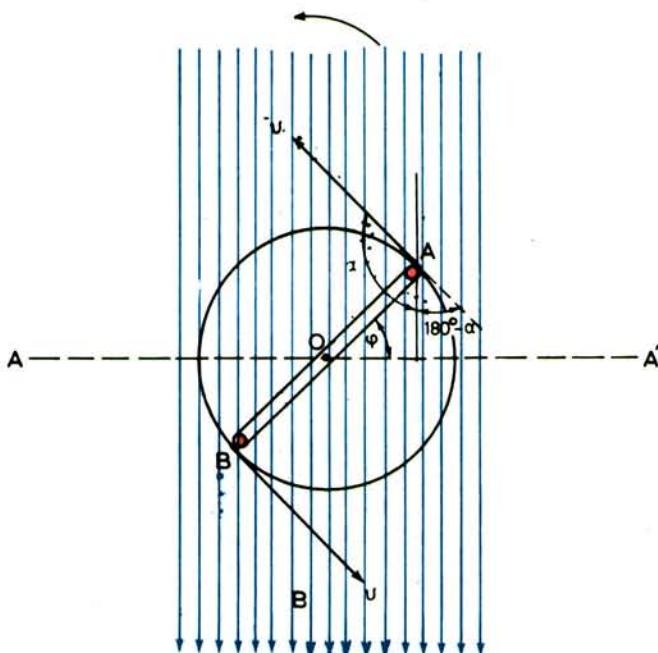
$$\vec{F} = e \cdot B \cdot v \cdot \text{ημα} \quad (1)$$

όπου: e το φορτίο του ηλεκτρονίου και a η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα v με το μαγνητικό πεδίο B . Τον τύπο (1) έχομε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 11.1.

Η διεύθυνση της δυνάμεως \vec{F} είναι κάθετη στο επίπεδο των \vec{B} και \vec{v} και η φορά της προκύπτει σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία ή τον κανόνα του αριστερού χεριού.

Δύναμη F σύμφωνα με τον τύπο (1) ασκείται και στα ηλεκτρόνια των εγκαρπίων αγωγών Γ και Δ . (Η ταχύτητα όμως περιστροφής υ κάθε ηλεκτρονίου είναι εδώ διαφορετική, ανάλογα με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής του πλαισίου).

Από τα σχήματα 14.2α, 14.2β και τα ανωτέρω προκύπτει ότι η δύναμη που ασκείται στα ηλεκτρόνια των πλευρικών αγωγών του πλαισίου A και B έχει την ίδια διεύθυνση με τους αγωγούς αυτούς, ενώ είναι κάθετη στους εγκάρ-



Σχ. 14.2β.

σιους αγωγούς Γ , Δ . Αποτέλεσμα είναι τα ηλεκτρόνια των πλευρικών αγωγών να κινούνται κατά μήκος των αγωγών αυτών κάτω από την επίδραση της δυνάμεως \vec{F} . Η φορά τους είναι ίδια με τη φορά της \vec{F} σε κάθε αγωγό. Ετσι δημιουργείται στους πλευρικούς αγωγούς επαγωγικό ρεύμα i με συμβατική φορά **αντίθετη** από αυτή των ηλεκτρονίων, που προκύπτει με τους πιο πάνω κανόνες.

Στους εγκάρσιους αγωγούς δεν δημιουργείται επαγωγικό ρεύμα εφόσον τα ηλεκτρόνια δεν μπορούν να κινηθούν κάθετα στους αγωγούς στη διεύθυνση της δυνάμεως \vec{F} . Μέσα από τους αγωγούς αυτούς ρέουν όμως τα επαγωγικά ρεύματα των πλευρικών αγωγών.

Στο σχήμα 14.2β το πλαίσιο έχει στραφεί κατά τη γωνία φ , ξεκινώντας από τη θέση $A - A'$. Παρατηρούμε ότι η γωνία φ είναι ίση με τη γωνία $180^\circ - \alpha$ (οι

πλευρες των δύο γωνιών είναι κάθετες) και $\eta\mu\varphi = \eta\mu (180^\circ - \alpha) = \eta\mu\alpha$. Άρα η (2) γράφεται:

$$F = e \cdot B \cdot u \cdot \eta\mu\varphi \quad (2)$$

Εφόσον, τώρα, σε κάθε ηλεκτρόνιο, δηλαδή σε ηλεκτρικό φορτίο, ασκείται δύναμη F , έπειτα θέτο στο εσωτερικό των αγωγών υπάρχει ηλεκτρικό πέδιο, σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην παράγραφο 12.1. Το πεδίο αυτό δημιουργείται «εξ επαγωγής» κατά την περιστροφή του πηνίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο. Η ένταση του E ορίζεται από τον τύπο (2) της παραγράφου 12.2.

$$F = E \cdot e \quad (3)$$

Εξισώνοντας τις (2) και (3) παίρνομε:

$$E = B \cdot u \cdot \eta\mu\varphi \quad (4)$$

Εξαιτίας της E αναπτύσσεται στα άκρα κάθε πλευρικού αγωγού $A-B$ τάση u_{AB} , σύμφωνα με τον τύπο (4) της παραγράφου 12.6:

$$u_{AB} = E \cdot l \quad (5)$$

όπου: l το μήκος του πλευρικού αγωγού.

Η ολική τάση u στα άκρα του πλαισίου είναι ίση με το άθροισμα των δύο τάσεων u_{AB} . Επομένως από την (4) και (5):

$$u = 2B \cdot u \cdot l \cdot \eta\mu\varphi \quad (6)$$

Παρατηρούμε ότι η τάση u μεταβάλλεται ημιτονικά σύμφωνα με τη γωνία περιστροφής του πλαισίου φ (σχ. 14.2γ).

Για $\varphi = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$, οπότε το πλαίσιο είναι κάθετο στις μαγνητικές γραμμές [σχ. 14.2γ($\alpha, \gamma, \varepsilon$)] είναι $\eta\mu\varphi = 0$ και $u = 0$.

Για $\varphi = 90^\circ$, οπότε το πλαίσιο είναι παράλληλο στις μαγνητικές γραμμές [σχ. 14.2γ(β)] είναι $\eta\mu\varphi = 1$ και

$$u = U_m = 2B \cdot u \cdot l \quad (7)$$

Στη θέση αυτή η τάση παίρνει τη μέγιστη τιμή της U_m .

Για $\varphi = 270^\circ$ [σχ. 14.2γ(δ)] είναι $\eta\mu\varphi = -1$ και

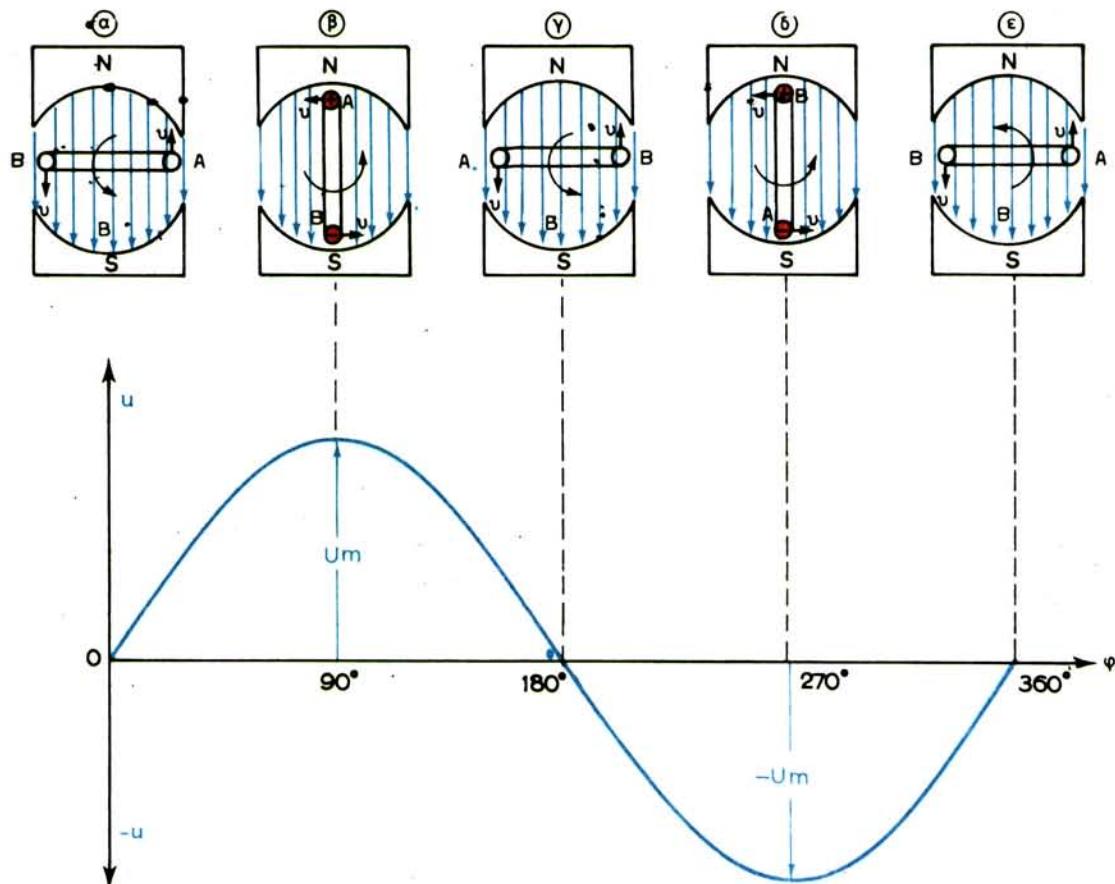
$$u = -U_m = -2B \cdot u \cdot l \quad (8)$$

Στη θέση αυτή η τάση u έχει μέγιστη τιμή, όπως στη θέση $\varphi = 90^\circ$, αλλά αντίθετη κατεύθυνση.

Από τις (6) και (7) προκύπτει:

$$u = U_m \eta\mu\varphi \quad (9)$$

Η (9) δίνει τη γενική μορφή της εναλλασσόμενης τάσεως που δημιουργείται επαγωγικά στο περιστρεφόμενο πλαίσιο.



Σχ. 14.2γ.

Ανάλογα με την εναλλασσόμενη τάση u ρέει στο πλαισίο και στον καταναλωτή R (σχ. 14.2α) εναλλασσόμενο ρεύμα i , που έχει τη μορφή:

$$i = I_m \sin \varphi \quad (10)$$

I_m είναι η **μέγιστη τιμή** που παίρνει τό ρεύμα κατά τη μεταβολή του. Η μέγιστη τιμή ενός εναλλασσόμενου μεγέθους ονομάζεται επίσης **πλάτος** του μεγέθους.

Στο σχήμα 14.2γ είναι σημειωμένη η φορά του ρεύματος σε κάθε πλευρικό αγωγό στις διάφορες θέσεις του πλαισίου. Κατά την περιστροφή του πλαισίου μεταξύ των θέσεων (a) και (γ), οπότε $0^\circ < \varphi < 180^\circ$, ο πλευρικός αγωγός A που είναι συνδεμένος με την ψήκτρα 1 (σχ. 14.2α), αποτελεί το **θετικό πόλο**, ενώ ο πλευρικός αγωγός B, που είναι συνδεμένος με την ψήκτρα 2 αποτελεί τον **αρνητικό πόλο**. Κατά την περιστροφή του πλαισίου μεταξύ των θέσεων (γ) και (ε),

οπότε $180^\circ < \varphi < 360^\circ$, ο πλευρικός αγωγός A αποτελεί τον **αρνητικό πόλο**, ενώ ο αγωγός B το **θετικό πόλο**.

Από αυτά γίνεται και οπτικά άμεσα φανερό, ότι το ρεύμα που ρέει σε ένα κύκλωμα συνδεμένο στούς πόλους της γεννήτριας είναι εναλλασσόμενο.

14.3 Συχνότητα, φάση και κυκλική συχνότητα εναλλασσομένων μεγεθών.

Η περίοδος T ενός εναλλασσόμενου μεγέθους (ρεύματος, τάσεως) είναι, όπως αναφέραμε προηγουμένως, ο χρόνος στον οποίο συμπληρώνεται ένας κύκλος, δηλαδή μια πλήρης μεταβολή του μεγέθους. Η περίοδος μετράται σε δευτερόλεπτα.

Ο αριθμός των κύκλων ανά δευτερόλεπτο ονομάζεται συχνότητα f.

Άρα η συχνότητα δίνεται από τον τύπο:

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad (1)$$

Μονάδα μετρήσεως της συχνότητας είναι το Herz (Χερτς) με σύμβολο το Hz.

$$1 \text{ Hz} = \frac{1}{\text{s}} = \text{s}^{-1}$$

Αντίστροφα, για την περίοδο T προκύπτει από την (1):

$$\boxed{T = \frac{1}{f}} \quad (2)$$

Στην περίπτωση του στρεφόμενου πλαισίου είδαμε ότι ένας κύκλος συμπληρώνεται μετά από μια πλήρη περιστροφή του πλαισίου. Άρα ο αριθμός των στροφών του πλαισίου ή ανά δευτερόλεπτο είναι ίσος με τη συχνότητα f του εναλλασσόμενου ρεύματος, που δημιουργείται.

Εφόσον το πλαίσιο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω, διαγράφει σε ίσα χρονικά διαστήματα t ίσες γωνίες περιστροφής φ.

Η γωνιακή του ταχύτητα ω, δηλαδή η γωνία που διαγράφει στη μόναδα του χρόνου, δίνεται από το γνωστό τύπο της Φυσικής:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \quad (3)$$

Άρα: $\varphi = \omega t$ (4)

Η γωνία φ ονομάζεται πιο ειδικά **γωνία φάσεως ή φάση** του εναλλασσόμενου μεγέθους. Το πηλίκο $\omega = \frac{\varphi}{t}$ δίνει επομένως τη μεταβολή (αύξηση) της φάσεως του μεγέθους στη μονάδα του χρόνου και ονομάζεται στην ηλεκτροτεχνία **κυκλική συχνότητα**. Τη γωνία φ μετράμε συνήθως όχι σε μοιρες, αλλά σε

ακτίνια (rad). Όπως είναι γνωστό μια γωνία φ δίνεται σε rad από το πηλίκο του τόξου S ενός κύκλου, που αντιστοιχεί στη γωνία φ διά της ακτίνας r του κύκλου:

$$\varphi = \frac{S}{r} \text{ rad}$$

Σε γωνία $\phi = 360^\circ$ αντιστοιχεί τόξο ίσο με την περιφέρεια του κύκλου, δηλαδή $2\pi r$. Άρα γωνία 360° αντιστοιχεί σε:

$$\phi = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad} = 6,28 \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad} = \frac{360}{6,28} = 57,295^\circ$$

Όταν το πλαίσιο συμπληρώνει μία πλήρη περιστροφή, έχει διαγράψει γωγία $\varphi = 2\pi$ και έχει περάσει χρόνος T . Επομένως σύμφωνα με τις (3) και (1):

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (6)$$

Οι εξισώσεις (9) και (10) των εναλλασσομένων μεγεθών της παραγράφου 14.2 γίνονται με τις σχέσεις (4) και (6):

$$u = U_m \eta \mu \omega t = U_m \eta \mu 2\pi f t \quad (7)$$

$$i = L_m \eta \mu \omega = L_m \eta \mu 2\pi f t \quad (8)$$

Το σχήμα 14.3a(α ως δ) δείχνει τις συναρτήσεις $u = f(\omega t)$, $u = f(t)$, $i = f(\omega t)$ και $i = f(t)$.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Парáдегуma 1.

Μία εναλλασσόμενη τάση $u = U_m \sin(\omega t)$ έχει μέγιστη τιμή $U_m = \sqrt{2} \cdot 220$ V και συχνότητα $f = 50$ Hz. Να βρεθούν οι στιγμιαίες τιμές της για $t_1 = 10^{-2}$ s, $t_2 = 10^{-3}$ s, $t_3 = 10^{-4}$ s και $t_4 = 15 \cdot 10^{-3}$ s.

Αύση.

$$U = U_m \sin \omega t$$

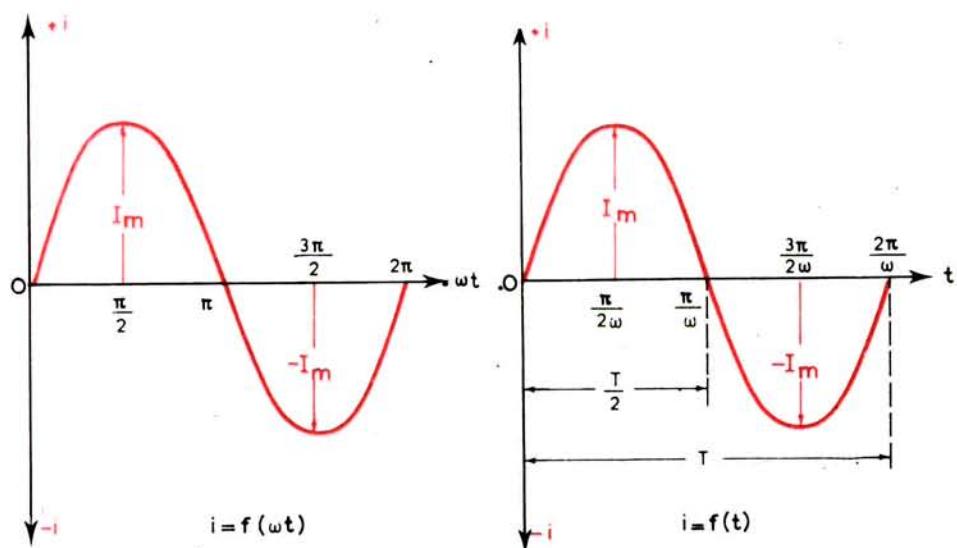
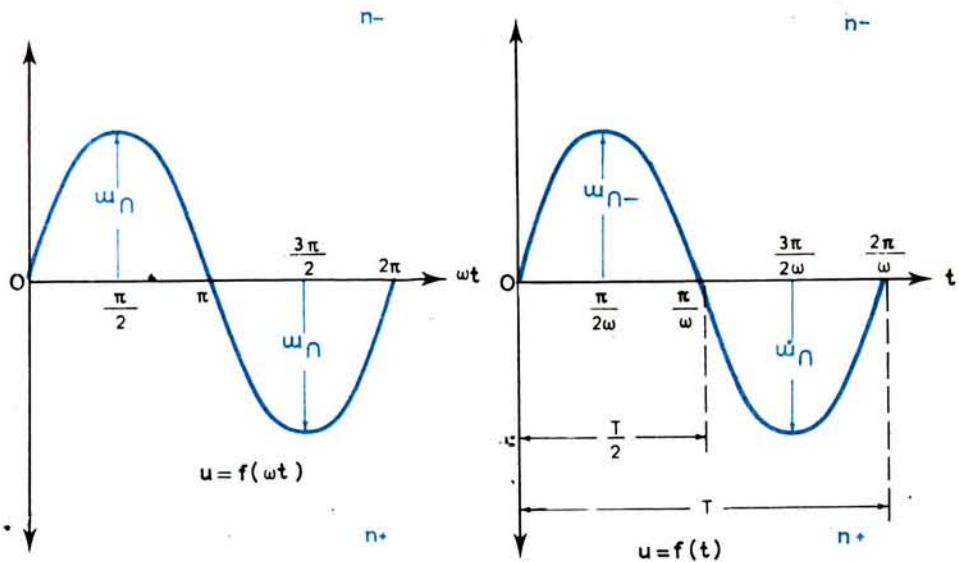
$$U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$\Gamma_{\text{t}} \approx t_1 = 10^{-2} \text{s}$$

$$u_1 = \sqrt{2} U_{\text{ημωτ}} = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu\omega = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \eta\mu(314 \cdot 10^{-2}) = \\ = \sqrt{2} \cdot 220 \eta\mu\pi = 0$$

$$u_1 = 0$$



$\Sigma x. 14.2.$

$$\text{Für } t_2 = 10^{-3} \text{ s}$$

$$u_2 = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V} \mu(314 \cdot 10^{-3}) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \text{V} \mu(0,314) = \\ = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V} \mu 18^\circ = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot 0,309 = 96 \text{ V}$$

$$\underline{u_2 = 96 \text{ V}}$$

$$\Gamma \alpha t_3 = 10^{-4} \text{ s}$$

$$u_3 = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ } \eta\mu(314 \cdot 10^{-4}) = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ } \eta\mu(1,8^\circ) = 9,75 \text{ V}$$

$$u_3 = 9,75 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \Gamma \alpha t_4 &= 15 \cdot 10^{-3} \text{s} \\ u_4 &= \sqrt{2} \cdot 220 \text{ } \mu(314 \cdot 15 \cdot 10^{-3}) = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ } \mu(4,71) = \\ &= \sqrt{2} \cdot 220 \text{ } \mu 270^\circ = \sqrt{2} \cdot 220 (-1) = -311 \text{ V} \\ \therefore u_4 &= -311 \text{ V} \end{aligned}$$

Парáдегура 2.

Δίνεται η εναλλασσόμενη τάση $u = 10\mu\text{V} \cdot 1000t$. Να βρεθούν:

- a) Η συχνότητα f .
β) Η περίοδος T .
γ) Η τιμή της τάσεως για $t_1 = 6,28 \cdot 10^{-3}s$ και $t_2 = 1,2 \cdot 10^{-2}s$.
δ) Να σχεδιασθεί η συνάρτηση $u = f(\omega t)$.

Αύση.

$$a) \quad \omega = 1000 \text{ 1/s}$$

$$\omega = 2\pi f \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{6,28} = 159,23 \quad \underline{f = 159,23 \text{ Hz}}$$

$$\beta) \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{159,23} = 6,28 \cdot 10^{-3} \quad T = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\gamma) \quad t_1 = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

$$\omega t_1 = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 6,28 \text{ rad} = 360^\circ$$

$$u_1 = 10\eta\mu 360 = 0 \quad u_1 = 0$$

$$t_2 = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

$$\omega t_2 = 1000 \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} = 12 \text{ rad} = 688^\circ$$

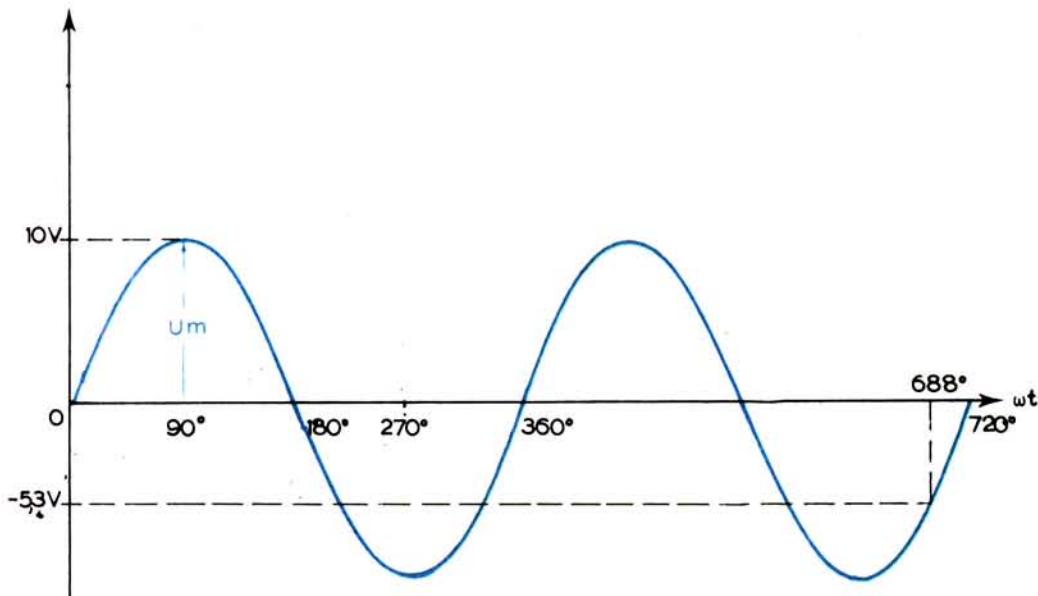
$$u = 10 \eta \mu 688 = 10(-0,53) = -5,3 \text{ V}$$

$$u_2 = -5,3 \text{ V}$$

δ) Σχήμα 14.3β

$$U_m = 10 \text{ V}$$

$$U_t = 0 = u_0 = 10 \eta \mu_0 = 0$$



14.4 Διανυσματική παράσταση εναλλασσομένων μεγεθών – Διαφορά φάσεως.

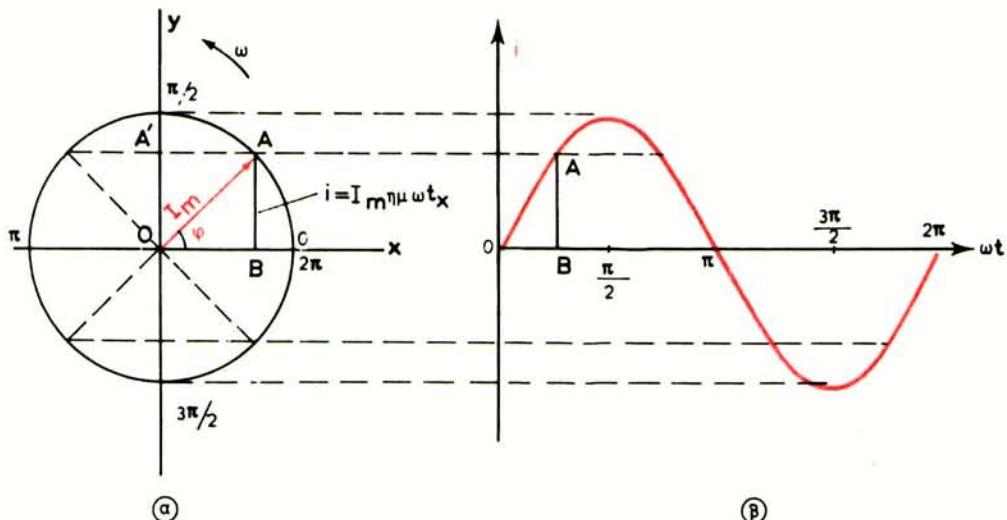
a) Παράσταση εναλλασσόμενου μεγέθους με διάνυσμα.

Τη χρονική μεταβολή ενός εναλλασσόμενου μεγέθους παραστήσαμε στα προηγούμενα με μια ημιτονική καμπύλη. Το κύριο πλεονέκτημα της απεικόνισεως αυτής είναι ότι για κάθε χρονική στιγμή μπορούμε να προσδιορίσουμε αμέσως την αντίστοιχη στιγμιαία τιμή του εναλλασσόμενου μεγέθους. Πρακτικά όμως παρουσιάζονται δυσκολίες στην ακριβή γεωμετρική χάραξη της ημιτονικής καμπύλης.

Ενας άλλος τρόπος απεικόνισεως εναλλασσομένων μεγεθών, που χρησιμοποιείται ευρύτατα, είναι η απεικόνιση με διάνυσμα. Στο σχήμα 14.4a ερμηνεύεται ο τρόπος αυτός με τη βοήθεια ενός εναλλασσόμενου ρεύματος:

$$i = I_m \sin \omega t \quad (1)$$

Τη μέγιστη τιμή του ρεύματος I_m παριστάνομε υπό κλίμακα με ένα διάνυσμα ΟΑ σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων x-y. Το διάνυσμα αυτό δεχόμασθε ότι περιστρέφεται κατά την αντίθετη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα ίση με την κυκλική συχνότητα ω του ρεύματος.



Σχ. 14.4a.

Αν η διεύθυνση του διανύσματος I_m τη χρονική στιγμή $t = 0$ συμπίπτει με τον αξόνα x , μετά από χρόνο t_x θα έχει διαγράψει γωνιά $\varphi = \omega t_x$ και θα έχει έλθει στη θέση που δείχνει το σχήμα 14.4a(a). Στη θέση αυτή η προβολή $A'O = AB$ του διανύσματος I_m επάνω στον αξόνα y είναι ίση με I_m ημωτ, δηλαδή ίση με τη στιγμιαία τιμή του ρεύματος i τη χρονική στιγμή t_x . Άρα για να βρούμε τη στιγμιαία τιμή ενός εναλλασσόμενου μεγέθους κάποια χρονική στιγμή αρκει να τοποθετήσουμε τη φάση $\varphi = \omega t$ του μεγέθους ως προς τον αξόνα x και να φέρομε την προβολή του διανύσματος της μέγιστης τιμής στον αξόνα y .

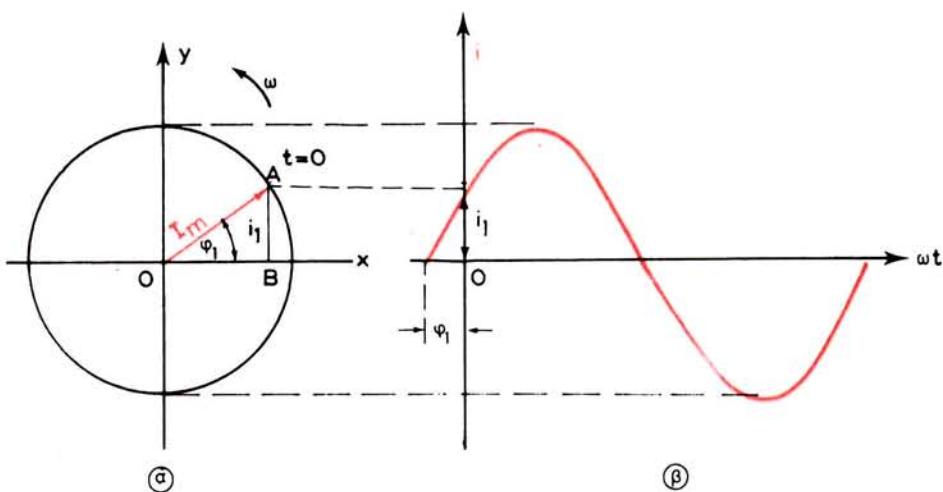
Αν πάρομε τις προβολές για διάφορες φάσεις ωt και τις τοποθετήσουμε σε ένα σύστημα αξόνων πάνω από τις αντίστοιχες φάσεις θα προκύψει η ημιτονική καμπύλη, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4a(β).

β) Εναλλασσόμενο μέγεθος με αρχική φάση.

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$, στην οποία αρχίζουμε τη μέτρηση του χρόνου, το εναλλασσόμενο μέγεθος δεν έχει την τιμή μηδέν αλλά κάποια άλλη τιμή i_1 , τότε το διάνυσμα I_m θα σχηματίζει τη στιγμή αυτή κάποια γωνία φ_1 με τον αξόνα x , που θα αντιστοιχεί στη στιγμιαία τιμή i_1 [σχ. 14.4β(a)]. Η γωνία φ_1 ονομάζεται **αρχική φάση** του εναλλασσόμενου μεγέθους.

Η μέτρηση του χρόνου αρχίζει από την αρχική φάση. Εποι μετά από χρόνο t το διάνυσμα I_m θα έχει διαγράψει γωνία ωt και η φάση φ του εναλλασσόμενου μεγέθους θα είναι:

$$\varphi = \omega t + \varphi_1 \quad (2)$$



Σχ. 14.4β.

Η εξίσωση του εναλλασσόμενου μεγέθους στην περίπτωση αυτή είναι:

$$i = I_m \eta \mu (\omega t + \varphi_1) \quad (3)$$

Παρατηρούμε ότι η ημιτονική καμπύλη είναι μετατοπισμένη ως προς την αρχή των αξόνων (σημείο μηδέν) κατά γωνία φ_1 [σχ. 14.4β(β)].

Παράδειγμα 1.

Δίνονται τα εναλλασσόμενα μεγέθη:

$$u = 220\eta \mu (377t + 60^\circ) \text{ και}$$

$$i = 220\eta \mu (100\pi t + 45^\circ).$$

Να βρεθεί η στιγμιαία τιμή τους για $t = 10^{-2}$ s.

Αύση.

$$u = 220\eta \mu (377t + 60^\circ)$$

$$\omega t = 377t = 377 \cdot 10^{-2} = 3,77 \text{ rad} = 216^\circ$$

$$u = 220\eta \mu (216 + 60) = 220\eta \mu 276^\circ$$

$$u = 220(-0,9945) = -218,8$$

$$u = -218,8 \text{ V}$$

$$i = 220\eta \mu (100\pi t + 45^\circ)$$

$$\omega t = 100\pi t = 100\pi \cdot 10^{-2} = \pi = 180^\circ$$

$$i = 220\eta \mu (180 + 45^\circ) = 220\eta \mu (225^\circ)$$

$$i = 220(-0,707) = -155,5 \text{ V}$$

$$i = -155,5 \text{ V}$$

Παράδειγμα 2.

Να σχεδιασθεί η μεταβολή του ρεύματος $i = I_m \eta\mu(\omega t - 30^\circ)$.

Λύση.

$$\text{Για } t = 0, \omega t = 0 \text{ και } i_0 = I_m \eta\mu(-30^\circ) = -\frac{I_m}{2}$$

$$\text{Επίσης: } i = 0 \text{ για } \eta\mu(\omega t - 30^\circ) = 0 \text{ ή } \omega t - 30^\circ = n180^\circ$$

$$\text{όπου: } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{'Αρα: } i = 0 \text{ για } \omega t = 30^\circ, 210^\circ, 390^\circ, \dots$$

$$\text{i} = I_m \text{ για } \eta\mu(\omega t - 30^\circ) = 1 \text{ ή } \omega t - 30^\circ = n90^\circ$$

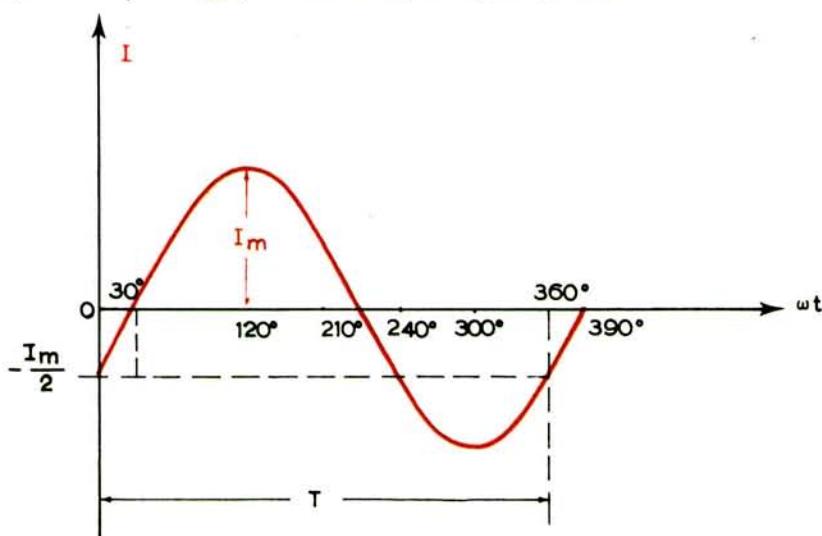
$$\text{όπου: } n = 1, 5, 9, \dots$$

$$\text{'Αρα: } i = I_m \text{ για } \omega t = 120^\circ, 450^\circ, 810^\circ, \dots$$

$$i = -I_m \text{ για } \eta\mu(\omega t - 30^\circ) = -1 \text{ ή } \omega t - 30^\circ = n90^\circ$$

$$\text{όπου: } n = 3, 7, 11, \dots$$

$$\text{'Αρα: } i = -I_m \text{ για } \omega t = 300^\circ, 660^\circ, 930^\circ, 1020^\circ.$$



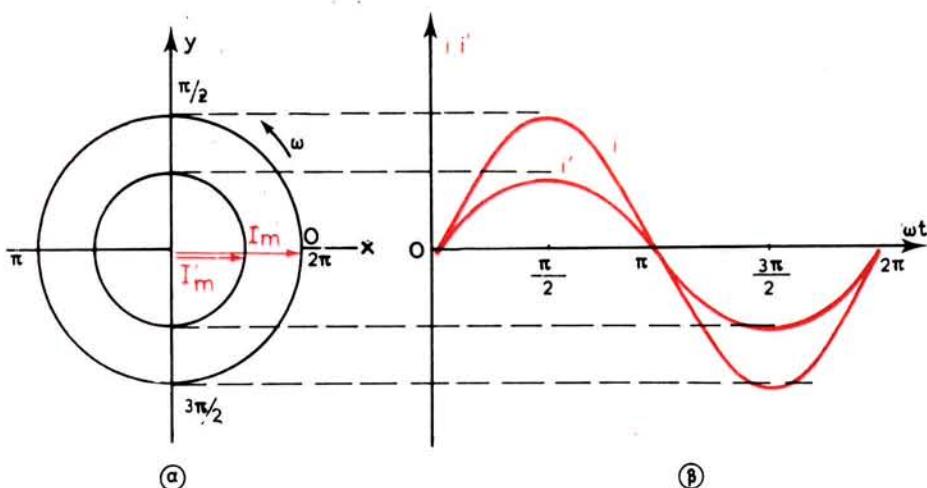
γ) Εναλλασσόμενα μεγέθη σε φάση.

Εστω τώρα ότι εκτός από το ρεύμα της εξισώσεως (1), έχομε και ένα δεύτερο εναλλασσόμενο ρεύμα με την εξίσωση:

$$i' = I'_m \eta\mu\omega t \quad (4)$$

Το μέγεθος αυτό μπορούμε να το παραστήσουμε επίσης με ένα στρεφόμενο διάνυσμα I'_m στο ίδιο σύστημα αξόνων x-y, όπως και το i [σχ. 14.4γ(α)].

Επειδή τα δύο μεγέθη.έχουν την ίδια συχνότητα ω , τα διανύσματά τους I_m και I'_m διαγράφουν σε ίσα διαστήματα τις γωνίες ωt . Επειδή ακόμα τη στιγμή $t = 0$ τα δύο μεγέθη έχουν την ίδια αρχική φάση $\varphi = 0$, τα διανύσματά τους συμπίπτουν. Ετσι οποιαδήποτε χρονική στιγμή t και τα δύο μεγέθη έχουν την ίδια φάση ωt . Αποτέλεσμα είναι τις ίδιες χρονικές στιγμές να παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους (όταν $\eta\omega t = 0$) και τις ίδιες χρονικές στιγμές να μηδενίζονται (όταν $\eta\omega t = 1$), όπως φαίνεται στό σχήμα 14.4γ(β).



Σχ. 14.4γ.

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα δύο αυτά μεγέθη έχουν την ίδια αρχική φάση φ_1 , πάλι τα διανύσματά τους θα συμπίπτουν και πάλι τις ίδιες χρονικές στιγμές θα παίρνουν τις μηδενικές και τις μέγιστες τιμές τους.

Δύο εναλλασσόμενα μεγέθη, που έχουν την ίδια φάση σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή, λέμε ότι βρίσκονται σε φάση.

δ) Εναλλασσόμενα μεγέθη με διαφορά φάσεως.

Εστω τώρα ότι τα δύο ρεύματα έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις φ_1 , φ_2 , δηλαδή δίνονται από τις εξισώσεις:

$$i = I_m \eta\mu(\omega t + \varphi_1) \quad (5)$$

και

$$i' = I'_m \eta\mu(\omega t + \varphi_2)$$

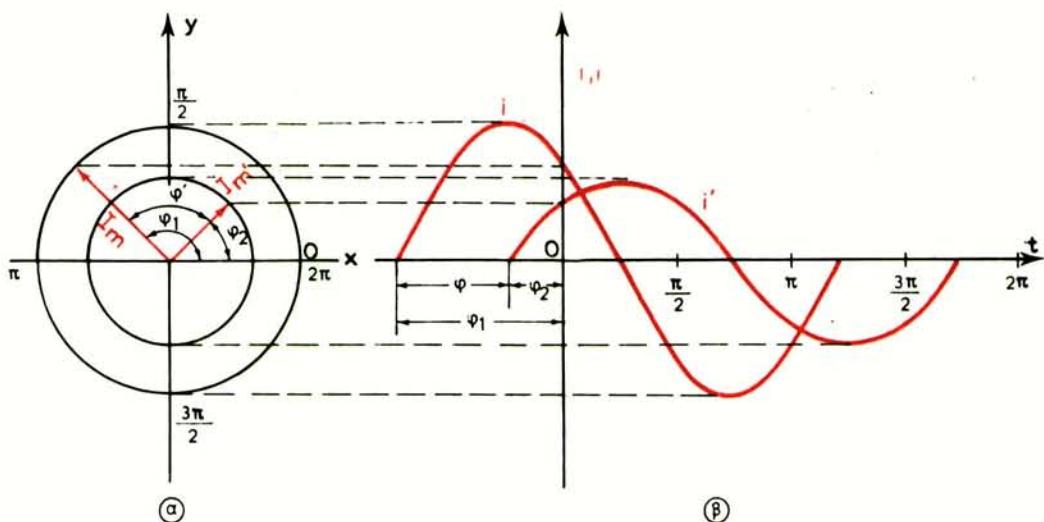
όπου:

$$\varphi_1 > \varphi_2$$

Όπως βλέπομε στο σχήμα 14.4δ (α) τα διανύσματα I_m , I'_m απέχουν μεταξύ τους κατά τη γωνία:

$$\varphi' = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (6)$$

Επειδή τα μεγέθη έχουν την ίδια συχνότητα ω, σε ίσους χρόνους διαγράφουν ίσες γωνίες ω και η γωνία φ' παραμένει αμετάβλητη κατά την περιστροφή των διανυσμάτων. Ετσι πάντοτε το διάνυσμα I_m προηγείται και το διάνυσμα I'_m ακολουθεί. Αποτέλεσμα είναι το μέγεθος i να παίρνει τις μηδενικές και τις μέγιστες τιμές του πάντοτε νωρίτερα από το μέγεθος i' κατά τη γωνία φ', όπως φαίνεται από τις ημιτονικές καμπύλες των δύο μεγεθών στο σχήμα 14.4δ(β).



Σχ. 14.4δ.

Δύο εναλλασσόμενα μεγέθη που έχουν διαφορετική αρχική φάση με αποτέλεσμα να παίρνουν τις μέγιστες και ελάχιστες τιμές τους σε διαφορετικές χρονικές σπιγμές, λέμε ότι παρουσιάζουν διαφορά φάσεως.

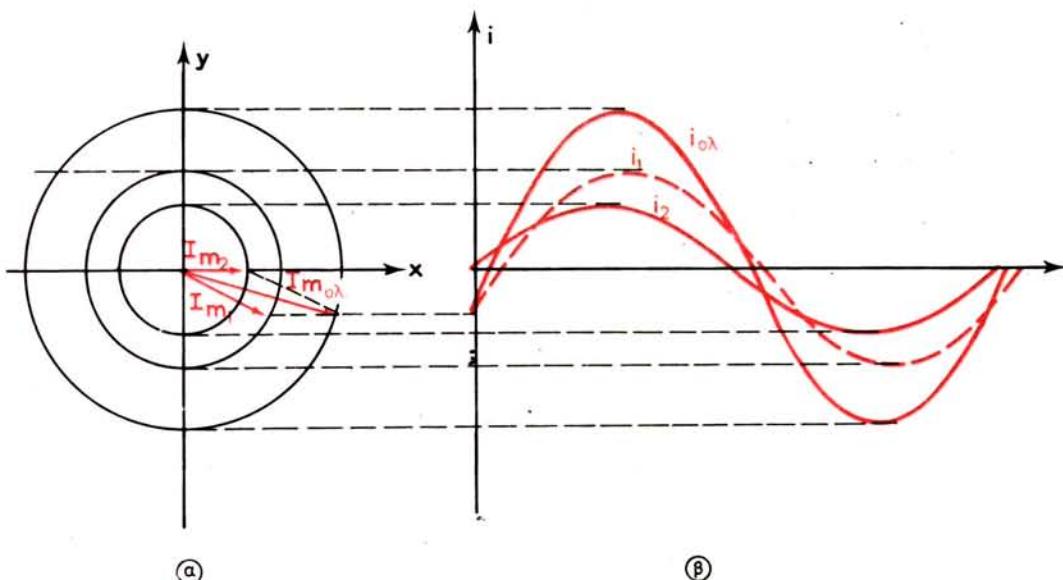
Η διαφορά φάσεως καθορίζει τη θέση ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο μέγεθος και βρίσκεται αν αφαιρέσουμε την αρχική φάση του ενός μεγέθους από την αρχική φάση του άλλου. Αν το αποτέλεσμα είναι θετικό (θετική διαφορά φάσεως) το μέγεθος που η φάση του είναι ο αφαιρετέος προηγείται του άλλου μεγέθους. Σε αντίθετη περίπτωση (αρνητική διαφορά φάσεως) το μέγεθος αυτό έπειται του άλλου μεγέθους.

ε) Διανυσματικό διάγραμμα – Πρόσθεση εναλλασσομένων μεγεθών.

Με τον ίδιο τρόπο που παραστήσαμε με διανύσματα δύο εναλλασσόμενα μεγέθη, μπορούμε να παραστήσουμε στο ίδιο σύστημα αξόνων οσαδήποτε εναλλασσόμενα μεγέθη, με την προϋπόθεση ότι έχουν την ίδια συχνότητα. Ετσι προκύπτει ένα διάγραμμα που ονομάζεται **διανυσματικό διάγραμμα**.

Από το διανυσματικό διάγραμμα μπορούμε να προσδιορίσουμε τη διαφορά φάσεως ενός μεγέθους ως προς ένα άλλο μέγεθος μετρώντας τη γωνία μεταξύ τους. Επίσης μπορούμε να προσδιορίσουμε τη στιγμιαία τιμή οποιουδήποτε μεγέθους, βρίσκοντας την προβολή του στον άξονα y .

Αν θέλουμε να προσθέσουμε δύο ομοειδή εναλλασσόμενα μεγέθη, π.χ. δύο ρεύματα $i_1 = I_m \cos(\omega t)$ και $i_2 = I_m \cos(\omega t - \phi)$ και να βρούμε το ολικό ρεύμα i_λ , θα πρέπει να προσθέσουμε τις αντίστοιχες στιγμιαίες τιμές τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4ε(β). Την πρόσθεση αυτή μπορούμε όμως να κάνουμε πολύ πιο εύκολα, αν προσθέσουμε τα διανύσματα των δύο μεγεθών στο διανυσματικό διάγραμμα. Η συνισταμένη των δύο διανυσμάτων δίνει τη μέγιστη τιμή του ολικού εναλλασσόμενου μεγέθους, όπως φαίνεται στο σχήμα 14.4ε(α). Η προβολή της στον άξονα y δίνει τη στιγμιαία τιμή του ολικού μεγέθους, ενώ η γωνία που σχηματίζει με ένα άλλο μέγεθος δίνει τη διαφορά φάσεώς ως προς το μέγεθος αυτό.



Σχ. 14.4ε.

Στην πράξη δεν ενδιαφέρουν οι στιγμιαίες τιμές των εναλλασσόμενών μεγεθών, όπως θα γνωρίσουμε στην επόμενη παράγραφο. Γι' αυτό παραλείπουμε στηνήθως στο διανυσματικό διάγραμμα το σύστημα των αξόνων x - y και σχεδιαζο

με μόνο τα διανύσματα με τις διαφορές φάσεως μεταξύ τους.

Στην περίπτωση αυτή ξεκινάμε από ένα διάνυσμα, που εκλέγομε αυθαίρετα τη θέση του, και γράφομε τα υπόλοιπα διανύσματα σύμφωνα με τη διαφορά φάσεως που παρουσιάζουν ως προς αυτό το διάνυσμα ή ως προς ένα άλλο διάνυσμα, που ήδη έχομε τοποθετήσει στο διάγραμμα.

Θετικές διαφορές φάσεως διανυσμάτων που προπορεύονται, σημειώνομε σε αντίθετη κατεύθυνση από αυτή των δεικτών του ρολογιού, αρνητικές διαφορές φάσεως διανυσμάτων που έπονται, στην κατεύθυνση αυτή. Τη φορά στην οποία ένα διάνυσμα προπορεύεται (αντίθετη φορά των δεικτών του ρολογιού) σημειώνομε στο διάγραμμα με ένα βέλος.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Δίνονται 3 ρεύματα με τις εξισώσεις:

$$i_1 = I_m \cdot \eta \mu (\omega t + \pi/2)$$

$$i_2 = I_m \cdot \eta \mu \omega t$$

$$i_3 = I_m \cdot \eta \mu (\omega t - \pi/2)$$

Να υπολογισθούν οι διαφορές φάσεως των ρευμάτων και να δοθεί το διανυσματικό τους διάγραμμα.

Λύση.

α) Ρεύμα i_1 ως προς ρεύμα i_2 ή ρεύμα i_2 ως προς ρεύμα i_1 .

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2} - 0 = \frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 0 - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$$

Το i_1 προηγείται του i_2 κατά $\pi/2$ ή το ρεύμα i_2 έπειται του i_1 κατά $\pi/2$.

β) Ρεύμα i_1 ως προς ρεύμα i_3 ή ρεύμα i_3 ως προς ρεύμα i_1 .

$$\varphi_1 - \varphi_3 = \frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2}) = \pi \quad \text{ή} \quad \varphi_3 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\pi$$

Το i_1 προηγείται του i_3 κατά π ή το i_3 έπειται του i_1 κατά π .

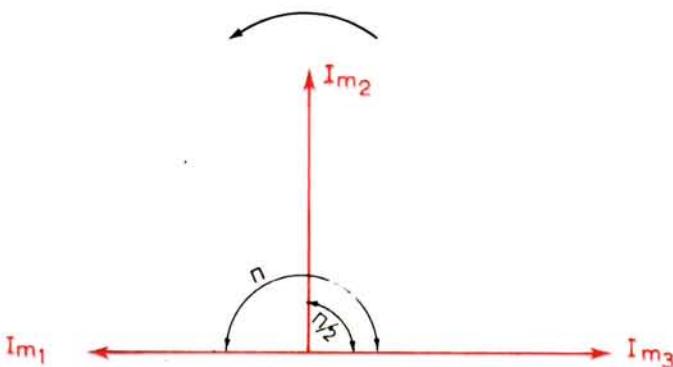
γ) Ρεύμα i_2 ως προς ρεύμα i_3 ή ρεύμα i_3 ως προς ρεύμα i_2 .

$$\varphi_2 - \varphi_3 = 0 - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad \varphi_3 - \varphi_2 = -\frac{\pi}{2} - 0 = -\frac{\pi}{2}$$

Το i_2 προηγείται του i_3 κατά $\pi/2$ ή το i_3 έπειται του i_2 κατά $\pi/2$.

Διανυσματικό διάγραμμα.

Για την κατασκευή του διαγράμματος μπορούμε να εκλέξουμε οποιοδήποτε από τα 3 ρεύματα ως ρεύμα αναφοράς. Στο σχήμα 14.4στ. έχουμε εκλέξει αυθαίρετα το i_3 .



Σχ. 14.4στ.

Παράδειγμα 2.

Δίνονται τα ρεύματα:

$$i_1 = 10\text{ημωτ}$$

$$i_2 = 10\text{ημ}(\omega t + 45^\circ)$$

$$i_3 = 10\text{ημ}(\omega t + 135^\circ)$$

$$i_4 = 20\text{ημ}(\omega t + 225^\circ)$$

$$i_5 = 15\text{ημ}(\omega t - 45^\circ)$$

α) Να υπολογισθεί η διαφορά φάσεως του ρεύματος i_2 ως προς το ρεύμα i_4 και η διαφορά φάσεως του i_4 ως προς το i_5 .

β) Να δοθεί το διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων.

Λύση.

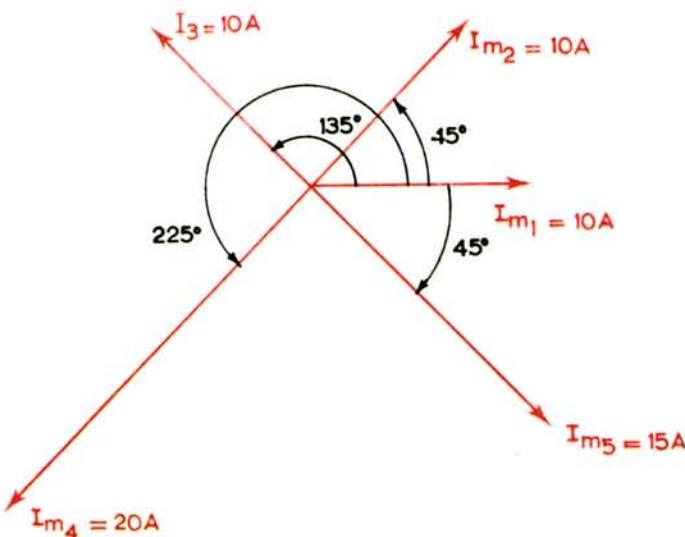
$$\alpha) \varphi_2 - \varphi_4 = 45 - 225 = -180^\circ$$

Το ρεύμα i_2 έπειται του i_4 κατά 180° ή το ρεύμα i_4 προηγείται του i_2 κατά 180° .

$$\beta) \varphi_4 - \varphi_5 = 225 - (-45) = 270^\circ$$

Το ρεύμα i_4 προηγείται του i_5 κατά 270° ή το ρεύμα i_5 έπειται του i_4 κατά 270° .

β) Διανυσματικό διάγραμμα (σχ. 14.4ζ).



Σχ. 14.4ζ.

14.5 Ενεργός τιμή εναλλασσομένων μεγεθών.

Επειδή η στιγμιαία τιμή ενός εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται συνεχώς, δεν μπορούμε στην πράξη να εκτιμήσομε ποσοτικά το εναλλασσόμενο ρεύμα από τη στιγμιαία τιμή του όπως κάνομε στο συνεχές ρεύμα. Για τον ποσοτικό χαρακτηρισμό ενός εναλλασσόμενου ρεύματος χρειαζόμασθε ένα σταθερό χρονικά μέγεθος, που να μετράται εύκολα και να εκφράζει την ολική συμπεριφορά του ρεύματος. Ένα τέτοιο μέγεθος είναι η **ενεργός τιμή**, που προσδιορίζεται από τα θερμικά αποτελέσματα του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Ενα εναλλασσόμενο ρεύμα που ρέει μέσα από ένα ωμικό αντιστάτη, δημιουργεί θερμότητα, όπως ένα συνεχές ρεύμα. Ετσι μπορούμε να συγκρίνουμε την ένταση και την τάση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος με την ένταση και τάση ενός συνεχούς ρεύματος, σύμφωνα με τη θερμότητα που παράγουν τα δύο ρεύματα. Διακρίνουμε λοιπόν ενεργό τιμή εντάσεως και ενεργό τιμή τάσεως.

a) Ενεργός τιμή εντάσεως.

Ορίζομε ότι:

Ενεργός τιμή της εντάσεως ενός εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η ένταση ενός (ισοδύναμου) συνεχούς ρεύματος, που σταν διαρρέει ένα ωμικό αντιστάτη για ορισμένο χρονικό διάστημα, παράγει το ίδιο ποσό θερμότητας με το εναλλασσόμενο ρεύμα, σταν αυτό διαρρέει τον ίδιο αντιστάτη στο ίδιο χρονικό διάστημα.

Την ενεργό τιμή της εντάσεως του εναλλασσόμενου ρεύματος συμβολίζομε με το γράμμα I.

Μεταξύ της ενεργού τιμής I και της μέγιστης τιμής I_m ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ισχύει η σχέση:

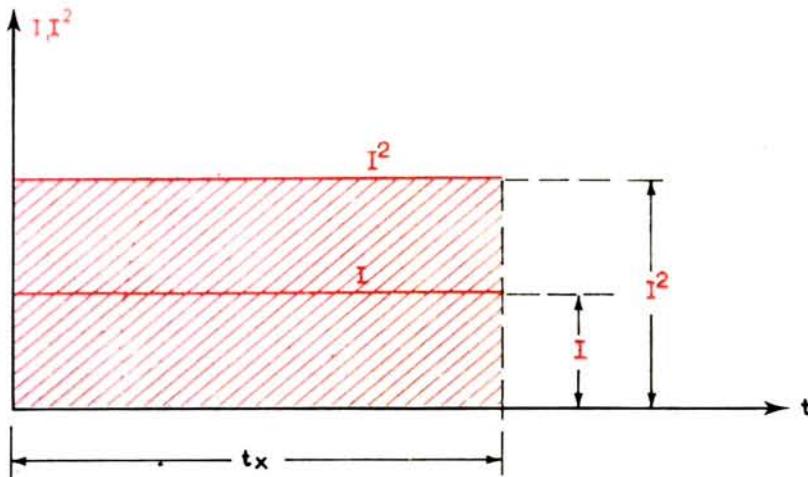
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m \quad (1)$$

Δηλαδή η ενεργός τιμή ενός εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με το 70% περίπου της μέγιστης του τιμής.

Η σχέση (1) προκύπτει ως εξής: Το ποσό της θερμότητας που αποδίδεται σταν συνεχές ρεύμα I διαρρέει έναν αντιστάτη R επί χρόνο t_x δίνεται από το νόμο του Joule [εξίσωση (2) της 6.5]:

$$Q = 0,239 \cdot 10^{-3} I^2 R t_x \text{ kcal} \quad (2)$$

Το σχήμα 14.5α δείχνει τις συναρτήσεις $I = f(t)$ και $I^2 = f(t)$ του συνεχούς ρεύματος. Το εμβαδό του διαγραμμισμένου ορθογώνιου παράλληλογραμμου προκύπτει από το γινόμενο $I^2 t_x$ και είναι ανάλογο του ποσού θερμότητας Q σύμφωνα με την εξίσωση (2).



Σχ. 14.5α.

Στο εναλλασσόμενο ρεύμα ισχύει επίσης ο νόμος του Joule. Επειδή όμως η ένταση i μεταβάλλεται συνεχώς επιτρέπεται να εφαρμόσομε τη σχέση (2) μόνο

για ένα πολύ μικρό χρονικό διάστημα dt , μέσα στο οποίο η ένταση ι μπορεί να θεωρηθεί σταθερή. Στο διάστημα αυτό αναπτύσσεται ποσό θερμότητας dQ και ισχύει η σχέση:

$$dQ = 0,239 \cdot 10^{-3} i^2 R dt \quad (3)$$

Το σχήμα 14.5β(α) δείχνει τις συναρτήσεις $i = f(t)$ και $i^2 = f(t)$ του εναλλασσόμενου ρεύματος. Επειδή η συνάρτηση $i^2 = f(t)$ προκύπτει από την ύψωση στο τετράγωνο κάθε στιγμιαίας τιμής της συναρτήσεως $i = f(t)$, όλες οι τιμές της είναι θετικές.

Η πολύ μικρή επιφάνεια dF που είναι έντονα σχεδιασμένη στο σχήμα 14.5β(α) προκύπτει από το γινόμενο $i^2 dt$ και σύμφωνα με τον τύπο (3) είναι ανάλογη της θερμότητας dQ που αναπτύσσεται στον αντιστάτη R σε χρόνο dt . Παρατηρούμε ότι ανάλογα με την τιμή i^2 μεταβάλλεται κάθε χρονική στιγμή η επιφάνεια dF και η παραγόμενη θερμότητα dQ .

Αν αθροίσουμε όλες τις ελάχιστες επιφάνειες dF σε διάστημα μιας περιόδου θα πάρουμε τη διαγραμμισμένη επιφάνεια κάτω από την καμπύλη i^2 [σχ. 14.5β(α)]. Η επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη προς το ολικό ποσό θερμότητας Q που παράγεται από το εναλλασσόμενο ρεύμα στον αντιστάτη R σε μια περίοδο.

Την επιφάνεια F μπορούμε να αντικαταστήσουμε με μια ίση επιφάνεια ενός ορθογώνιου παραλληλόγραμμου με βάση T και ύψος $\frac{I^2 m}{2}$. Η ισότητα των δύο επιφανειών γίνεται φανερή από το σχήμα 14.5β(β), στο οποίο βλέπομε ότι το εμβαδόν a είναι ίσο με το a' , το b ίσο με το b' , το $γ$ ίσο με το $γ'$ και το $δ$ ίσο με το $δ'$.

Από το ανωτέρω προκύπτει ότι η θερμότητα που αποδίδει το εναλλασσόμενο ρεύμα, το οποίο διαρρέει έναν αντιστάτη R επί χρόνο T , είναι ίση με τη θερμότητα που αποδίδει στο ίδιο διάστημα ένα συνεχές ρεύμα με ένταση I , όπου:

$$I^2 = \frac{I^2 m}{2} \quad (4)$$

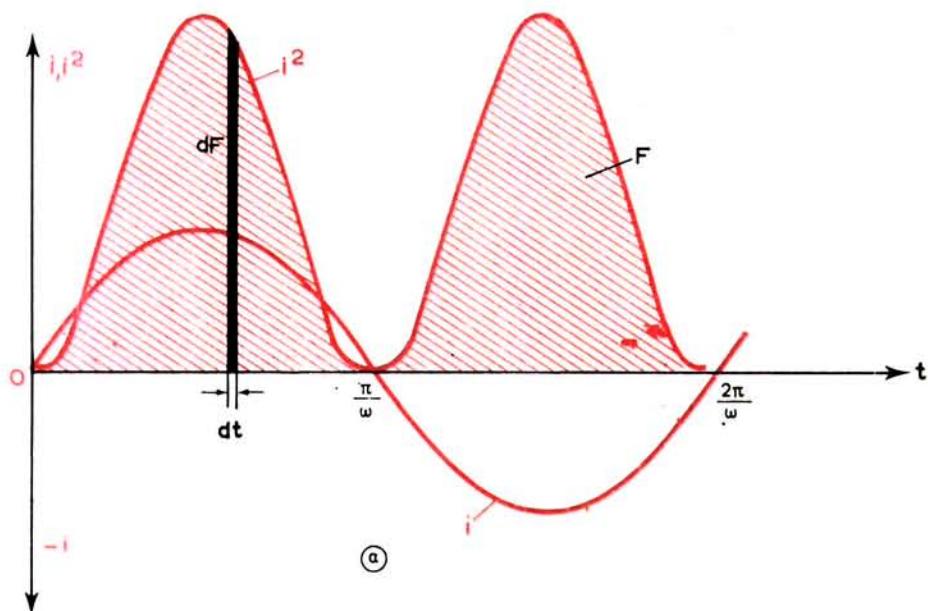
Η ένταση αυτή του συνεχούς ρεύματος είναι όμως, σύμφωνα με τον ορισμό, η ενεργός τιμή της εντάσεως του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Άρα: $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ (5)

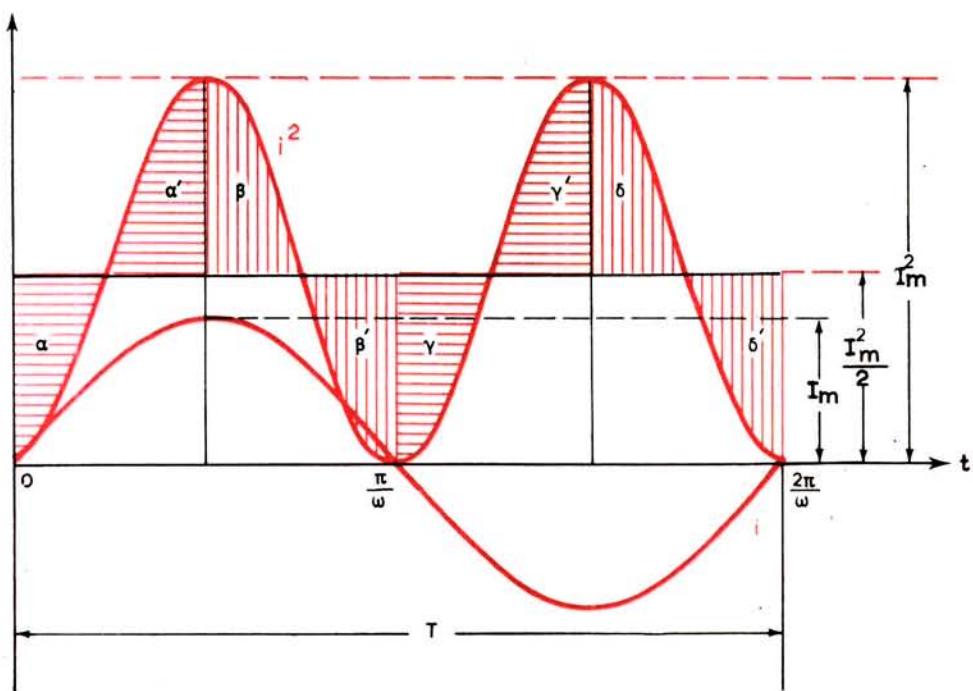
β) Ενεργός τιμή τάσεως.

Ανάλογα ορίζεται η ενεργός τιμή της τάσεως ενός εναλλασσόμενου ρεύματος.

Ενεργός τάση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η τάση ενός (ισοδύναμου)



(a)



(b)

$$\Sigma \chi = 14.5 \beta.$$

συνεχούς ρεύματος, που όταν εφαρμωθεί σε ένα ωμικό αντιστάτη R δημιουργεί ρεύμα με ενταση ίση με την ενεργό ενταση του εναλλασσόμενου ρεύματος, όταν διαρρέει τον αντιστάτη R .

Με την ίδια διαδικασία που περιγράψαμε για την ένταση αποδεικνύεται ότι η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσεως U είναι:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \quad (6)$$

Όταν μιλάμε για τάση ή ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος εννοούμε κατά κανόνα την ενεργό τιμή U ή I. Π.χ. όταν λέμε ότι η Δ.Ε.Η τροφοδοτεί τα σπίτια με 220 V εννοούμε ότι η ενεργός τιμή της τάσεως είναι 220 V. Αν θέλομε να βρούμε τη μέγιστη τιμή της θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την ενεργό τιμή με $\sqrt{2}$:

$$U_m = \sqrt{2} U = \sqrt{2} \cdot 220 = 311 V$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

ΙΣΧΥΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

15.1 Στιγμιαία ισχύς.

Αν στα άκρα μιας καταναλώσεως εφαρμόσομε μια εναλλασσόμενη τάση υπότε, όπως ξέρομε, μέσα από την κατανάλωση αυτή θα περάσει ένα εναλλασσόμενο ρεύμα i . Η ισχύς p που προσφέρεται στην κατανάλωση κάθε στιγμή είναι ίση με το γινόμενο της στιγμιαίας τιμής της τάσεως u επί τη στιγμιαία τιμή της εντάσεως i :

$$p = u \cdot i \quad (1)$$

Αφού τα εναλλασσόμενα μεγέθη u και i μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο, έπειτα ότι και η ισχύς p θα μεταβάλλεται περιοδικά. Αν λοιπόν γνωρίζομε τις συναρτήσεις $u = f(t)$ και $i = f(t)$, μπορούμε να προσδιορίσουμε από τη σχέση (1) τη συνάρτηση της ισχύος $p = f(t)$. Έστω π.χ., ότι:

$$u = U_m \text{ ημωτ} \quad (2)$$

και

$$i = I_m \text{ ημ}(\omega t - \phi)$$

Παρατηρούμε ότι η τάση u προηγείται του ρεύματος i κατά τη γωνία ϕ . Στο σχήμα 15.1 παριστάνεται γραφικά η μεταβολή της τάσεως u και του ρεύματος i με το χρόνο t .

Η στιγμιαία τιμή της ισχύος είναι σύμφωνα με την (1):

$$p = u \cdot i = U_m \text{ ημωτ} \cdot I_m \text{ ημ}(\omega t - \phi) \quad (3)$$

Από την τριγωνομετρία γνωρίζομε ότι:

$$\etaμα \cdot ημβ = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)] \quad (4)$$

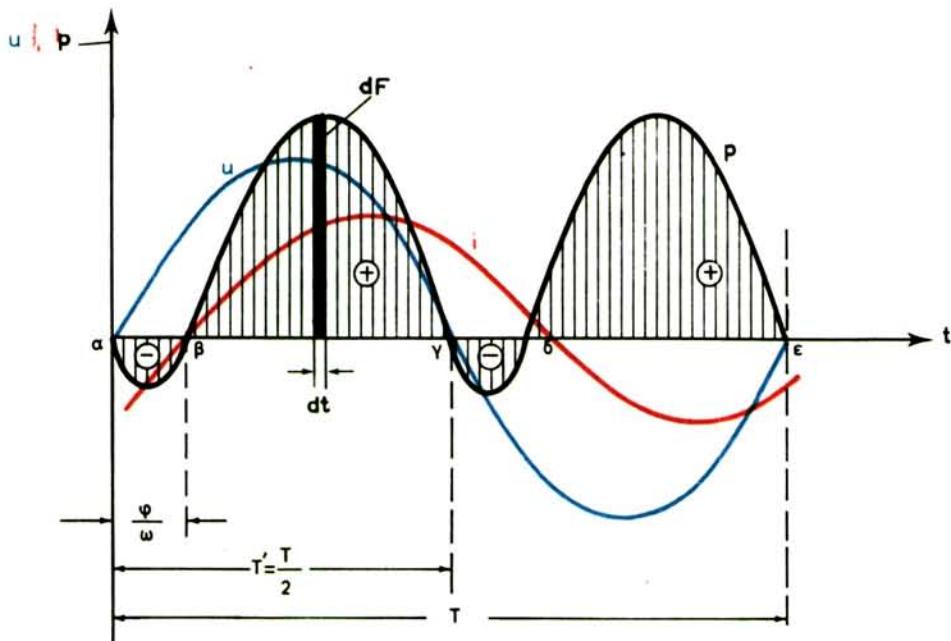
Άρα η εξίσωση (3) γράφεται με την (4), όπου:

$$\alpha = \underline{\omega t} \text{ και } \beta = \omega t - \phi$$

$$p = \frac{U_m \cdot I_m}{2} [\sin\phi - \sin(2\omega t - \phi)] \quad (5)$$

Τη γραφική παράσταση της εξισώσεως (5) παίρνομε αν πολλαπλασιάσουμε τις καμπύλες υ και ι του σχήματος 15.1, δηλαδή αν πολλαπλασιάσουμε κάθε στιγμιαία τιμή της υ με τη στιγμιαία τιμή της ι την ίδια χρονική στιγμή.

Από την εξίσωση (5) καὶ το σχήμα 15.1 διαπιστώνομε ότι η ισχύς μεταβάλλεται περιοδικά και μάλιστα με συχνότητα διπλάσια της συχνότητας της τάσεως ($\omega_p = 2\omega$, $f_p = 2f$). Δηλαδή όταν η τάση πραγματοποιεί μισό κύκλο (χρόνος $\alpha - \gamma = T/2$ του σχήματος 15.1) τότε η ισχύς πραγματοποιεί μια πλήρη μεταβολή, δηλαδή ένα κύκλο (χρόνος $\alpha - \gamma = T'$). Επίσης διαπιστώνομε ότι η καμπύλη της ισχύος, που είναι, όπως προαναφέραμε, μια περιοδική συνάρτηση του χρόνου, έχει και αρνητικές τιμές (στα χρονικά διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ κ.ο.κ., όπου οι τιμές της τάσεως και ρεύματος έχουν αντίθετα σημεία).



Σχ. 15.1.

Αρνητική ισχύς έχει την έννοια, ότι στο χρονικό διάστημα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ κλπ., η κατανάλωση δεν απορροφά ενέργεια από την ηλεκτρική πηγή αλλά αντίθετα δίνει πίσω στην πηγή ενέργεια, δηλαδή γίνεται πηγή ενέργειας.

Αυτό αντίθετα με όσα εκθέσαμε για το συνεχές ρεύμα, είναι ένα νέο φαινόμενο. Θα πρέπει λοιπόν να λάβομε υπόψη, ότι στα εναλλασσόμενα ρεύματα υπάρχουν καταναλωτές, που δεν απορροφούν συνεχώς ενέργεια, αλλά σε ορισμένες χρονικές στιγμές τροφοδοτούν την ηλεκτρική πηγή με ενέργεια που έχουν αποταμιεύσει προηγουμένως. Τι είδους είναι αυτοί οι καταναλωτές θα γνωρίσομε στο επόμενο κεφάλαιο.

15.2 Ενέργεια εναλλασσόμενου ρεύματος.

Όταν η ισχύς είναι σταθερή, όπως στο συνεχές ρεύμα, η ενέργεια υπολογίζεται, όπως ξέρομε, από το γινόμενο της ισχύος επί το χρόνο. Στο εναλλασσόμενο ρεύμα, επειδή μεταβάλλεται συνεχώς η ισχύς p , μπορούμε να υπολογίσουμε με το γινόμενο αυτό μόνο την ενέργεια dA για ένα πολύ μικρό διάστημα dt , στο οποίο θεωρούμε σταθερή την ισχύ p . Έτσι έχομε:

$$dA = pdt = uidt \quad (1)$$

Η επιφάνεια dF στο σχήμα 15.1, που προκύπτει από το γινόμενο $pidt$, είναι ανάλογη της ενέργειας dA . Αν αθροίσουμε όλες τις επιφάνειες dF σε διάστημα μιας περιόδου T προκύπτει η ολική επιφάνεια μεταξύ της καμπύλης p και του άξονα t (διαγραμμισμένη επιφάνεια). Η επιφάνεια αυτή είναι ανάλογη της ενέργειας:

$$A = \int_0^T pdt \quad (2)$$

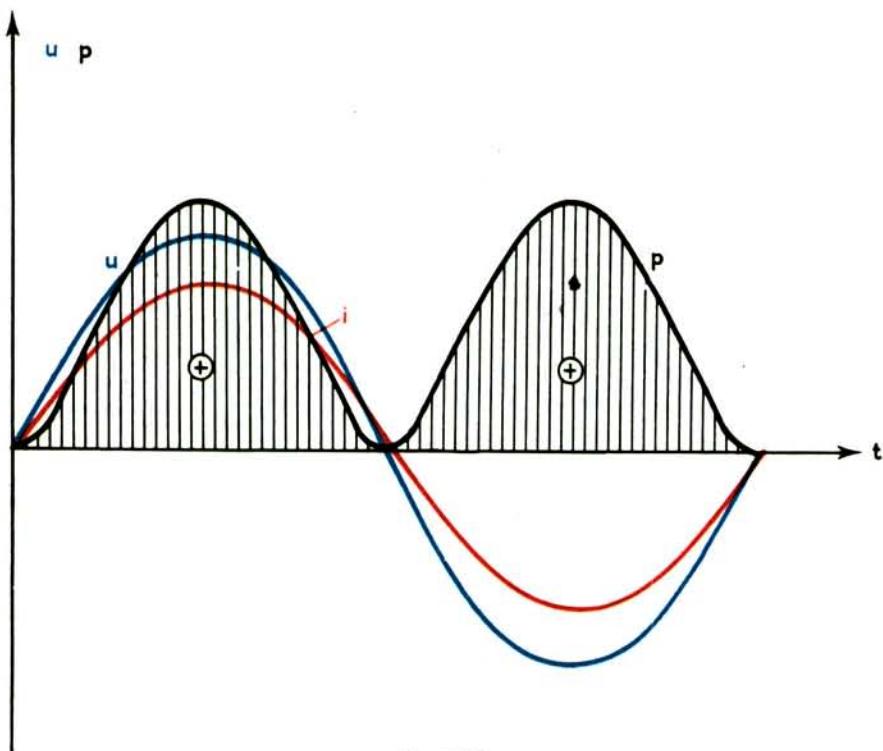
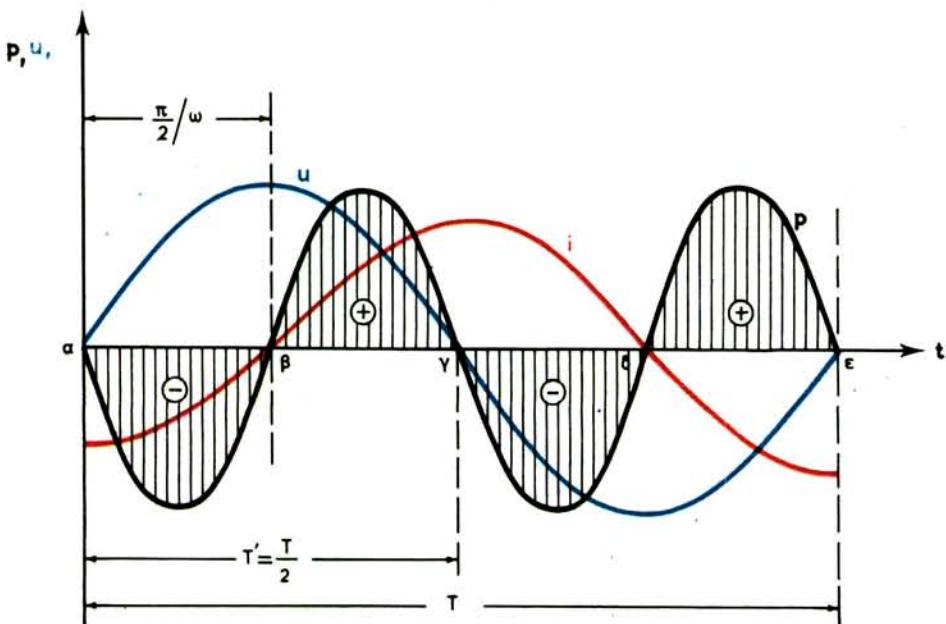
που απορροφάται και αποδίδεται από τον καταναλωτή σε διάστημα μιας περιόδου.

Οι θετικές επιφάνειες στο σχήμα 15.1 αντιστοιχούν στην απορροφούμενη από τον καταναλωτή ενέργεια, ενώ οι αρνητικές επιφάνειες στην αποδιδόμενη από αυτόν ενέργεια. Η διαφορά των δύο επιφανειών δίνει την ενέργεια που απορροφάται συνολικά από τον καταναλωτή, δηλαδή καταναλώνεται εκεί χωρίς να επιστρέψει στην πηγή. Η ενέργεια αυτή μετατρέπεται, όπως ξέρομε, σε άλλη μορφή ενέργειας, π.χ. σε θερμότητα, μηχανική ενέργεια κλπ. Η ενέργεια που αποδίδεται (και απορροφάται) από ένα καταναλωτή εξαρτάται από το μέγεθος της γωνίας ϕ (διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και εντάσεως).

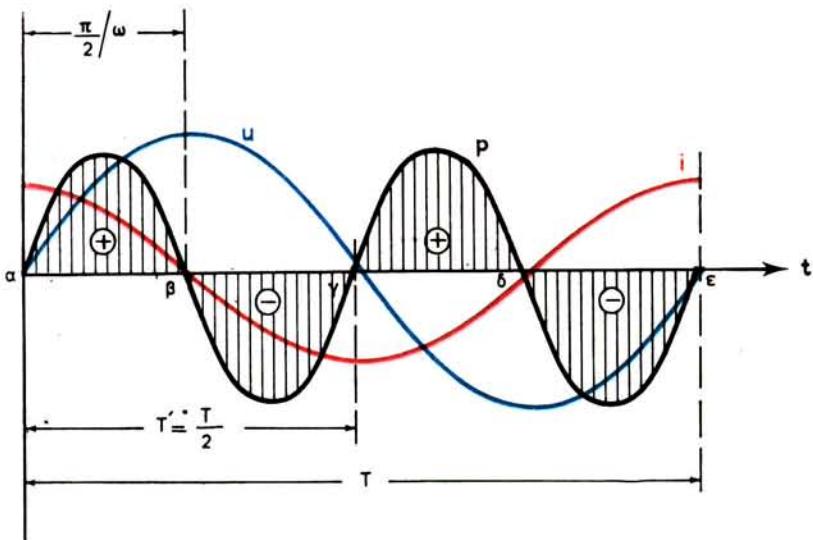
Όταν η τάση και η ένταση είναι σε φάση, δηλαδή $\phi = 0$ τότε δεν παρουσιάζονται αρνητικές τιμές της ισχύος, όπως φαίνεται στο σχήμα 15.2a. Στην περίπτωση αυτή ο καταναλωτής απορροφά συνεχώς ενέργεια, χωρίς να αποδίδει ποτέ ενέργεια στην πηγή. Αντίθετα, όταν η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και εντάσεως είναι: $\frac{\pi}{2} = 90^\circ$ ή $-\frac{\pi}{2} = -90^\circ$ τότε δεν καταναλώνεται ενέργεια στον καταναλωτή, όπως φαίνεται στα σχήματα 15.2β και 15.2γ.

Παρατηρούμε δηλαδή ότι όση ενέργεια απορροφά ο καταναλωτής όταν η ισχύς είναι θετική, τόση ακριβώς αποδίδει, όταν η ισχύς είναι αρνητική.

Όταν η γωνία ϕ είναι μικρότερη από $\frac{\pi}{2}$ ($\phi < \frac{\pi}{2}$), όπως στο σχήμα 15.1, τότε ο καταναλωτής απορροφά περισσότερη ενέργεια από όση αποδίδει πίσω στην πηγή.

 $\Sigma\chi. 15.2\alpha.$  $\Sigma\chi. 15.2\beta.$

Α Ι Π



Σχ. 15.2γ.

15.3 Πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς.

Από την εξίσωση (5) της παραγράφου 15.1 διαπιστώνομε, ότι η ισχύς P προκύπτει από το άθροισμα δύο συνιστωσών:

α) Από μια σταθερή χρονικά συνιστώσα:

$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \sin\varphi \quad (1)$$

Η ισχύς αυτή έχει πάντοτε θετική τιμή (γιατί η γωνία φ μπορεί να κυμαίνεται μεταξύ -90° και $+90^\circ$, οπότε $0 < \sin\varphi < 1$) και ονομάζεται **πραγματική ισχύς**.

β) Από μια εναλλασσόμενη συνιστώσα:

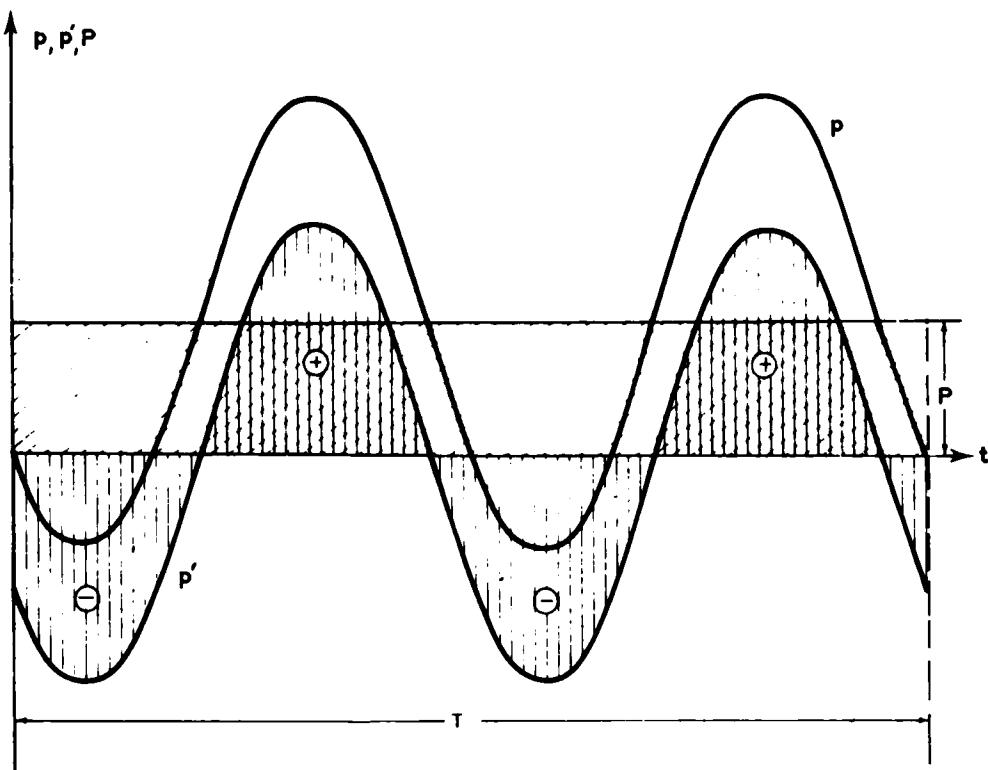
$$P' = -\frac{U_m \cdot I_m}{2} \sin(2\omega t - \varphi) \quad (2)$$

που μεταβάλλεται περιοδικά με τη συχνότητα 2ω . Στο σχήμα 15.3α είναι σχεδιασμένη η πραγματική ισχύς P , η P' και η ολική ισχύς p .

Παρατηρούμε ότι η στιγμιαία ισχύς p μεταβάλλεται συμμετρικά γύρω από την τιμή P . Άρα η P είναι η **μέση τιμή** της ισχύος p , δηλαδή η τιμή που προκύ-

πτει από το μέσο όρο όλων των τιμών της p σε διάστημα μιας περιόδου. Γι' αυτό η πραγματική ισχύς ονομάζεται και μέση τιμή της ισχύος.

Η ενέργεια που αντιστοιχεί στην p' σε διάστημα μιας περιόδου T είναι ανάλογη, σύμφωνα με όσα είπαμε προηγουμένως, με τη διαγραμμισμένη επιφάνεια μεταξύ της p' και του αξόνα t .



Σχ. 15.3a.

Επειδή οι θετικές επιφάνειες είναι ίσες με τις αρνητικές, διαπιστώνομε ότι συνολικά δεν καταναλώνεται ενέργεια οφειλόμενη στην p' . Όση ενέργεια μεταφέρεται στην κατανάλωση, τόση ακριβώς αποδίδεται πάλι από αυτήν στην πηγή.

Η ενέργεια που αντιστοιχεί στην πραγματική ισχύ P σε διάστημα, μιας περιόδου T , δίνεται από το εμβαδό του ορθογώνιου παραλληλογράμμου μεταξύ, της P και του αξόνα t για $t = T$. Η ενέργεια αυτή είναι πάντοτε θετική, δηλαδή ρέει από την πηγή στον καταναλωτή και είναι η ενέργεια που καταναλώνει ο καταναλωτής σε διάστημα μιας περιόδου και τη μετατρέπει σε άλλη μορφή ενέργειας. Άρα η πραγματική ισχύς P είναι ένα μέτρο για το έργο που αποδίδει ένας καταναλωτής.

Εισάγοντας στην εξίσωση (1) την ενεργό τιμή της τάσεως $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ και την

ενεργό τιμή της εντάσεως $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ παίρνομε:

$$P = U I \sin \phi \quad (3)$$

Η πραγματική ισχύς λοιπόν, είναι ίση με το γινόμενο της ενεργού τάσεως U επί την ενεργό ενταση I επί το συνημίτονο της μεταξύ τους διαφοράς φάσεως ϕ (συνφ).

Το συνφ ονομάζεται **συντελεστής ισχύος**.

Την πραγματική ισχύ μετράμε σε βαττ (W) με όργανα που ονομάζονται βατόμετρα.

Η σχέση (3) της πραγματικής ισχύος μοιάζει με τη σχέση UI της ισχύος που γνωρίσαμε στα συνεχή ρεύματα. Στην περίπτωση όμως των εναλλασσομένων ρευμάτων προστίθεται και ο παράγοντας του συντελεστή ισχύος συνφ, που μειώνει κατά κανόνα την πραγματική ισχύ, εφόσον $0 < \sin \phi < 1$. Άρα ο συντελεστής ισχύος δεν είναι επιθυμητό μέγεθος.

Όταν το ρεύμα και η τάση βρίσκονται σε φάση, δηλαδή $\phi = 0$ και $\sin \phi = 1$, είναι $P = UI$. Αυτή η ισχύς προφανώς είναι και η μέγιστη ισχύς που μπορεί να απορροφήσει ένας κατανάλωτής με δοσμένη την τάση U και ένταση I .

Τη μέγιστη αυτή ισχύ ονομάζουμε **φαινόμενη ισχύ P_f** και τη μετράμε σε βολταμπέρ [VA] για να τη διακρίνουμε από την πραγματική ισχύ, που, όπως προαναφέραμε, μετριέται σε W .

Δηλαδή είναι:

$$P_f = UI \quad (4)$$

Η φαινόμενη ισχύς είναι η ισχύς που προσφέρεται σε μια κατανάλωση ενώ η πραγματική ισχύς είναι η ισχύς που αξιοποιείται για την παραγωγή έργου. Ο συντελεστής ισχύος είναι το μέτρο για το πόσο καλά αξιοποιείται η προσφερόμενη φαινόμενη ισχύς.

Ένα άλλο μέγεθος, που είναι συνάρτηση της γωνίας ϕ , δίνεται από το γινόμενο:

$$P_a = UI \cos \phi \quad (5)$$

Το μέγεθος αυτό έχει διαστάσεις ισχύος, αλλά στη πραγματικότητα δεν εκφράζει κάποια καταναλισκόμενη ισχύ που παράγει έργο. Για το λόγο αυτό ονομάζεται **άεργη ισχύς** και μετράται σε VAr, για να διακρίνεται από την πραγματική και τη φαινόμενη ισχύ (το γ στη μονάδα VAr προέρχεται από τον αγγλικό όρο reactive power = άεργη ισχύς). Σημειώνεται ότι οι μονάδες W , VA και VAr έχουν την ίδια αριθμητική τιμή εφόσον προκύπτουν από το γινόμενο

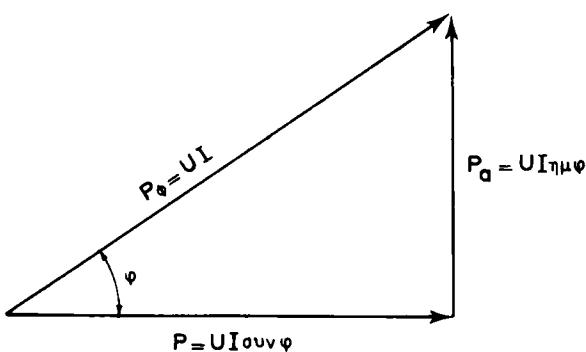
1 V · 1 A και διαφέρουν μόνο στο ότι χαρακτηρίζουν διαφορετικές ισχεις.

Η άεργη ισχύς είναι ένα λογιστικό μέγεθος που μας διευκολύνει στους υπολογισμούς, γιατί συνδέεται με τη φαινόμενη και με την πραγματική ισχύ με τη σχέση:

$$P_\phi^2 = P^2 + P_a^2 \quad (6)$$

όπως εύκολα αποδεικνύεται από τις σχέσεις (3) (4) και (5).

Το ορθογώνιο τρίγωνο του σχήματος 15.3β, που ονομάζεται **τρίγωνο ισχύων**, δίνει τη γραφική παράσταση της (6).



Σχ. 15.3β.

Από το τρίγωνο αυτό και από τη σχέση (6) διαπιστώνομε ότι όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά φάσεως φ, τόσο μεγαλύτερη είναι η άεργη ισχύς και τοσο μικρότερη η πραγματική ισχύς, που καταναλώνεται σε μια κατανάλωση υπό σταθερή φαινόμενη ισχύ. Για φ = 0 (συνφ = 1, ημφ = 0) όλη η φαινόμενη ισχύς αποδίδεται ως πραγματική ισχύς. Για φ = ± 90° (συνφ = 0, ημφ = ±1) όλη η φαινόμενη ισχύς μετατρέπεται σε άεργη ισχύ.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Σε ένα δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος, συνδέεται καταναλωτής που η πραγματική του ισχύς είναι $P = 8,8 \text{ kW}$. Η ενεργός τιμή της εναλλασσόμενης τάσεως του δικτύου είναι $U = 220 \text{ V}$ και η συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Να υπολογισθούν:

α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I που ρέει στον καταναλωτή καθώς και η μέγιστη τιμή του I_m , όταν η άεργος ισχύς είναι μηδέν ($P_a = 0$).

β) Η φαινόμενη ισχύς P_ϕ , η ενεργός τιμή I και η μέγιστη τιμή I_m του ρεύματος, καθώς και ο συντελεστής ισχύος συνφ, όταν η άεργος ισχύς είναι $P_a = 6,6 \text{ kVAr}$.

Λύση.

a) $P = P_\phi = UI$, γιατί $P_a = 0$ άρα $\sin\varphi = 1$.

$$I = \frac{P}{U} = \frac{8,8 \cdot 10^3}{220} = 40 \text{ A}$$

$$\underline{I = 40 \text{ A}}$$

$$I_m = \sqrt{2} I = \sqrt{2} \cdot 40 = 56,4 \text{ A}$$

$$\underline{I_m = 56,4 \text{ A}}$$

β) $P_\phi^2 = P^2 + P_a^2$ $P_\phi = \sqrt{P^2 + P_a^2} = \sqrt{8,8^2 + 6,6^2} =$
 $= \sqrt{77,44 + 43,56} = \sqrt{121}$

$$\underline{P_\phi = 11 \text{ kVA}}$$

$$I = \frac{P_\phi}{U} = \frac{11 \cdot 10^3}{220} = 50 \text{ A}$$

$$\underline{I = 50 \text{ A}}$$

$$I_m = \sqrt{2} \cdot I = \sqrt{2} \cdot 50 = 70,5 \text{ A}$$

$$\underline{I_m = 70,5 \text{ A}}$$

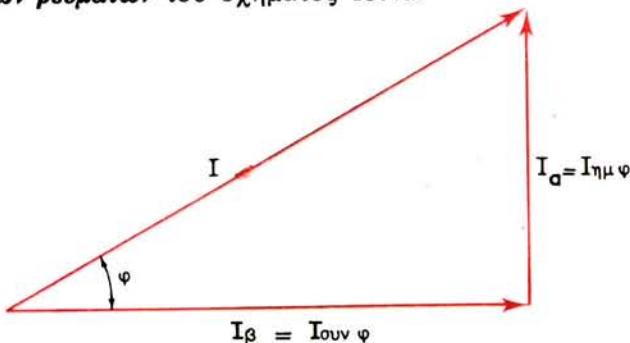
$$P = UI \sin\varphi \quad \sin\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{8,8 \cdot 10^3}{220 \cdot 50} = 0,8$$

$$\underline{\sin\varphi = 0,8}$$

$$\underline{\varphi = 36,86^\circ}$$

15.4 Βαττικό και άφρογο ρεύμα.

Αν διαιρέσουμε κάθε πλευρά του τριγώνου ισχύων με την τάση U παίρνομε το **τρίγωνο των ρευμάτων** του σχήματος 15.4a.



Σχ. 15.4a.

Από το τρίγωνο αυτό παρατηρούμε ότι η ενεργός ένταση I προκύπτει από τη γεωμετρική άθροιση δύο συνιστώσων. Της συνιστώσας:

$$I_\beta = I_{\text{sun}} \varphi \quad (1)$$

που ονομάζεται **βαττικό ρεύμα** και της κάθετης σε αυτήν συνιστώσας:

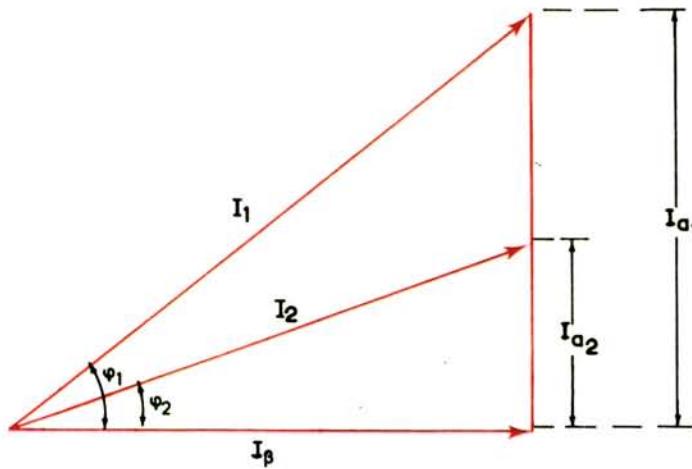
$$I_a = I_{\text{ημφ}} \quad (2)$$

που ονομάζεται **άεργο ρεύμα**.

Από τις (1), (2) και τις (3), (4), (5) της παραγράφου 15.3 προκύπτουν για τις ισχεις οι σχέσεις:

$$\begin{aligned} P_\varphi &= U I \\ P &= U I_\beta \\ P_a &= U I_a \end{aligned} \quad (3)$$

Οποιαδήποτε ηλεκτρική συσκευή για να αποδόσει ορισμένο έργο χρειάζεται ορισμένη **πραγματική ισχύ**. Ετσι αν η τάση U στη συσκευή είναι σταθερή,



Σχ. 15.4β.

απαιτείται ορισμένο βαττικό ρεύμα I_β . Από τα τρίγωνα του σχήματος 15.4β διαπιστώνομε, ότι για σταθερό βαττικό ρεύμα I_β το ολικό ρεύμα I με το οποίο πρέπει να τροφοδοτηθεί η συσκευή είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερη είναι η γωνία φ . Μαζί με το I αυξάνεται και το άεργο ρεύμα I_a που δεν συνεισφέρει στην παραγωγή έργου.

Η αύξηση του ολικού ρεύματος I είναι ασύμφορη, γιατί αυξάνουν οι απώλειες I^2R στους αγωγούς που τροφοδοτούν τη συσκευή, καθώς και η πτώση

τάσεως IR. Στην πράξη για να αποφύγομε τα μειονεκτήματα αυτά ελλαττώνομε τη γωνία φ, δηλαδή **βελτιώνουμε (αυξάνουμε) το συντελεστή ωχόνς συνφ**, συνδέοντας παράλληλα στη συσκευή ένα πυκνωτή. Τη δράση του πυκνωτή στην περίπτωση αυτή θα γνωρίσομε αργότερα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΚΤΟ

ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

16.1 Στοιχεία κυκλωμάτων εναλλασσόμενου ρεύματος.

Τα κύρια στοιχεία συνθέσεως ενός κυκλώματος εναλλασσόμενου ρεύματος είναι:

- a) Ο ωμικός αντιστάτης με αντίσταση R .
- β) Το πηνίο με αυτεπαγωγή L .
- γ) Ο πυκνωτής με χωρητικότητα C .

Όταν ένα κύκλωμα περιέχει ένα μόνο από τα παραπάνω στοιχεία ονομάζεται **απλό κύκλωμα**, ενώ όταν το συνθέτουν δύο, τρία ή περισσότερα στοιχεία, συνδεμένα σε σειρά, παράλληλα ή μικτά, ονομάζεται **σύνθετο κύκλωμα**.

Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τη συμπεριφορά των τριών βασικών στοιχείων στο εναλλασσόμενο ρεύμα.

a) Ο ωμικός αντιστάτης στο εναλλασσόμενο ρεύμα — Ωμική αντίσταση.

Στα άκρα ενός ωμικού αντιστάτη R εφαρμόζομε μία εναλλασσόμενη τάση:

$$u = U_m \text{ ημωτ} \quad (1)$$

Αποτέλεσμα είναι να εμφανισθεί στο κύκλωμα ένα ρεύμα i (σχ. 16.1a).

Για κάθε στιγμιαία τιμή της τάσεως και εντάσεως ισχύει και στο εναλλασσόμενο ρεύμα ο νόμος του Ohm, δηλαδή:

$$u = i R \quad (2)$$

Άρα το ρεύμα που περνά μέσα από τον αντιστάτη, δίνεται από τη σχέση:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m \text{ ημωτ}}{R} = I_m \text{ ημωτ} \quad (3)$$

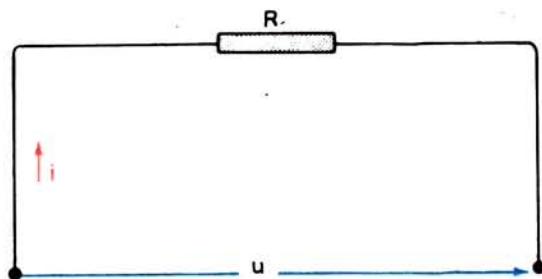
Παρατηρούμε ότι το ρεύμα i είναι επίσης εναλλασσόμενο μέγεθος, όπως η τάση u , που μεταβάλλεται με την ίδια συχνότητα ω . Η μέγιστη τιμή του ρεύματος δίνεται από τη σχέση:

$$I_m = \frac{U_m}{R} \quad (4)$$

ή αν διαιρέσουμε κατά μέλη την (4) με $\sqrt{2}$, από τη σχέση:

$$I = \frac{U}{R} \quad (5)$$

που δίνει την ενεργό τιμή του ρεύματος.

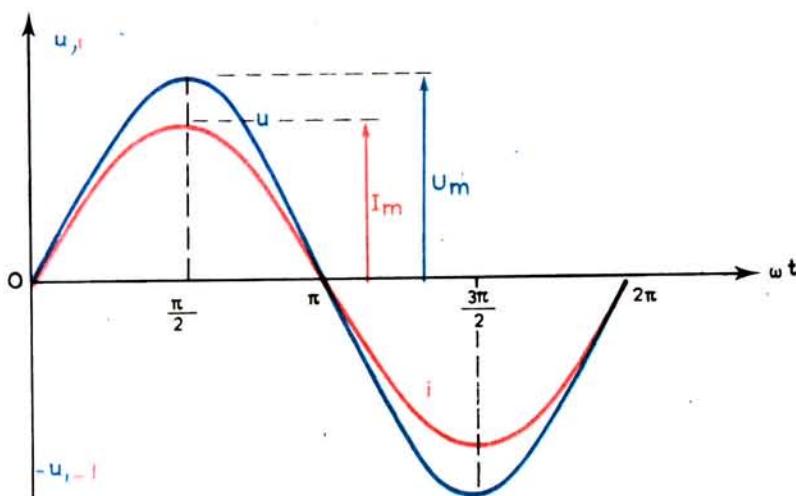


Σχ. 16.1α.

Άρα ο νόμος του Ohm ισχύει όχι μόνο για τις στιγμιαίες αλλά και για τις μέγιστες και τις ενεργές τιμές τάσεως και ρεύματος. Από τις εξισώσεις (1) και (3) διαπιστώνομε ότι δεν υπάρχει διαφορά φάσεως μεταξύ των u και i .

Η τάση στα άκρα ενός ωμικού αντιστάτη και το ρεύμα που τον διαρρέει βρίσκονται σε φάση.

Στο σχήμα 16.1β παριστάνεται η μεταβολή των u και i .



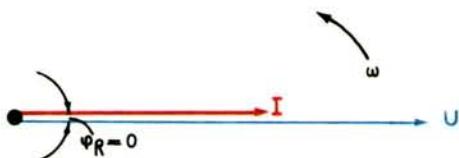
Σχ. 16.1β.

Γενικά, αν σε ένα καταναλωτή εναλλασσόμενο ρεύματος η τάση βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα, λέμε ότι ο καταναλωτής παρουσιάζει ωμική αντίσταση.

Η ωμική αντίσταση υπολογίζεται από το πηλίκο των ενεργών τιμών τάσεως και ρεύματος:

$$R = \frac{U}{I} \quad (6)$$

Εφόσον η διαφορά φάσεως είναι μηδέν το διάνυσμα της τάσεως συμπίπτει με το διάνυσμα του ρεύματος, όπως φαίνεται στο σχήμα 16.1γ.



Σχ. 16.1γ.

Για την ισχύ που προσφέρεται σε ένα ωμικό αντιστάτη προκύπτει από τους τύπους (3), (4) και (5) της παραγράφου 15.3 με $\varphi_R = 0$ (συν $\varphi_R = 1$, ημ $\varphi_R = 0$)

$$P_a = UI \text{ συν} \varphi_R = UI = P_\varphi \quad (7)$$

$$P_a = UI \text{ ημ} \varphi_R = 0 \quad (8)$$

Ολόκληρη η προσφερόμενη φαινόμενη ισχύς αξιοποιείται στον ωμικό αντιστάτη ως πραγματική ισχύς, χωρίς να εμφανίζεται άεργη ισχύς. Η ενέργεια που άπορροφά ο αντιστάτης μετατρέπεται ολόκληρη σε θερμότητα. Η μεταβολή της στιγμιαίας τιμής της ισχύος ρ σε ένα αντιστάτη παριστάνεται στο σχήμα 15.2α.

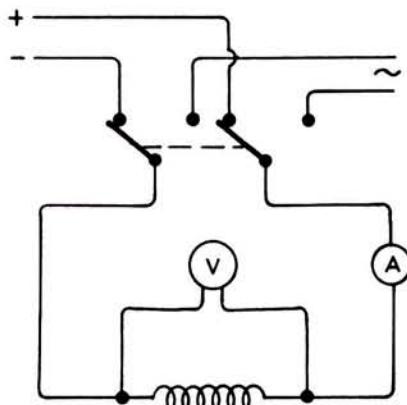
β) Το πηνίο στο εναλλασσόμενο ρεύμα – Επαγωγική αντίσταση.

Εκτελούμε το εξης πείραμα: Στα άκρα ενός πηνίου εφαρμόζομε διαδοχικά μία συνεχή τάση U και μια εναλλασσόμενη τάση:

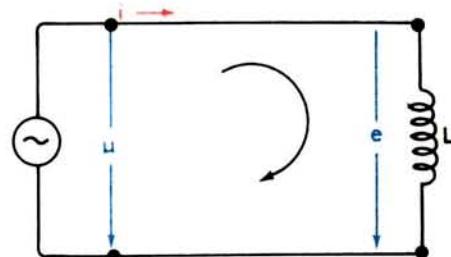
$$u = U_m \text{ ημωτ} \quad (9)$$

που η ενεργός τιμή της $\frac{U_m}{\sqrt{2}}$ είναι ίση με την συνεχή τάση U . [σχ. 16.1δ (a)].

Έστω ότι το πηνίο παρουσιάζει πολύ μικρή ωμική αντίσταση R και ορισμένη αυτεπαγωγή L .



(a)



(b)

Σχ. 16.18.

Όταν το πηνίο βρίσκεται υπό συνεχή τάση εμφανίζεται στο κύκλωμα ισχυρό ρεύμα I' , που η τιμή του περιορίζεται αποκλειστικά από τη **μικρή** ωμική αντίσταση R :

$$I' = \frac{U}{R} \quad (10)$$

Η αυτεπαγωγή L του πηνίου δεν επηρεάζει την τιμή του ρεύματος. Αν π.χ. αυξήσουμε την L τοποθετώντας ένα σιδηροπυρήνα στο πηνίο, παρατηρούμε ότι η ένταση I' μένει αμετάβλητη.

Σημείωση.

Με το σιδηροπυρήνα που έχει μεγάλη μαγνητική διαπερατότητα μ αυξάνεται η μαγνητική ροή Φ και σύμφωνα με τον τύπο (2) της 10.5: $L = \frac{n\Phi}{I}$ η αυτεπαγωγή L . Σημειώνομε όμως ότι σε ένα πηνίο με σιδηροπυρήνα η L δεν είναι σταθερό μέγεθος, γιατί η Φ δεν αυξάνεται ανάλογα με το ρεύμα I και έτσι ο λόγος Φ/I δεν είναι σταθερός. Για κάθε τιμή I έχουμε διαφορετική αυτεπαγωγή L .

Αντίθετα, όταν το πηνίο συνδέεται στην εναλλασσόμενη τάση παρατηρούμε στο αμπερόμετρο, ότι η ενεργός τιμή I του ρεύματος που ρέει στο κύκλωμα, είναι πολύ **μικρότερη** από τη συνεχή ένταση I' . Επίσης παρατηρούμε ότι η ένταση I μειώνεται ισχυρά όταν αυξάνομε την αυτεπαγωγή L , τοποθετώντας το σιδηροπυρήνα στο πηνίο.

Η μείωση του ρεύματος στο κύκλωμα του εναλλασσόμενου ρεύματος εξηγείται ως εξής:

Όταν στο πηνίο εφαρμοσθεί εναλλασσόμενη τάση, ρέει μέσα από το πηνίο εναλλασσόμενο ρεύμα της ίδιας συχνότητας.

Το εναλλασσόμενο ρεύμα δημιουργεί μια μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή στο πηνίο με αποτέλεσμα να εμφανισθεί σε αυτό μία **ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής**, όπως γνωρίσαμε στην παράγραφο 10.5:

$$e = - L \frac{di}{dt} \quad (11)$$

Από το κύκλωμα του σχήματος 16.1δ(β) παίρνομε, εφαρμόζοντας το 2 κανόνα του Kirchhoff και θεωρώντας αμελητέα. την ωμική αντίσταση R του πηνίου:

$$e = - u = - L \frac{di}{dt} \quad (12)$$

Η ηλεκτρεγερτική δύναμη e είναι δηλαδή αντίθετη σε κάθε χρονική στιγμή στην τάση u , με αποτέλεσμα το ρεύμα που δημιουργεί να είναι αντίθετο. στο ρεύμα της πηγής και να προκαλεί τη μείωσή του.

Από τη μείωση του ρεύματος συμπεραίνουμε ότι η αντίσταση του κυκλώματος γίνεται πολύ μεγαλύτερη από την R , όταν στο κύκλωμα ρέει εναλλασσόμενο ρεύμα. Την αύξηση της αντιστάσεως πάνω από την τιμή R , που οφείλεται στην αναπτυσσόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής στο πηνίο, ονομάζουμε **επαγωγική αντίσταση** και τη συμβολίζουμε με X_L . Την ολική αντίσταση του κυκλώματος ονομάζουμε **φαινόμενη αντίσταση** ή **εμπέδηση**.

Η φαινόμενη αντίσταση συμβολίζεται με το γράμμα Z και υπολογίζεται από το πηλίκο της ενεργού τιμής της τάσεως διά της ενεργού τιμής της εντάσεως:

$$Z = \frac{U}{I} \quad (13)$$

Με τον ορισμό αυτό της φαινόμενης αντιστάσεως επεκτείνεται ο νόμος του Ohm και στα εναλλασσόμενα ρεύματα. Πειραματικά αποδεικνύεται ότι η **επαγωγική αντίσταση είναι αράλογη της κυκλικής συχνότητας ω του ρεύματος και της αυτεπαγωγής L του πηνίου**

$$X_L = \omega L \quad (14)$$

Δηλαδή η επαγωγική αντίσταση αυξάνεται όσο αυξάνει η συχνότητα του ρεύματος και η αυτεπαγωγή του πηνίου. Για $\omega \rightarrow \infty$ ($X_L \rightarrow \infty$) το πηνίο αποτελεί διακοπή του κυκλώματος ενώ για $\omega = 0$ (συνεχές ρεύμα), $X_L = 0$, δηλαδή το πηνίο δεν παρεμβάλλει καμιά αντίσταση στο συνεχές ρεύμα.

Η επαγωγική αντίσταση μετράται σε Ω , όπως και η ωμική αντίσταση, όπως προκύπτει από τον τύπο (14):

$$[X_L] = [\omega] [L] = \frac{1}{s} \cdot \frac{Wb}{A} = \frac{V}{A} = \Omega$$

Αν η ωμική αντίσταση του πηνίου είναι αμελητέα, τότε η φαινόμενη αντίσταση είναι ίση με την επαγωγική αντίσταση:

$$Z = X_L \quad (15)$$

και για το ρεύμα I προκύπτει από τις (13) και (14)

$$I = \frac{U}{\omega L} \quad (16)$$

Για τη σχέση μεταξύ της τάσεως u και του ρεύματος i παίρνομε από την (12):

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (17)$$

Το πηλίκο di/dt στον τύπο (17) εκφράζει την ταχύτητα μεταβολής του ρεύματος i. Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβολή di του ρεύματος σε χρόνο dt, τόσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα με την οποία μεταβάλλεται το ρεύμα, τόσο μεγαλύτερη είναι η ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπαγωγής, όταν ο συντελεστής αυτεπαγωγής L είναι σταθερό μέγεθος του πηνίου.

Το σχήμα 16.1e παριστάνει το εναλλασσόμενο ρεύμα i που ρέει στο πηνίο. Η τάση u είναι, όπως αναφέραμε, επίσης **εναλλασσόμενο μέγεθος**, δεν φαίνεται όμως άμεσα από τους προηγούμενους τύπους, αν υπάρχει και ποια, **διαφορά φάσεως** μεταξύ της τάσεως u και του ρεύματος i.

Για να απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό εργαζόμασθε ως εξής: Το διάστημα T/2 μιας ημιπεριόδου του ρεύματος i χωρίζομε σε πολύ μικρά ίσα χρονικά διαστήματα dt. Για κάθε διάστημα dt προσδιορίζουμε στον άξονα i το αντίστοιχο διάστημα di. Παρατηρούμε, ότι ξεκινώντας από την τιμή μηδέν του σχήματος, το μέγεθος των διαστημάτων di μειώνεται συνεχώς όσο πλησιάζουμε τη μέγιστη τιμή I_m , στην οποία και μηδενίζεται. Επομένως, εφόσον ο χρόνος dt παραμένει σταθερός η ταχύτητα μεταβολής di/dt έχει τη μέγιστη τιμή της όταν $i = 0$ και γίνεται μηδέν όταν $i = I_m$.

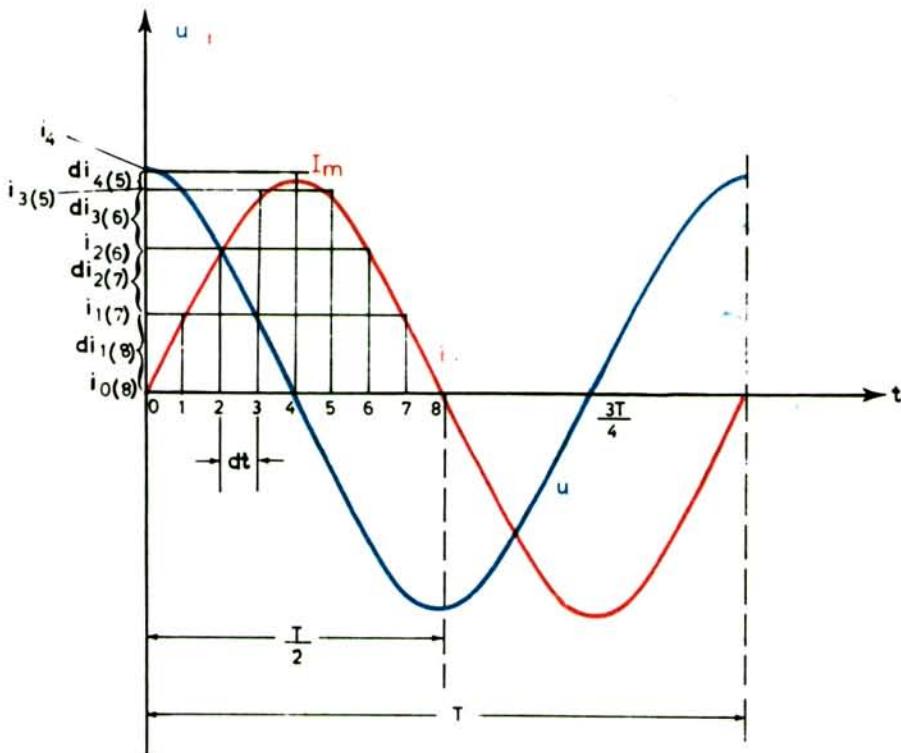
Αποτέλεσμα είναι η τάση u που προκύπτει από τον τύπο (17) να έχει τη μέγιστη τιμή της για $i = 0$ και την τιμή μηδέν για $i = I_m$. Επειδή το ρεύμα αυξάνει από 0 ως I_m τα διαστήματα dt είναι θετικά (π.χ. το ρεύμα i_2 είναι μεγαλύτερο του i_1 , και $di_2 = i_2 - i_1$ είναι θετικό) και η τάση u είναι επίσης θετική.

Αντίστροφα όταν το ρεύμα i μειώνεται στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι τα διαστήματα di αυξάνονται και παίρνουν τη μέγιστη τους τιμή για $i = 0$. Ετσι η τάση u παίρνει τη μέγιστη τιμή της πάλι για $i = 0$. Επειδή όμως το ρεύμα μειώνεται από I_m ως 0 τα διαστήματα di είναι αρνητικά (π.χ. το ρεύμα i_1 , είναι μικρότερο του i_2 και $di_1 = i_1 - i_2$ είναι αρνητικό) και η τάση u είναι αρνητική στο χρονικό διάστημα T/4 ως T/2.

Με ανάλογο τρόπο διαπιστώνομε ότι η τάση u είναι μηδέν για $t = 3T/4$, οπότε το ρεύμα i έχει τη μέγιστη αρνητική του τιμή, και μέγιστη για $t = T$, οπότε το ρεύμα είναι μηδέν.

Από τη μεταβολή αυτή της τάσεως γίνεται φανερό ότι η τάση u προηγείται του ρεύματος κατά 90° ενώ το ρεύμα i έπεται κατά 90° (σχ. 16.1ε).

Σε ένα πηνίο με αμελητέα ώμική αντίσταση η τάση που εφαρμόζεται στα άκρα του, προηγείται του ρεύματος που το διαρρέει κατά γωνία $\phi_L = 90^\circ$ ή $\pi/2$ rad.



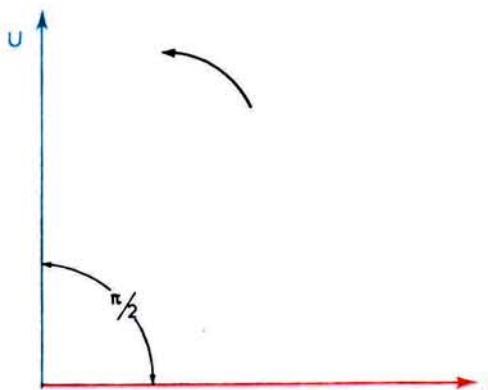
Σχ. 16.1ε

Το σχήμα 16.1στ δίνει το διανυσματικό διάγραμμα των ενεργών τιμών της τάσεως και εντάσεως. Το βέλος δείχνει τη φορά περιστροφής των διανυσμάτων, στην οποία πάντοτε προηγείται η τάση U κατά $\pi/2$ της εντάσεως I .

Εφόσον η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και εντάσεως είναι $\phi_L = 90^\circ$, προκύπτει για τις ισχείς από τους τύπους (3), (4) και (5) της παραγράφου 15.3 με ημ $\phi_L = 1$ και συν $\phi_L = 0$.

$$P_a = UI \sin \phi_L = 0 \quad (18)$$

$$P_a = UI \eta \mu \phi_L = UI = P_\phi \quad (19)$$



Σχ. 16.1στ.

Σε ένα πηνίο με αμελητέα ωμική αντίσταση ($R = 0$), η πραγματική ισχύς είναι ίση με μηδέν. Στο πηνίο δεν καταναλώνεται ενέργεια, ούτε δημιουργείται θερμότητα Joule. Ολόκληρη η φαινόμενη ισχύς, παρουσιάζεται στο πηνίο σαν **άεργη ισχύς**. Για τη χρονική μεταβολή της στιγμιαίας τιμής της ισχύος ρ στο πηνίο ισχύει το σχήμα 15.2β στην παράγραφο 15.2, που δίνει τη μεταβολή αυτή γενικά, όταν η τάση προηγείται του ρεύματος κατά 90° . Η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια από την πηγή χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τη δημιουργία του μαγνητικού πεδίου στο πηνίο. Η ενέργεια αυτή αποτάμευται στο μαγνητικό πεδίο υπό μορφή **μαγνητικής ενέργειας**, στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι θετική (π.χ. στα διαστήματα $\beta - \gamma$, $\delta - \epsilon$ του σχήματος 15.2β). Στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι αρνητική (π.χ. στα διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$ του σχήματος 15.2β) η αποτάμευμένη μαγνητική ενέργεια **μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια** και αποδίδεται από το πηνίο στην πηγή.

Άρα το πηνίο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος αποτάμευνε περιοδικά ενέργεια που παίρνει από την ηλεκτρική πηγή και αποδίδει την ενέργεια αυτή πάλι πίσω στην πηγή.

Αποδεικνύεται ότι η μαγνητική ενέργεια που είναι αποτάμευμένη στο πηνίο κάποια χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση:

$$A_m = L \frac{i^2}{2} \quad (20)$$

όπου i η στιγμιαία τιμή του ρεύματος στη θεωρούμενη χρονική στιγμή.

Η μαγνητική ενέργεια μετράται στο σύστημα S.I. σε Joule ($1J = 1Ws$), εφόσον η αυτεπαγωγή μετράται σε Henry ($1H = 1 \frac{Vs}{A}$) και η ένταση του ρεύματος i σε A :

$$[A_m] = [L] [i^2] = \frac{Vs}{A} A^2 = Ws = J$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

Στα άκρα ενός πηνίου, αυτεπαγωγής $L = 1 \text{ H}$, εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $U = 220 \text{ V}$. Να υπολογισθεί η ενεργός τιμή του ρεύματος I που περνά μέσα από το πηνίο, για συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$, 60 Hz , 50 kHz και 100 kHz .

Αύση.

$$I = \frac{U}{X_L} \quad X_L = \omega L = 2\pi f L$$

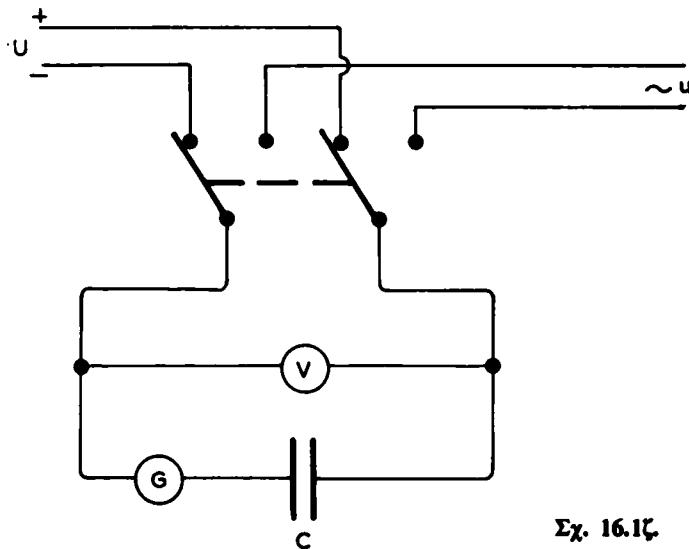
$f [\text{Hz}]$	50	60	$50 \cdot 10^3$	$100 \cdot 10^3$
$X_L [\Omega]$	314	376,8	$314 \cdot 10^3$	$628 \cdot 10^3$
$I [\text{A}]$	0,7	0,583	$0,7 \cdot 10^{-3}$	$0,35 \cdot 10^{-3}$

γ) Ο πυκνωτής στο εναλλασσόμενο ρεύμα – Χωρητική αντίσταση.

Στα άκρα ενός πυκνωτή χωρητικότητας C εφαρμόζομε διαδοχικά μία συνεχή τάση U και μία εναλλασσόμενη τάση:

$$u = U_m \eta \mu \omega \quad (21)$$

όπως φαίνεται στο σχήμα 16.1ζ.



Σχ. 16.1ζ.

Όταν ο πυκνωτής συνδέεται στη συνεχή τάση παρατηρούμε στο γαλβανόμετρο G, ότι ρέει στο κύκλωμα **στιγμαία ρεύμα φορτίσεως**, όπως είχαμε γνωρίσει στην παράγραφο 13.8. Το ρεύμα αυτό μηδενίζεται μόλις τελειώσει η φόρτιση και ο πυκνωτής παραμένει φορτισμένος, όσο εξακολουθεί να εφαρμόζεται η τάση U στους οπλισμούς του. Άρα μετά τη μικρή μεταβατική περίοδο της φορτίσεως ο πυκνωτής παρουσιάζει πάρα πολύ μεγάλη αντίσταση (άπειρη θεωρητικά) και εμποδίζει τη διέλευση του συνεχούς ρεύματος.

Αντίθετα, όταν ο πυκνωτής είναι συνδεμένος στην εναλλασσόμενη τάση u παρατηρούμε ότι ο δείκτης του γαλβανόμετρου εκτρέπεται πότε προς τη μια κατεύθυνση και πότε προς την άλλη με τη συχνότητα f της τάσεως (υποθέτομε ότι η συχνότητα είναι αρκετά μικρή, ώστε ο δείκτης να μπορεί να παρακολουθεί τις μεταβολές της τάσεως). Άρα στο κύκλωμα ρέει συνεχώς **εναλλασσόμενο ρεύμα i** με την ίδια συχνότητα f που έχει η τάση. Οι οπλισμοί του πυκνωτή γίνονται έτσι εναλλακτικά θετικοί και αρνητικοί, ακολουθώντας τις αλλαγές πολικότητας της πηγής. Ο πυκνωτής δεν αποτελεί διακοπή του κυκλώματος εναλλασσόμενου ρεύματος, αλλά παρουσιάζει ορισμένη (όχι άπειρη) αντίσταση στη διέλευση του εναλλασσόμενου ρεύματος. Η αντίσταση αυτή ονομάζεται **χωρητική αντίσταση** και συμβολίζεται με X_C .

Η χωρητική αντίσταση προσδιορίζεται από το πηλίκο της ενεργού τιμής της τάσεως U_C στα άκρα του πυκνωτή προς την ενεργό ένταση του ρεύματος του πυκνωτή I_C :

$$X_C = \frac{U_C}{I_C} \quad (22)$$

Άρα ισχύει ο νόμος του Ohm και για τη χωρητική αντίσταση.

Πειραματικά διαπιστώνομε από τη σχέση (22) χρησιμοποιώντας τάσεις με διαφορετική συχνότητα και πυκνωτές με διαφορετική χωρητικότητα, ότι:

Η χωρητική αντίσταση X_C είναι αντίστροφα ανάλογη της κυκλικής συχνότητας ω και της χωρητικότητας C του πυκνωτή:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (23)$$

Υπό σταθερή χωρητικότητα C, η X_C μειώνεται όσο αυξάνει η συχνότητα του ρεύματος. Για $\omega \rightarrow 0$, δηλαδή για συνεχές ρεύμα, η $X_C \rightarrow \infty$ και ο πυκνωτής ισοδυναμεί με διακοπή του κυκλώματος, δηλαδή με ανοικτούκλωμα. Για $\omega \rightarrow \infty$ η $X_C \rightarrow 0$, δηλαδή ο πυκνωτής αντιστοιχεί με βραχινύκλωμα.

Παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά του πυκνωτή είναι αντίθετη από αυτή του πηνίου, όσο αφορά τη μεταβολή της συχνότητας.

Σε ένα απλό κύκλωμα με ένα πυκνωτή, η τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι

ίση με την τάση στα άκρα του κυκλώματος ($U = U_C$) και το ρεύμα του πυκνωτή είναι ίσο με το ρεύμα του κυκλώματος ($I_C = I$).

Στην περίπτωση αυτή η φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) Z του κυκλώματος είναι ίση με τη χωρητική αντίσταση του πυκνωτή:

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{U_C}{I_C} = X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (24)$$

Η χωρητική αντίσταση X_C μετράται σε Ω , όπως η ωμική και η επαγωγική αντίσταση, όπως προκύπτει από τον τύπο (23):

$$[X_C] = \frac{1}{[\omega][C]} = \frac{1}{\frac{1}{s} F} = \frac{s}{\frac{s}{\Omega}} = \Omega$$

Η σχέση μεταξύ της στιγμιαίας τιμής της τάσεως u και της στιγμιαίας τιμής της εντάσεως i σε ένα πυκνωτή προκύπτει ως εξής: Το φορτίο q που είναι αποταμιευμένο στον πυκνωτή τη χρονική στιγμή που η τάση στους οπλισμούς είναι u , δίνεται από τη σχέση:

$$q = C \cdot u \quad (25)$$

που έχομε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 13.2.

Αν τώρα σε ένα πολύ μικρό διάστημα dt η τάση μεταβληθεί κατά du , το φορτίο του πυκνωτή θα μεταβληθεί κατά dq σύμφωνα με τη σχέση:

$$dq = C \cdot du \quad (26)$$

Διαιρώντας την εξίσωση (26) κατά μέλη με το διάστημα dt παίρνομε:

$$\frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} \quad (27)$$

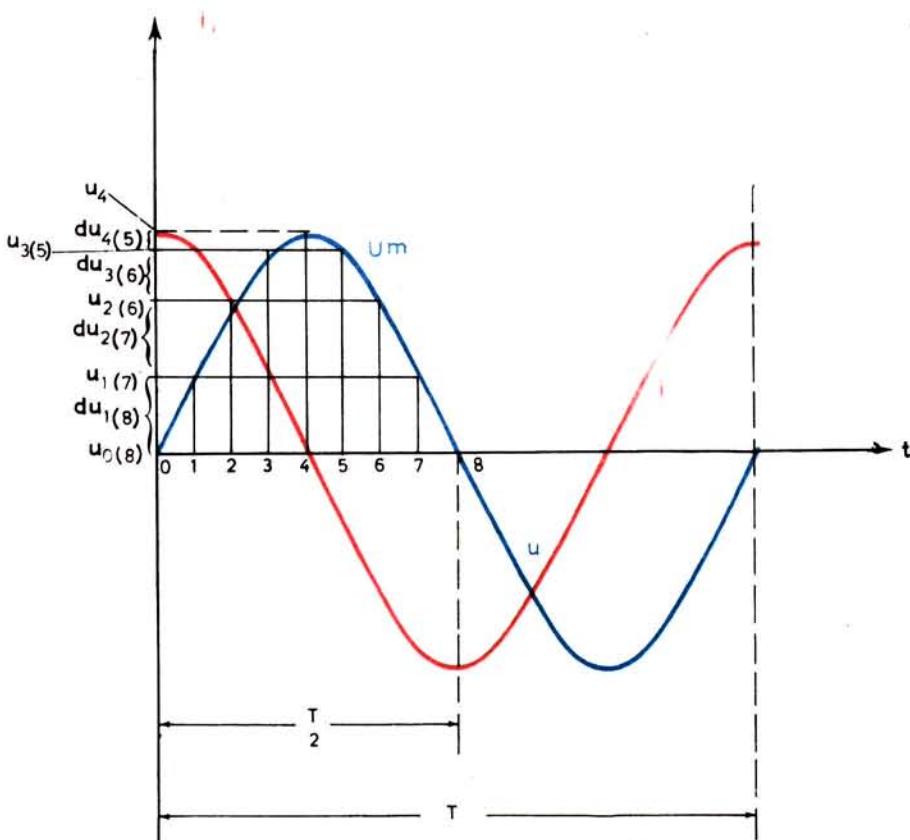
Το πηλίκο όμως dq/dt είναι ίσο με τη στιγμιαία τιμή του ρεύματος i του πυκνωτή, όπως έχομε μάθει στις παραγράφους 2.3 και 14.1. Άρα:

$i = C \frac{du}{dt}$

(28)

Το πηλίκο du/dt εκφράζει την ταχύτητα με την οποία μεταβάλλεται η τάση u . Άρα το ρεύμα i που εμφανίζεται στον πυκνωτή είναι τόσο μεγαλύτερο, όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβολή της τάσεως u στους οπλισμούς του σε διάστημα dt .

Το σχήμα 16.1η παριστάνει την τάση u στους οπλισμούς του πυκνωτή σε συνάρτηση του χρόνου. Για να προσδιορίσουμε τη διαφορά φάσεως μεταξύ των



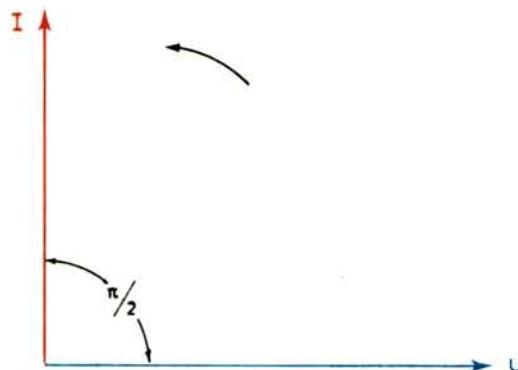
Σχ. 16.1η.

υ και ι εργαζόμασθε, όπως στην περίπτωση του πηνίου. Χωρίζομε το διάστημα μιας ημιπεριόδου $T/2$ σε ίσα διαστήματα dt και προσδιορίζομε στον άξονα υ τις αντίστοιχες μεταβολές της τάσεως du . Παρατηρούμε και εδώ ότι η μεταβολή du είναι μέγιστη τις χρονικές στιγμές που η τάση u γίνεται μηδέν, ενώ είναι μηδέν τις χρονικές στιγμές που η u γίνεται μέγιστη. Άρα τις χρονικές στιγμές $t = 0, T/2, T, 3\frac{T}{2}, \dots$ η ταχύτητα μεταβολής της τάσεως du/dt είναι μέγιστη και το ρεύμα παίρνει τη μέγιστη του τιμή, σύμφωνα με τον τύπο (28).

Τις χρονικές στιγμές $t = T/4, 3\frac{T}{4}, 5\frac{T}{4}, \dots$ το πηλίκο du/dt είναι μηδέν και το ρεύμα είναι επίσης μηδέν. Ακόμα παρατηρούμε ότι οι μεταβολές du είναι θετικές στα διαστήματα 0 ως $T/4$, $3\frac{T}{4}$ ως T , κλπ., με αποτέλεσμα το ρεύμα να εί-

ναι θετικό, και αρνητικές στα διαστήματα $T/4$ ως $3\frac{T}{4}$, κ.ο.κ. με αποτέλεσμα το ρεύμα να είναι αρνητικό.

Από τα ανωτέρω προκύπτει ότι σε ένα πυκνωτή η ένταση i προηγείται της τάσεως u κατά 90° (σχ. 16.1η).



Σχ. 16.1θ.

Το σχήμα 16.1θ δίνει το διανυσματικό διάγραμμα των ενεργών τιμών της τάσεως και εντάσεως σε ένα πυκνωτή.

Εφόσον η διαφορά φάσεως μεταξύ εντάσεως και τάσεως είναι $\phi_C = 90^\circ$, προκύπτει για τις ισχείς από τους (3), (4) και (5) της παραγράφου 15.3 με $\eta \mu \phi_C = 1$ και $\sigma \nu \phi_C = 0$:

$$P = UI \sigma \nu \phi_C = 0 \quad (29)$$

$$P_a = UI \eta \mu \phi_C = UI = P_\phi \quad (30)$$

Σε ένα πυκνωτή η πραγματική ισχύς είναι ίση με μηδέν. Στον πυκνωτή δεν καταναλώνεται ενέργεια ούτε δημιουργείται θερμότητα Joule. Ολόκληρη η φαινόμενη ισχύς παρουσιάζεται στον πυκνωτή σαν αεργητή ισχύς. (Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι στην πράξη το διηλεκτρικό κάθε πυκνωτή δεν έχει άπειρη ωμική αντίσταση, με αποτέλεσμα να περνά από αυτό ορισμένο ελάχιστο ρεύμα και ορισμένη ενέργεια να μετατρέπεται σε θερμότητα. Την ενέργεια αυτή ονομάζομε διηλεκτρικές απώλειες. Εδώ θεωρούμε τις διηλεκτρικές απώλειες αμελητέες).

Για τη χρονική μεταβολή της στιγμιαίας τιμής της ισχύος p στον πυκνωτή ισχύει το σχήμα 15.2γ που περιγράψαμε στην παράγραφο 15.2 και που δίνει τη μεταβολή αυτή γενικά, όταν το ρεύμα προηγείται της τάσεως κατά 90° .

Η προσφερόμενη ηλεκτρική ενέργεια από την πηγή χρησιμοποιείται αποκλειστικά για τη δημιουργία του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή. Η ενέργεια αυτή αποταμιεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς

είναι θετική (π.χ. στα διαστήματα $\alpha - \beta$, $\gamma - \delta$, του σχήματος 15.2γ).

Στα χρονικά διαστήματα που η ισχύς είναι αρνητική (π.χ. στα διαστήματα $\beta - \gamma$, $\delta - \epsilon$ του σχήματος 15.2γ), η αποταμιευμένη ενέργεια αποδίδεται από τον πυκνωτή στην πηγή.

Άρα, ο πυκνωτής σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος αποταμίευε περιοδικά ενέργεια που παίρνει από την ηλεκτρική πηγή και αποδίδει την ενέργεια αυτή πάλι πίσω στην πηγή.

Η ενέργεια που είναι αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο κάποια χρονική στιγμή, δίνεται από τη σχέση:

$$A_C = \frac{1}{2} C \cdot u^2 \quad (31)$$

όπου u η στιγμιαία τιμή της τάσεως στη θεωρούμενη χρονική στιγμή. (Τη σχέση αυτή έχουμε ήδη γνωρίσει στην παράγραφο 13.5, για την ενέργεια που αποταμιεύει ο πυκνωτής στο ηλεκτροστατικό του πεδίο).

Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή A_C μετράται σε Joule [J], όπως αναφέραμε στην παράγραφο 13.5.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Μεταξύ των οπλισμών ενός πυκνωτή, χωρητικότητας C , εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $U = 220$ V και συχνότητας $f = 50$ Hz. Ένα αμπερόμετρο δείχνει ότι από τον πυκνωτή περνά ρεύμα ενεργού τιμής $I = 1$ A. Να υπολογισθούν:

- α) Η χωρητική αντίσταση του πυκνωτή X_C .
- β) Η χωρητικότητα του πυκνωτή C .

Λύση.

$$\text{α)} \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \Omega$$

$$X_C = 220 \Omega$$

$$\text{β)} \quad C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{s} \cdot 220 \Omega} = 14,5 \mu F$$

$$C = 14,5 \mu F$$

16.2 Σύνθετα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος.

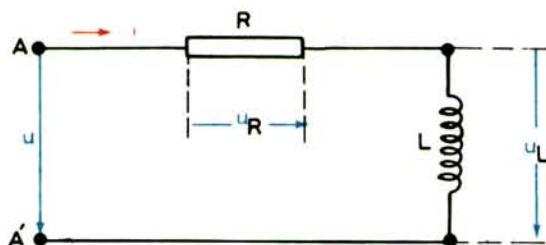
Στην πράξη τα διάφορα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος δεν αποτελούνται συνήθως από ένα μόνο στοιχείο R, L ή C, αλλά από συνδυασμούς αυτών των στοιχείων, που σχηματίζουν σύνθετες διατάξεις.

Η συμπεριφορά ενός σύνθετου κυκλώματος, όταν σε αυτό εφαρμόζεται ορισμένη τάση, π.χ. τα ρεύματα που εμφανίζονται στους κλάδους του, οι διαφορές φάσεως κλπ., ή όταν μεταβάλλεται η συχνότητα, η τιμή κάποιου στοιχείου κ.ο.κ., δεν είναι αμέσως φανερή από το κύκλωμα. Η συμπεριφορά αυτή καθορίζεται από τη συνεργασία των διαφόρων στοιχείων και προσδιορίζεται ύστερα από ανάλυση της συμπεριφοράς κάθε στοιχείου. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε ορισμένα σύνθετα κυκλώματα, για να κατανοήσουμε τον τρόπο και τα αποτελέσματα της συνεργασίας των στοιχείων.

a) Κυκλώματα με στοιχεία σε σειρά.

— Κύκλωμα με αντιστάτη R και πηνίο L σε σειρά (κύκλωμα RL σειράς).

Ενα κύκλωμα με πηνίο L και αντιστάτη R σε σειρά, παριστάνεται στο παράκατω σχήμα 16.2a. Με τη διάταξη αυτή παριστάνομε επίσης κάθε πηνίο που η ωμική του αντίσταση R δεν είναι αμελητέα. (Η αντίσταση αυτή ονομάζεται αντίσταση απωλειών του πηνίου).



Σχ. 16.2a.

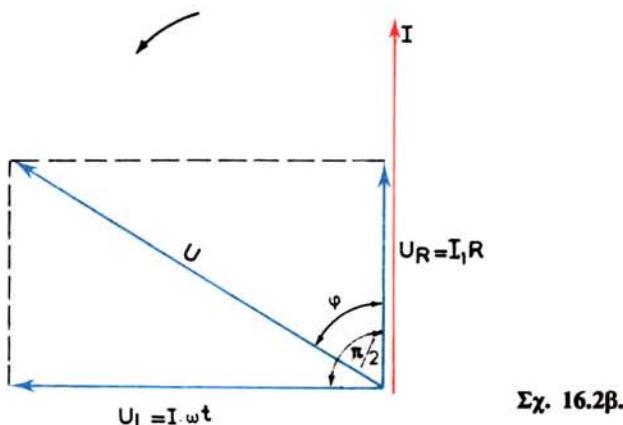
Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζομε μια εναλλασσόμενη τάση u. Το ρεύμα i που περνά από τον αντιστάτη R και το πηνίο L είναι το ίδιο, όπως συμβαίνει πάντα σε όλα τα κυκλώματα σειράς. Στα άκρα του αντιστάτη R παρουσιάζεται μία τάση u_R και στα άκρα του πηνίου μια τάση u_L . Σε κάθε χρονική στιγμή t η τάση που εφαρμόζεται στους πόλους του κυκλώματος είναι:

$$u = u_R + u_L \quad (1)$$

Όπως αναφέραμε στην παράγραφο 14.4, όταν έχουμε να προσθέσουμε εναλλασσόμενα μεγέθη, προσθέτομε τα διανύσματα των μεγίστων τιμών τους. Από τη συνισταμένη που προκύπτει μπορούμε να προσδιορίσουμε κατόπιν οποιαδή-

ποτε στιγμιαία τιμή του ολικού μεγέθους. Στην πράξη όμως δεν μας χρειάζονται οι στιγμιαίες τιμές, αλλά οι **ενεργές τιμές** των μεγεθών και οι **διαφορές φάσεως** μεταξύ τους. Γι' αυτό εργαζόμασθε συνήθως με τα διανύσματα των ενεργών τιμών. Στο διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2β απεικονίζονται τα διάφορα μεγέθη με τις ενεργές τιμές τους.

Η διεύθυνση της ενεργού τιμής του ρεύματος I αρχικά εκλέγεται αυθαίρετα. Συχνά και προς διευκόλυνσή μας καθορίζομε να έχει το ρεύμα την κατακόρυφη διεύθυνση, όπως δείχνει το σχήμα 16.2β.



Όπως γνωρίζομε, η ενεργός τιμή της τάσεως U_R και του ρεύματος I σ'έ ένα αντιστάτη R βρίσκονται σε φάση. Επομένως το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως:

$$U_R = IR$$

που εφαρμόζεται στα άκρα του αντιστάτη R και το διάνυσμα της ενεργού τιμής του ρεύματος I , συμπίπτουν.

Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως στα άκρα του πηνίου L :

$$U_L = I\omega L$$

προηγείται, όπως προαναφέραμε, του διανύσματος της ενεργού τιμής του ρεύματος κατά 90° .

Η ενεργός τιμή της τάσεως U , που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος (σχ. 16.2α) είναι το γεωμετρικό άθροισμα των ενεργών τιμών U_R και U_L . Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι η γωνία ϕ που σημειώνεται στο σχήμα 16.2β. Από το διάγραμμα του σχήματος αυτού προκύπτει ότι:

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = (IR)^2 + (I\omega L)^2 = I^2 [R^2 + (\omega L)^2] \quad \text{και} \\ U = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\dot{\eta} \quad Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Το πηλίκο της ενεργού τιμής της τάσεως προς την ενεργό τιμή της εντάσεως δίνει, όπως ξέρουμε, τη φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) Z ενός κυκλώματος. Άρα η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος σειράς δίνεται από τη σχέση:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad (2)$$

Εφόσον η ωμική αντίσταση R και η επαγωγική αντίσταση ωL μετρώνται σε Ω , προκύπτει άμεσα από τον τύπο (2), ότι και η Z μετράται σε Ω .

Από το διάγραμμα του σχήματος 16.2β προκύπτει ότι η τάση, που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος προπορεύεται του ρεύματος κατά μια γωνία φ .

Η γωνία αυτή μπορεί να μετρηθεί αμέσως με ένα μοιρογνωμόνιο, εφόσον το διάγραμμα έχει σχεδιασθεί με κλίμακα, ή να υπολογισθεί εύκολα από την τιμή της εφαπτόμενης:

$$\epsilon \varphi \varphi = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R} \quad (3)$$

Ανάλογα με τις τιμές R και ωL η γωνία φ είναι δυνατόν να μεταβάλλεται από 0 ως 90° :

$$0 < \varphi < 90^\circ$$

Όταν σε ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος η τάση προηγείται του ρεύματος, λέμε ότι το κύκλωμα έχει **επαγωγική συμπεριφορά**, γιατί η συμπεριφορά του πλησιάζει προς τη συμπεριφορά ενός πηνίου. Το κύκλωμα αυτό μπορεί να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο πηνίο.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 50 \Omega$ και ένα πηνίο αυτεπαγωγής $L = 0,5 \text{ H}$ σε σειρά (σχ. 16.2γ). Μεταξύ των ακροδεκτών $A - A'$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

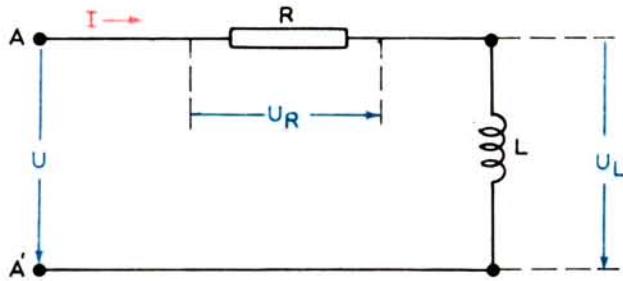
Να βρεθούν:

α) Η επαγωγική αντίσταση X_L .

β) Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.

γ) Η ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος I που περνά από το κύκλωμα.

δ) Η ενεργός τιμή των τάσεων U_R και U_L που εμφανίζονται αντίστοιχα στα άκρα του αντιστάτη και του πηνίου.



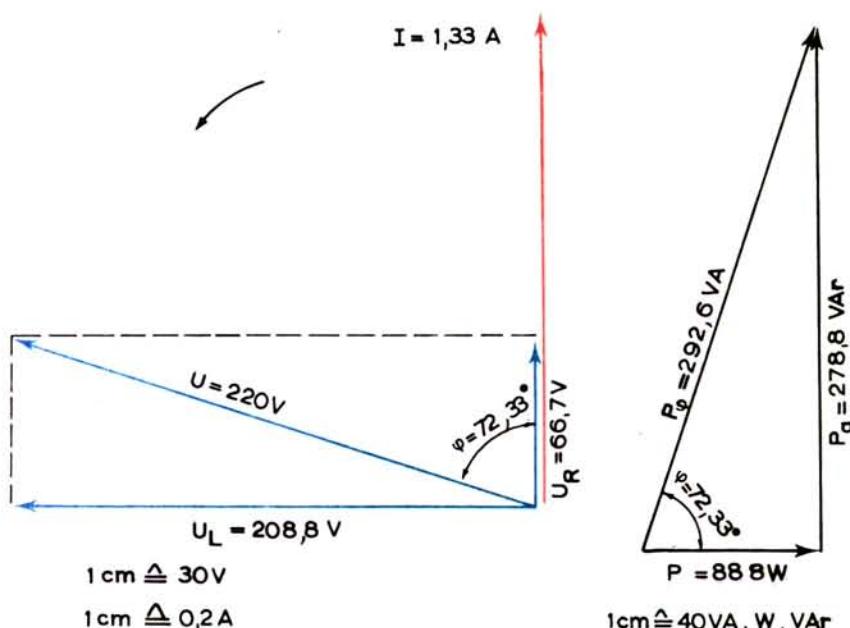
Σχ. 16.2γ.

- ε) Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
 στ) Η φαινόμενη ισχύς P_ϕ , η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς P_a του κυκλώματος.
 ζ) Να σχεδιασθεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο ισχύων.

Αύση.

a) $X_L = \omega L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,5 = 157 \Omega$

$X_L = 157 \Omega$



Σχ. 16.2δ.

$$\beta) \quad Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 157^2} = 164,8 \Omega \quad Z = 164,8 \Omega$$

$$\gamma) \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{164,8} = 1,33 \text{ A} \quad I = 1,33 \text{ A}$$

$$\delta) \quad U_R = IR = 1,33 \cdot 50 = 66,7 \text{ V} \quad U_R = 66,7 \text{ V}$$

$$U_L = I\omega L = 1,33 \cdot 157 = 208,8 \text{ V} \quad U_L = 208,8 \text{ V}$$

$$\varepsilon) \quad \epsilon\phi\phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{157}{50} = 3,14 \quad \underline{\phi = 72,33^\circ}$$

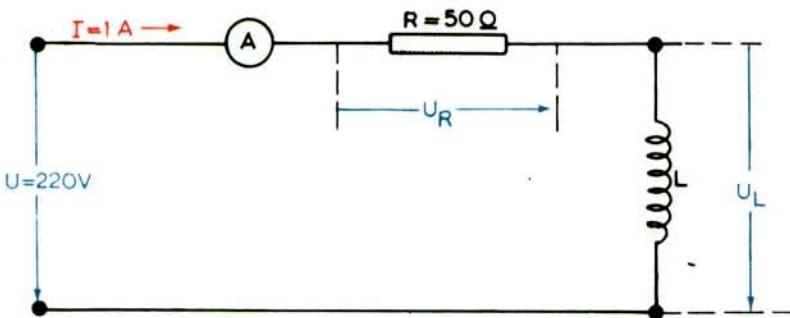
$$\sigma) \quad P_\phi = U \cdot I = 220 \cdot 1,33 = 292,6 \quad P_\phi = 292,6 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \sin\phi = 220 \cdot 1,33 \cdot 0,303 = 88,8 \quad P = 88,8 \text{ W}$$

$$P_a = U \cdot I \cdot \cos\phi = 220 \cdot 1,33 \cdot 0,952 = 278,8 \quad P_a = 278,8 \text{ VAr}$$

ζ) Διανυσματικό διάγραμμα: Σχήμα 16.2δ (α).

Τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2δ (β).



Σχ. 16.2ε.

Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 50 \Omega$ και ένα πηνίο άγνωστης αυτεπαγωγής L σε σειρά (σχ. 16.2ε). Στα άκρα του κυκλώματος αυτού εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Ένα αμπερόμετρο δείχνει ότι από το κύκλωμα περνά εναλλασσόμενο ρεύμα με ενεργό τιμή $I = 1 \text{ A}$.

Να βρεθούν:

α) Η τιμή της αυτεπαγωγής L .

β) Η διαφορά φάσεως μεταξύ του ρεύματος I και της τάσεως U .

- γ) Η ενεργός τιμή των τάσεων U_R και U_L που εμφανίζονται αντίστοιχα στα άκρα του αντιστάτη R και του πηνίου L .
δ) Να δοθεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων.

Λύση.

a) Φαινόμενη αντίσταση: $Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{1} = 220 \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \rightarrow \omega L = \sqrt{Z^2 - R^2}$$

$$\omega L = \sqrt{220^2 - 50^2} = 214,24 \Omega$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ rad/s}$$

$$L = \frac{214,24}{\omega} = \frac{214,24}{314} = 0,682 \text{ H}$$

$$\underline{L = 0,682 \text{ H}}$$

β) εφφ = $\frac{\omega L}{R} = \frac{214,24}{50} = 4,28$

$$\underline{\varphi = 76,9^\circ}$$

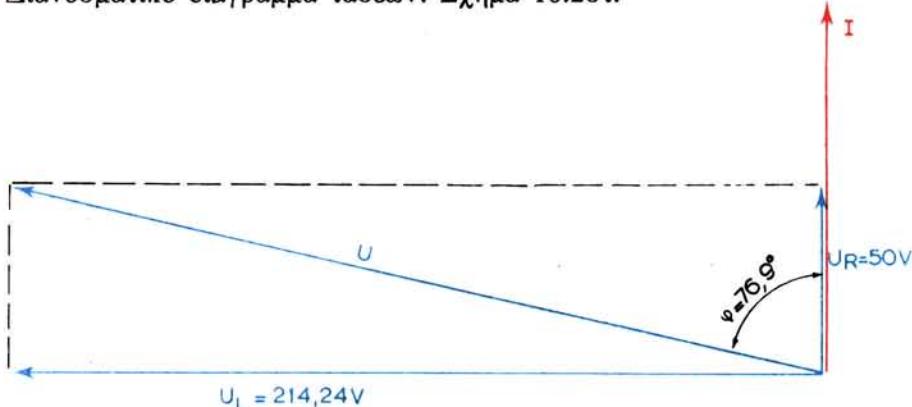
γ) $U_R = I R = 1 \cdot 50 = 50 \text{ V}$

$$\underline{U_R = 50 \text{ V}}$$

$$U_L = I \omega L = 1 \cdot 214,24 = 214,24 \text{ V}$$

$$\underline{U_L = 214,24 \text{ V}}$$

- δ) Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων: Σχήμα 16.2στ.

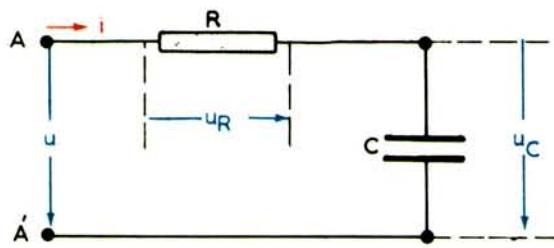


Σχ. 16.2στ.

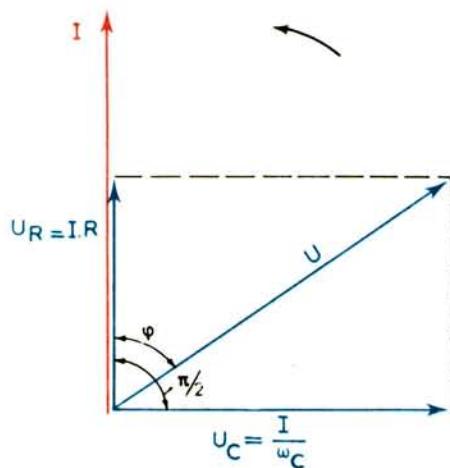
- Κύκλωμα με αντιστάτη R και πυκνωτή C σε σειρά (κύκλωμα RC σειράς).

Ένα κύκλωμα με χωρητικότητα C και αντιστάτη R σε σειρά, παριστάνεται στο παρακάτω σχήμα 16.2ζ.

Στους ακροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζομε μία εναλλασσόμενη τάση u . Στα άκρα



Σχ. 16.2η.



Σχ. 16.2η.

του αντιστάτη R παρουσιάζεται μία τάση u_R και μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή μία τάση u_C . Σε κάθε χρονική στιγμή t η τάση που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος είναι:

$$u = u_R + u_C \quad (4)$$

Στο διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2η απεικονίζονται τα διάφορα μεγέθη με τις ενεργές τιμές τους. Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως στα άκρα του αντιστάτη R , $U_R = IR$ και το διάνυσμα της ενεργού τιμής του ρεύματος I συμπίπτουν.

Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως στα άκρα του πυκνωτή $U_C = \frac{I}{\omega C}$ έπειται της ενεργού τιμής του ρεύματος I κατά 90° .

Η ενεργός τιμή της τάσεως U που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος είναι το γεωμετρικό άθροισμα των ενεργών τιμών U_R και U_C (σχ. 16.2η).

Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι η γωνία φ που σημειώνεται στο σχήμα 16.2δ.

Από το διάγραμμα του σχήματος αυτού προκύπτει:

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 = (IR)^2 + \left(\frac{I^2}{\omega C}\right)^2 \text{ και}$$

$$U = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\text{ή} \quad Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Άρα η φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (5)$$

Από το σχήμα 16.2η προκύπτει ότι η τάση U , έπειται του ρεύματος I κατά μια γωνία ϕ .

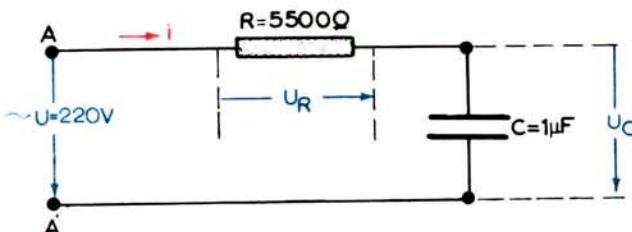
Η τιμή της γωνίας ϕ υπολογίζεται εύκολα από τη σχέση:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{\omega CR} \quad (6)$$

Οταν σε ένα σύνθετο κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος το ρεύμα προηγείται της τάσεως, λέμε ότι το κύκλωμα παρουσιάζει **χωρητική συμπεριφορά**, γιατί η συμπεριφορά του πλησιάζει προς τη συμπεριφορά ενός πυκνωτή. Το κύκλωμα αυτό μπορεί να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο πυκνωτή.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 5500 \Omega$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C = 1 \mu F$ σε σειρά (σχ. 16.2θ). Μεταξύ των ακροδεκτών A-A' εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 V$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.



Σχ. 16.2θ.

Na υπολογισθούν:

- Η κυκλική συχνότητα ω .
- Η χωρητική αντίσταση X_C .
- Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
- Η ενεργός τιμή της τάσεως που παρουσιάζεται στα άκρα του αντιστάτη

U_R και η ενεργός τιμή της τάσεως που παρουσιάζεται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή U_C .

στ) Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ τάσεως U και ρεύματος I.

ζ) Η φαινόμενη ισχύς P_f , η πραγματική ισχύς P και η αέργη ισχύς P_a .

Ο πυκνωτής αντικαθίσταται με ένα πηνίο σε τρόπο ώστε η απόλυτη τιμή της γωνίας φ να παραμείνει αμετάβλητη.

η) Να υπολογισθεί η αυτεπαγωγή L του πηνίου αυτού.

θ) Να δοθούν και διανυσματικά διαγράμματα τάσεων και το τρίγωνο των ι-σχύων.

Αύση.

$$a) \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1} \quad \omega = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$\beta) \quad X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{314} = 3185 \Omega \quad \underline{X_C = 3185 \Omega}$$

$$\gamma) \quad Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{5500^2 + 3185^2} = \\ = 10^3 \sqrt{30,25 + 10144} = 6355 \Omega$$

$$\delta) \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{6355} = 0,0346 \text{ A} \quad \underline{\quad I = 0,0346 \text{ A}}$$

$$\text{e) } U_R = IR = 0,0346 \cdot 5500 = 190 \text{ V} \quad U_R = 190 \text{ V}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 0,0346 \cdot 3185 = 110 \text{ V} \quad U_C = 110 \text{ V}$$

$$\sigma\tau) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_B} = \frac{110}{190} = 0,5789 \quad \underline{\varphi = 30^\circ}$$

$$\zeta) \quad P_{\phi} = U \cdot I = 220 \cdot 0,0346 = 7,61 \quad P_{\phi} = 7,61 \text{ VA}$$

$$P = U \cdot I \cdot \sigma_{vV} \varphi = 220 \cdot 0,0346 \cdot 0,866 = 6,6 \quad P = 6,6 \text{ W}$$

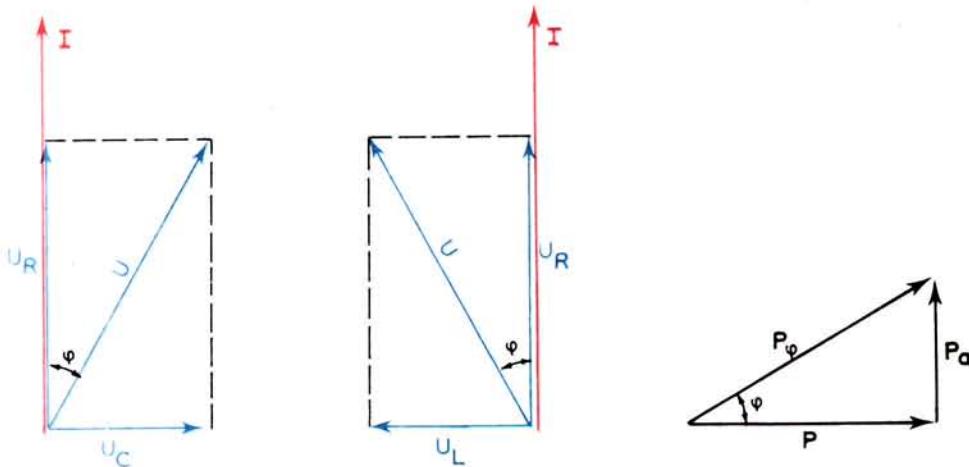
$$P_a = U \cdot I \cdot \eta \mu \varphi = 220 \cdot 0,0346 \cdot 0,5 = 3,8 \quad P_a = 3,8 \text{ VA}$$

$$\eta) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{U_C}{U_R} = \frac{U_L}{U_R} \quad U_C = U_L \quad \text{kai} \quad \omega L = X_C$$

$$L = \frac{X_C}{\omega} = \frac{3185}{314} = 10,14 \text{ H}$$

L = 10,14 H

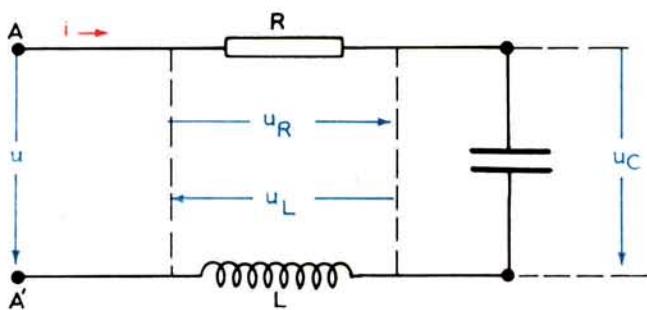
θ) Διανυσματικά διαγράμματα και τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2ι.



Σχ. 16.2ι.

— **Κύκλωμα με αντιστάτη R , πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά (κύκλωμα RLC σειράς).**

Το σχήμα 16.2ια παρουσιάζει ένα σύνθετο κύκλωμα με αντιστάτη R , πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά. Ο αντιστάτης μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί την αντίσταση απωλειών του πηνίου.



Σχ. 16.2ια.

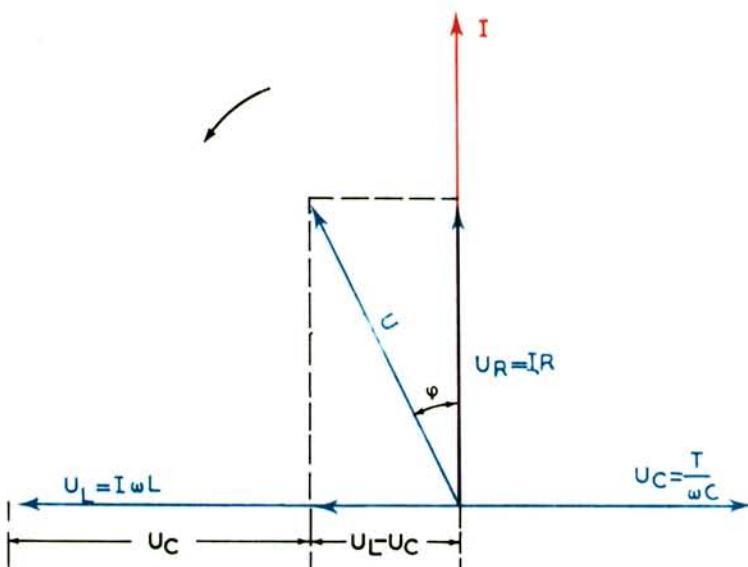
Σύμφωνα με όσα παραπάνω αναφέραμε η τάση u , που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ είναι:

$$u = u_R + u_L + u_C \quad (7)$$

Στο διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιβ απεικονίζονται τα διάφορα μεγέθη με τις ενεργές τιμές τους.

Το διάνυσμα της ενεργου τιμής της τάσεως στα άκρα του αντιστάτη R , $U_R = IR$ και το διάνυσμα του ρεύματος I , συμπίπτουν (διαφορά φάσεως μηδέν). Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως στα άκρα του πηνίου L , $U_L = I\omega L$ προηγείται του ρεύματος I κατά 90° . Το διάνυσμα της ενεργού τιμής της τάσεως μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή $U_C = \frac{I}{\omega C}$ έπειται του ρεύματος I κατά 90° .

Η ενεργός τιμή της τάσεως U , που εφαρμόζεται στους ακροδέκτες $A - A'$ του κυκλώματος είναι το γεωμετρικό άθροισμα των διανυσμάτων U_R , U_L και U_C (σχ. 16.2ιβ). Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι η γωνία φ που σημειώνεται στο σχήμα 16.2ιβ.



Σχ. 16.2ιβ.

Από το διάγραμμα προκύπτει:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (8)$$

Η παράσταση:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (9)$$

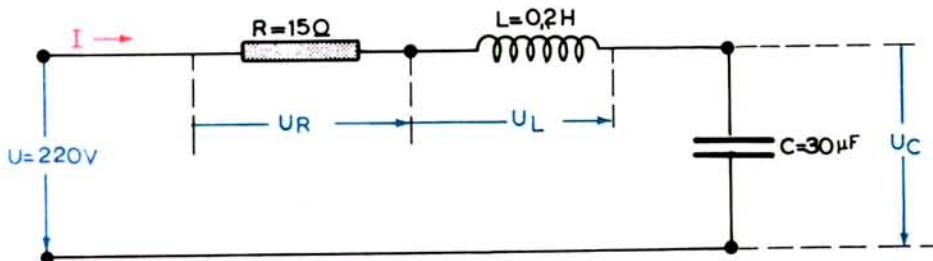
είναι η φαινόμενη αντίσταση (εμπέδηση) του κυκλώματος και μετράται σε Ω .

Στην περίπτωσή μας η τάση U προπορεύεται του ρεύματος κατά μια γωνία ϕ . Αυτό βέβαια συμβαίνει γιατί εκλέξαμε τάση $U_L > U_C$. Αν συνέβαινε το αντίθετο τότε η τάση U θα ακολουθούσε το ρεύμα κατά ορισμένη γωνία ϕ . Η τιμή της γωνίας ϕ υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\epsilon\varphi\varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (10)$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 15 \Omega$, ένα πηνίο αυτεπαγωγής $L = 0,2 \text{ H}$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C = 30 \mu\text{F}$, σε σειρά (σχ. 16.2iγ). Στα άκρα του κυκλώματος αυτού εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Να βρεθούν:



Σχ. 16.2iγ.

- a) Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
- β) Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
- γ) Οι τάσεις U_R , U_L και U_C .
- δ) Η φαινόμενη ισχύς P_φ , η πραγματική ισχύς P και η άεργη ισχύς P_a .
- ε) Να σχεδιασθεί το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων και το τρίγωνο των ισχύων.

Λύση.

$$a) \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad \text{ή} \quad \epsilon\varphi\varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R} \quad \text{για} \quad \frac{1}{\omega C} > \omega L$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$$

$$\omega L = 314 \cdot 0,2 = 62,8 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 30 \cdot 10^{-6}} = 106,15 \Omega$$

$$\epsilon\phi\varphi = \frac{106,15 - 62,8}{15} = 2,89 \quad \text{και} \quad \underline{\varphi = 70,9^\circ}$$

β) $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{15^2 + (62,8 - 106,15)^2} =$
 $= \sqrt{15^2 + 43,35^2} = \sqrt{2104} = 45,86 \Omega \quad \underline{Z = 45,86 \Omega}$

γ) $U_R = IR \quad I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{45,86} = 4,8 \text{ A}$
 $U_R = 4,8 \cdot 15 = 72 \text{ V} \quad \underline{U_R = 72 \text{ V}}$
 $U_L = I\omega L = 4,8 \cdot 62,8 = 301,5 \text{ V} \quad \underline{U_L = 301,5 \text{ V}}$

$$U_C = I \frac{1}{\omega C} = 4,8 \cdot 106,15 = 509,5 \text{ V} \quad \underline{U_C = 509,5 \text{ V}}$$

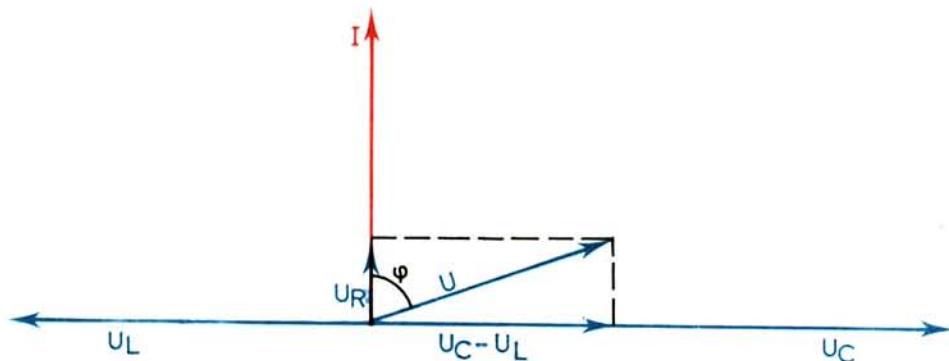
δ) $\sigma v n \varphi = 0,3272, \eta \mu \varphi = 0,945$

$$P_\varphi = U \cdot I = 220 \cdot 4,8 = 1056 \text{ VA} \quad \underline{P_\varphi = 1056 \text{ VA}}$$

$$P = U \cdot I \cdot \sigma v n \varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,3272 = 345,6 \text{ W} \quad \underline{P = 345,6 \text{ W}}$$

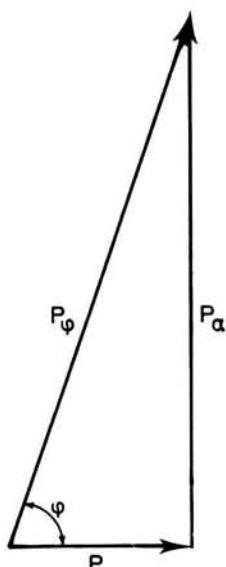
$$P_a = U \cdot I \cdot \eta \mu \varphi = 220 \cdot 4,8 \cdot 0,945 = 998 \text{ VAr.} \quad \underline{P_a = 998 \text{ VAr}}$$

ε) Διανυσματικό διάγραμμα τάσεων: Σχήμα 16.2iδ.

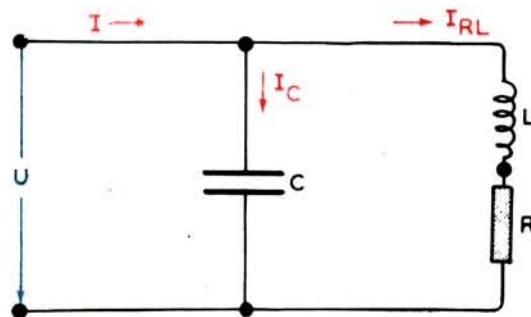


Σχ. 16.2iδ.

Τρίγωνο ισχύων: Σχήμα 16.2ιε.



Σχ. 16.2ιε.



Σχ. 16.2ιστ.

β) Παράλληλα κυκλώματα.

Το κύκλωμα του σχήματος 16.2ιστ αποτελείται από δύο κλάδους, που είναι συνδεμένοι παράλληλα. Ο ένας κλάδος περιλαμβάνει ένα πυκνωτή C και ο άλλος ένα πηνίο L και έναν αντιστάτη R σε σειρά. Ο αντιστάτης R μπορούμε να θεωρήσουμε ότι εκφράζει την ωμική αντίσταση R του πηνίου (αντίσταση απωλειών του πηνίου). Στα άκρα των δύο αυτών κλάδων εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση u , με ενεργό τιμή U . Η ενεργός τιμή του ρεύματος που περνά μέσα από το πηνίο $I_C = U\omega C$ προπορεύεται της ενεργού τιμής της τάσεως U , όπως γνωρίζουμε, κατά 90° (σχ. 16.2ιζ). Το ρεύμα που περνά μέσα από το πηνίο και τον αντιστάτη έχει ενεργό τιμή:

$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (11)$$

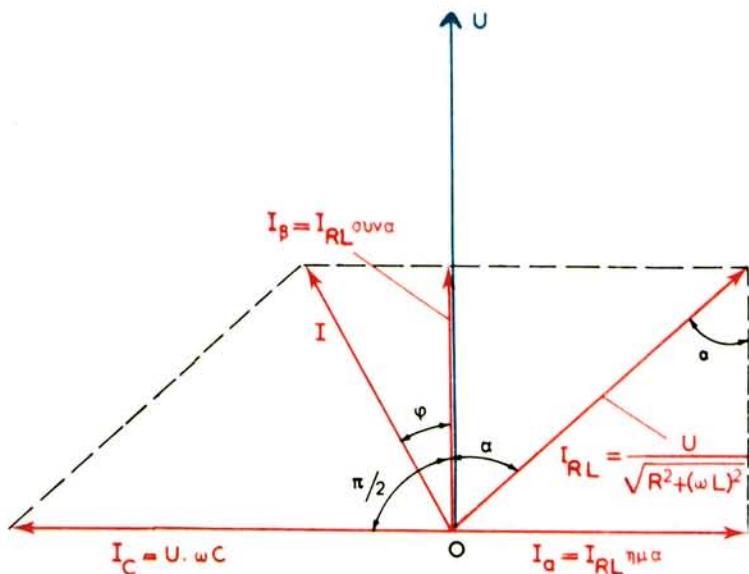
και έπειται της τάσεως π.χ. κατά μία γωνία α , όπου:

$$\text{εφα} = \frac{\omega L}{R} \quad (12)$$

καὶ

$$\sigma vna = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \quad (13)$$

Η ενεργός τιμή του ρεύματος I που περνά από το κύκλωμα είναι ίση με το γεωμετρικό άθροισμα των ενεργών τιμών I_C και I_{RL} . Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι η γωνία φ , που σημειώνεται στο σχήμα 16.2ιζ.



Σχ. 16.2ιζ.

Παρατηρούμε ότι το ρεύμα I προπορεύεται της τάσεως U κατά τη γωνία φ , άρα το κύκλωμα έχει **χωρητική συμπεριφορά**. Αυτό οφείλεται στο ότι, στο παράδειγμά μας, το ρεύμα I_C του πυκνωτή υπερισχύει του ρεύματος I_{RL} του πηνίου. Δηλαδή, αν αναλύσουμε το ρεύμα I_{RL} σε δύο συνιστώσες, μια βαττική συνιστώσα I_b στη διεύθυνση της τάσεως και μία αβαττική συνιστώσα I_a κάθετη σε αυτήν, βλέπομε ότι το ρεύμα I_C είναι μεγαλύτερο του I_a . Το κύκλωμα θα είχε **επαγγεγική συμπεριφορά** αν ήταν $I_C < I_a$.

Από το διανυσματικό διάγραμμα διαπιστώνομε, ότι η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I είναι στο παράδειγμά μας μικρότερη από ότι η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I_C ή I_{RL} . Μπορούμε λοιπόν, όταν σε ένα κύκλωμα παρουσιάζεται μεγάλη διαφορά φά-

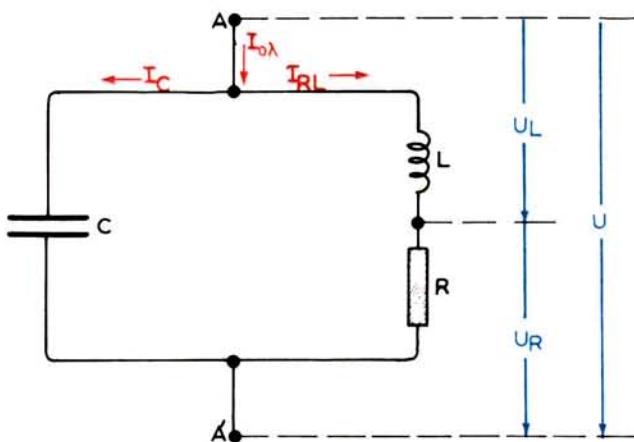
σεως μεταξύ τάσεως και ρεύματος, να τη μικραίνουμε, συνδέοντας παράλληλα ένα στοιχείο με αντίθετη συμπεριφορά από αυτή του κυκλώματος. Αν το κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά, συνδέομε παράλληλα ένα πυκνωτή με κατάλληλη χωρητικότητα, ενώ αν έχει χωρητική συμπεριφορά, ένα πηνίο με κατάλληλη αυτεπαγωγή. Τη δυνατότητα αυτή χρησιμοποιούμε, όπως αναφέραμε στην παράγραφο 15.4 για να βελτιώσουμε το συντελεστή ισχύος συνφμιας διατάξεως, συνδέοντας παράλληλα σε αυτήν ένα πυκνωτή.

Στα παράλληλα κυκλώματα ξεκινάμε τη σχεδίαση του διανυσματικού διαγράμματος με την τάση U , επειδή είναι κοινή σε όλους τους κλάδους και αυτό μας διευκολύνει στην τοποθέτηση των υπολοδίπων διανυσμάτων.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Το κύκλωμα του σχήματος 16.2η αποτελείται από δύο κλάδους που είναι συνδεμένοι παράλληλα. Ο ένας κλάδος αποτελείται από ένα πυκνωτή C χωρητικής αντιστάσεως $X_C = 2 \Omega$ και ο άλλος από ένα πηνίο L επαγωγικής αντιστάσεως $X_L = 1 \Omega$ και ένα αντιστάτη $R = 2 \Omega$ σε σειρά.



Σχ. 16.2η.

Μεταξύ των ακροδεκτών $A-A'$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 10 \text{ V}$. Να δοθεί το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων - ρευμάτων και να βρεθεί η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ολικού ρεύματος $I_{0λ}$.

Λύση.

$$I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{10}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 4,472 \text{ A}$$

$$U_R = I_{RL} \cdot R = 8,944 \text{ V}$$

$$U_L = I_{RL} \cdot X_L = 4,472 \text{ V}$$

$$I_C = U \omega C \quad \omega C = \frac{1}{X_C}$$

$$I_C = \frac{10}{2} = 5 \text{ A}$$

Η τάση U_R βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα I_{RL} .

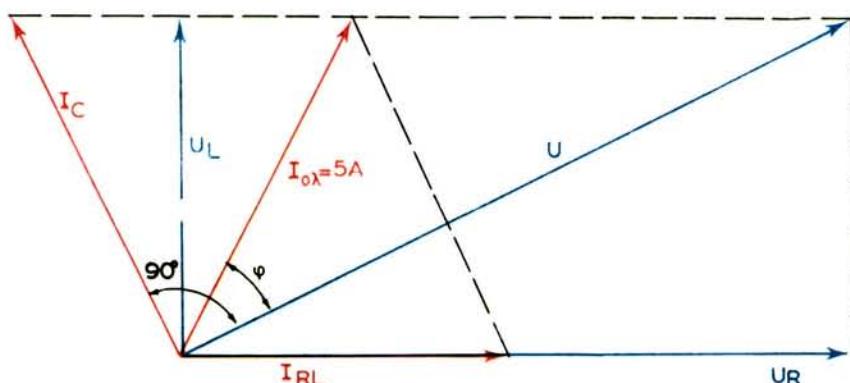
Η τάση U_L προηγείται του ρεύματος I_{RL} κατά 90° .

Η συνισταμένη των U_R και U_L είναι η τάση U .

Το ρεύμα I_C προηγείται της τάσεως U κατά 90° .

Η συνισταμένη των I_C και I_{RL} είναι το ρεύμα I_{oh} .

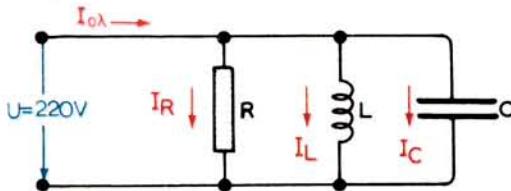
Από το σχήμα 16.2ιθ βρίσκομε ότι η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I_{oh} είναι: $\phi = 36^\circ$.



Σχ. 16.2ιθ.

Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 50 \Omega$, ένα πηνίο αυτεπαγωγής $L = 0,12 \text{ H}$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας $C = 50 \mu\text{F}$ σε παράλληλη σύνδεση (σχ. 16.2κ).



Σχ. 16.2κ.

Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

Να βρεθούν:

- Οι αντίστασεις X_L και X_C του κυκλώματος.
- Η ενεργός τιμή των ρευμάτων I_R , I_L , I_C και $I_{0\lambda}$.
- Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
- Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς του κυκλώματος.
- Να δοθεί το διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων.

Λύση.

$$\text{a) } X_L = \omega L \quad \text{και} \quad X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega = 2\pi f = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$X_L = 314 \text{ s}^{-1} \cdot 0,12 \text{ H} = 37,7 \Omega \qquad \underline{X_L = 37,7 \Omega}$$

$$X_C = \frac{1}{314 \text{ s}^{-1} \cdot 50 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = \frac{10^6}{1,57 \cdot 10^4} = 63,7 \Omega \qquad \underline{X_C = 63,7 \Omega}$$

$$\text{β) } I_R = \frac{U}{R} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ A} \qquad \underline{I_R = 4,4 \text{ A}}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{220}{37,7} = 5,835 \text{ A} \qquad \underline{I_L = 5,835 \text{ A}}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{220}{63,7} = 3,453 \text{ A} \qquad \underline{I_C = 3,453 \text{ A}}$$

$$\begin{aligned} I_{o\lambda}^2 &= (I_L - I_C)^2 + I_R^2 \\ &= (2,382)^2 + 4,4^2 = 25 \end{aligned}$$

$$I_{o\lambda} = 5 \text{ A}$$

$$I_{o\lambda} = 5 \text{ A}$$

$$\gamma) \quad Z = \frac{U}{I_{o\lambda}} = \frac{220}{5} = 44 \Omega \quad Z = 44 \Omega$$

$$\delta) \quad I_R = I_{o\lambda} \sin \varphi \quad \sin \varphi = \frac{I_R}{I_{o\lambda}} = \frac{4,4}{5} = 0,88 \quad \varphi = 28,35^\circ$$

$$P_\varphi = UI = 220 \cdot 5 = 1100 \text{ VA} \quad P_\varphi = 1100 \text{ VA}$$

$$P = UI \sin \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,88 = 968 \text{ W} \quad P = 968 \text{ W}$$

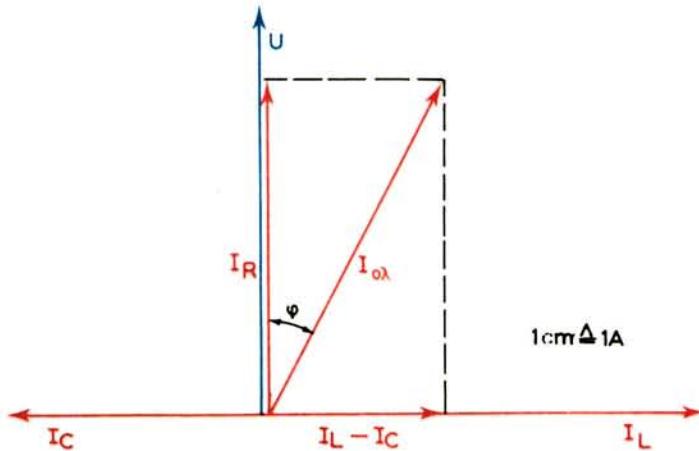
$$P_a = UI \cos \varphi = 220 \cdot 5 \cdot 0,475 = 523 \text{ VAr} \quad P_a = 523 \text{ VAr}$$

Επαλήθευση.

$$P = UI_R = 220 \cdot 4,4 = 968 \text{ W}$$

$$P_a = U(I_L - I_C) = 220 \cdot 2,38 = 523 \text{ VAr}$$

ε) Διανυσματικό διάγραμμα: Σχήμα 16.2κα.

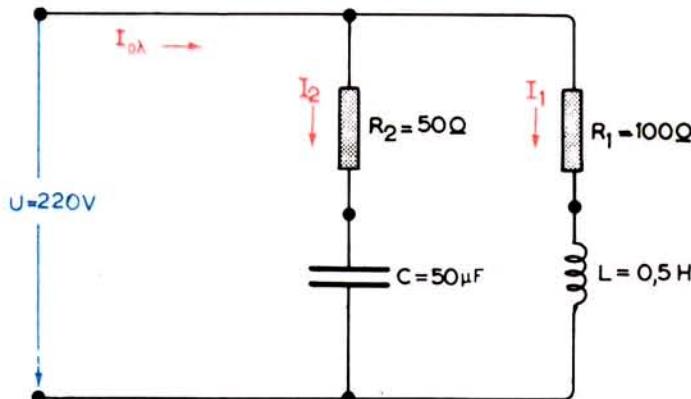


Σχ. 16.2κα.

Παράδειγμα 3.

Το κύκλωμα του σχήματος 16.2κβ αποτελείται από δύο κλάδους συνδεμένους παράλληλα. Ο ένας κλάδος αποτελείται από ένα αντιστάτη $R_s = 100 \Omega$

και ένα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ σε σειρά και ο άλλος από ένα αντιστάτη $R_2 = 50 \Omega$ και ένα πυκνωτή $C = 50 \mu\text{F}$ επίσης σε σειρά. Μεταξύ των ακροδεκτών A-A' εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.



Σχ. 16.2κβ.

Να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ολικού ρεύματος $I_{0λ}$.
- Η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U και ρεύματος $I_{0λ}$.
- Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .

Ανάτ.

$$a) \quad \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,5 = 157 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{15700} = 63,69 \Omega$$

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{100^2 + 157^2} = 10^2 \sqrt{1 + 1,57^2} = 186,14 \Omega$$

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{120}{186,14} = 1,18 \text{ A}$$

$$\epsilon \varphi \varphi_1 = \frac{X_L}{R_1} = \frac{157}{100} = 1,57 \quad \varphi_1 = 57,5^\circ$$

Το ρεύμα I_1 καθυστερεί ως προς την τάση U κατά γωνία φ_1 .

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{50^2 + 63,69^2} = \sqrt{6556,4} = 80,97 \Omega$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{220}{80,97} = 2,717 \text{ A}$$

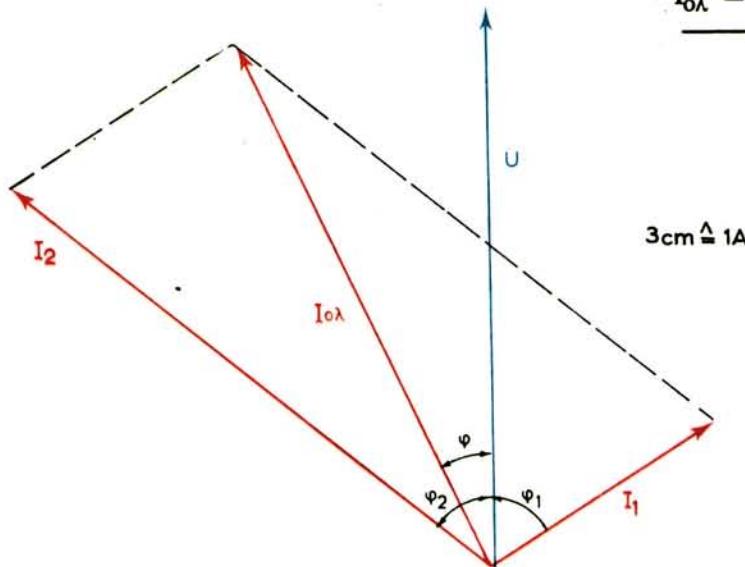
$$\epsilon\varphi\varphi_2 = \frac{X_C}{R_2} = \frac{63,69}{50} = 1,2738 \quad \varphi_2 = 51,86^\circ$$

Το ρεύμα I_2 προηγείται της τάσεως U κατά γωνία φ_2 .

Το γεωμετρικό άθροισμα των I_1 και I_2 είναι το $I_{0\lambda}$.

Από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2κγ βρίσκομε:

$$I_{0\lambda} = 2,56 \text{ A}$$



Σχ. 16.2κγ.

β) Από το διάγραμμα επίσης βρίσκομε:

$$\varphi = 26^\circ$$

$$\gamma) \quad Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{2,56} = 86 \Omega$$

$$Z = 86 \Omega$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

17.1 Γενικά.

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζομε τη συμπεριφορά ενός σύνθετου κυκλώματος, που περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R , επαγωγική αντίσταση ωL και χωρητική αντίσταση $\frac{1}{\omega C}$ (κύκλωμα RLC), όταν μεταβάλλεται η κυκλική συχνότητα ω της πηγής ή όταν μεταβάλλονται τα στοιχεία L και C του κυκλώματος. Ένα σπουδαίο φαινόμενο που εμφανίζεται κατά τις μεταβολές αυτές είναι ο **συντονισμός** του κυκλώματος.

Από τη Φυσική ξέρομε, ότι όταν ένα σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση, το πλάτος της ταλαντώσεως γίνεται μέγιστο, όταν η συχνότητα του εξωτερικού αιτίου που επιδρά στο σώμα γίνεται ίση με την ιδιοσυχνότητα της ελεύθερης ταλαντώσεώς του. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται, ως γνωστό, **συντονισμός**.

Ένα ανάλογο φαινόμενο εμφανίζεται σε ένα κύκλωμα RLC, όταν σε ορισμένη συχνότητα της πηγής που το τροφοδοτεί, τάσεις ή ρεύματα του κυκλώματος παίρνουν μέγιστες τιμές. Αυτό συμβαίνει όταν η τάση και το ρεύμα στην είσοδο του κυκλώματος βρίσκονται σε φάση. Γι' αυτό στην Ηλεκτροτεχνία ονομάζουμε γενικά «**συντονισμό κυκλώματος**» την κατάσταση στην οποία η εφαρμοζόμενη τάση σε ένα κύκλωμα RLC βρίσκεται σε φάση με το ρεύμα στην είσοδό του.

Για να εμφανισθεί συντονισμός πρέπει να αλληλοεξουδετερωθούν η επαγωγική και η χωρητική αντίσταση του κυκλώματος, δηλαδή οι αντιστάσεις αυτές πρέπει να γίνουν ίσες.

Συντονισμός εμφανίζεται τόσο σε κυκλώματα RLC σειράς όσο και σε παράλληλα κυκλώματα RLC.

17.2 Συντονισμός σειράς.

a) Συχνότητα συντονισμού και ιδιοσυχνότητα κυκλώματος.

Στην παράγραφο 16.2 εξετάσαμε την περίπτωση ενός κυκλώματος με αντιστάτη R , πηνίο L και πυκνωτή C σε σειρά. Όπως φαίνεται από το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιβ, οι τάσεις U_C του πυκνωτή και U_L του

πηνίου έχουν διαφορά φάσεως 180° , δηλαδή είναι ακριβώς αντίθετες. Όταν λοιπόν:

$$U_L = U_C \quad (1)$$

οι τάσεις αυτές αλληλοαναιρούνται καί απομένει μόνο η τάση U_R του αντιστάτη. Η τάση U_R είναι στην περίπτωση αυτή ίση με την ολική τάση U στα άκρα του κυκλώματος και η διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U και ρεύματος I είναι μηδέν. Άρα έχομε **συντονισμό** στο κύκλωμα.

Τα ανωτέρω προκύπτουν άμεσα και από τους τύπους της παραγράφου 16.2:

Για $U_L = U_C$ έχομε:

$$I\omega L = I \cdot \frac{1}{\omega C}$$

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$

και

(2)

Αυτή είναι η **συνθήκη** για την εμφάνιση συντονισμού.

Οι τύποι (8), (9) και (10) της παραγράφου 16.2 γίνονται με τη (2):

$$U = IR \quad (3)$$

$$Z = R \quad (4)$$

$$\epsilon_{\varphi\varphi} = 0 \quad (\varphi = 0) \quad (5)$$

Η συχνότητα στην οποία εμφανίζεται συντονισμός ονομάζεται **συχνότητα συντονισμού**.

Όταν η αυτεπαγωγή L και η χωρητικότητα C ενός κυκλώματος είναι σταθερές, συντονισμός εμφανίζεται μόνο όταν η συχνότητα της πηγής γίνει ίση με τη συχνότητα που προκύπτει από τη σχέση (2). Η συχνότητα αυτή είναι χαρακτηριστική του κυκλώματος και ονομάζεται **ιδιοσυχνότητα f_0** του κυκλώματος.

Από τη σχέση (2) έχομε:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

ή

(6)

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

και

(7)

Ο τύπος (7) ονομάζεται **τύπος του Thomson**.

Όταν η L ή (και) C μεταβάλλονται, μεταβάλλεται η ιδιοσυχνότητα του

κυκλώματος και επιτυγχάνεται συντονισμός σε διάφορες συχνότητες της πηγής τροφοδοτήσεως.

β) Καμπύλες Συντονισμού – Συντελεστής ποιότητας – Ζώνη διελεύσεως.

Η μεταβολή του ρεύματος I με τη συχνότητα ω σε ένα κύκλωμα συντονισμού, προκύπτει από τον τύπο (9) της παραγράφου 16.2:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (8)$$

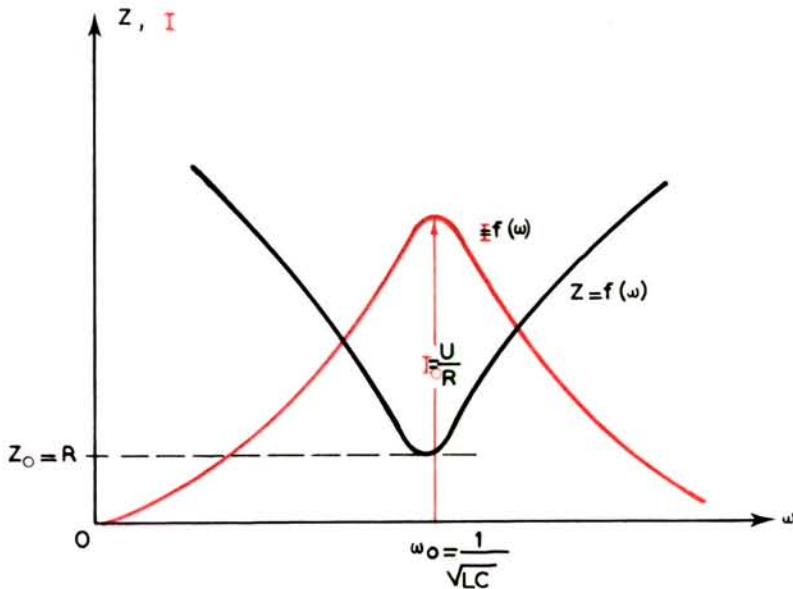
Υπό την προϋπόθεση ότι η τάση U και τα στοιχεία του κυκλώματος R , L και C παραμένουν σταθερά η φαινόμενη αντίσταση Z και το ρεύμα I μεταβάλλονται ως εξής:

Για $\omega \rightarrow 0$ έχομε $Z \rightarrow \infty$ και $I \rightarrow 0$

Για $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ έχομε $Z_0 = R$ και $I_0 = \frac{U}{R}$

Για $\omega \rightarrow \infty$ έχομε $Z \rightarrow \infty$ και $I \rightarrow 0$

Το σχήμα 17.2α δείχνει τις καμπύλες $Z = f(\omega)$ και $I = f(\omega)$. Οι καμπύλες αυτές ονομάζονται **καμπύλες συντονισμού**.



Σχ. 17.2α.

Παρατηρούμε ότι στη συχνότητα συντονισμού ω_0 η φαινόμενη αντίσταση Z_0 του κυκλώματος έχει την ελάχιστη τιμή της, που είναι ίση με την ωμική αντίσταση R , ενώ το ρεύμα έχει τη μέγιστη τιμή του I_0 .

Στην περίπτωση συντονισμού η τάση U_L στα άκρα του πηνίου είναι ίση, όπως αναφέραμε, με την τάση U_C στα άκρα του πυκνωτή:

$$U_L = U_C = I\omega_0 L = \frac{I}{\omega_0 C} \quad (9)$$

Η τάση στους ακροδέκτες του κυκλώματος είναι:

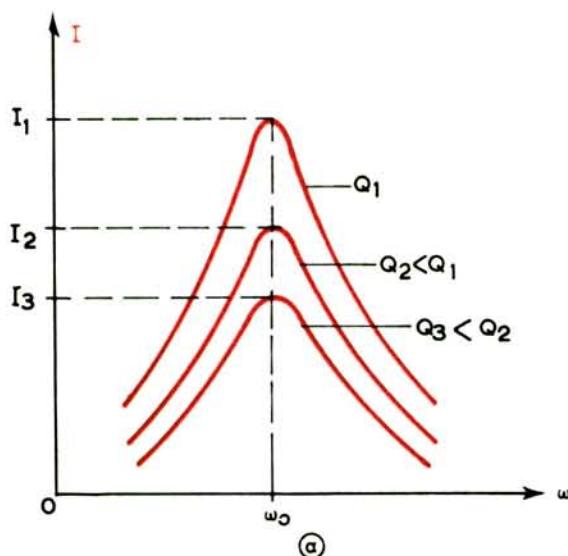
$$U = IR \quad (10)$$

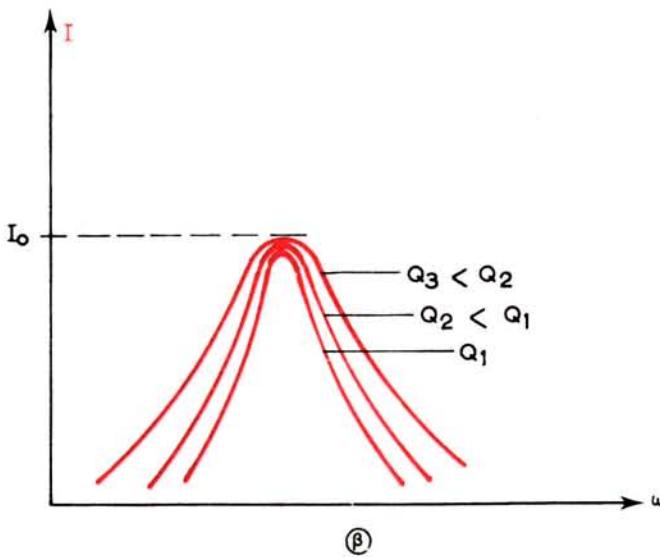
Το πηλίκο της τάσεως U_L ή U_C προς την τάση U ονομάζεται **συντελεστής ποιότητας** του κυκλώματος και συμβολίζεται με Q :

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (11)$$

Ο συντελεστής ποιότητας είναι καθαρός αριθμός και ανάλογα με την τιμή των στοιχείων R , L , C παίρνει στην πράξη συνήθως τιμές μεταξύ 10 και 300. Αυτό σημαίνει ότι οι τάσεις στα άκρα του πηνίου και του πυκνωτή είναι 10 ως 300 φορές μεγαλύτερες από την τάση στους ακροδέκτες του κυκλώματος. Εμφανίζονται δηλαδή υπερτάσεις στο εσωτερικό του κυκλώματος σειράς, γι' αυτό ο συντελεστής ποιότητας ονομάζεται εδώ και **συντελεστής υπερτάσεως**.

Το σχήμα 17.2β δείχνει μερικές καμπύλες συντονισμού για διαφορετικούς συντελεστές ποιότητας Q . Στο σχήμα 17.2β(α) ο λόγος L/C είναι σταθερός και μεταβάλλεται η αντίσταση R . Παρατηρούμε ότι, όσο μικραίνει η R και επομέ-





Σχ. 17.2β.

νως μεγαλώνει ο συντελεστής ποιότητας Q τόσο αυξάνει το ρεύμα I και οι καμπύλες συντονισμού γίνονται πιο μυτερές και στενές.

Στο σχήμα 17.2β(β) η αντίσταση R είναι σταθερή και μεταβάλλεται ο λόγος L/C . Εδώ η ένταση I παραμένει σταθερή, αλλά οι καμπύλες συντονισμού γίνονται επίσης πιο μυτερές και στενές όσο αυξάνει ο λόγος L/C και ο συντελεστής ποιότητας Q .

Άρα η μορφή της καμπύλης συντονισμού εξαρτάται αποκλειστικά από το συντελεστή ποιότητας Q .

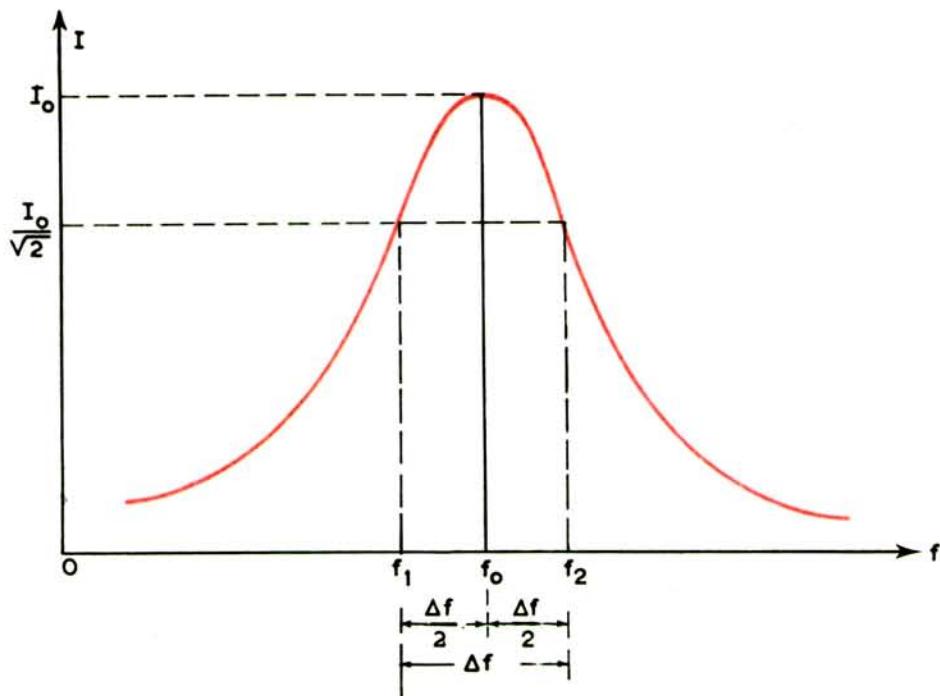
Ιδιαίτερη σημασία στην πράξη έχει το πόσο στενή είναι η καμπύλη συντονισμού στην περιοχή κοντά στη συχνότητα συντονισμού. Αυτό το εκτιμούμε με τη **ζώνη διελεύσεως** ή **ζώνη συντονισμού** Δf του κυκλώματος, που δείχνεται στο σχήμα 17.2γ.-

$$\Delta f = f_2 - f_1 \quad (12)$$

Οι συχνότητες f_1 και f_2 ορίζονται από τα δύο σημεία της καμπύλης συντονισμού στα οποία το ρεύμα I έχει τιμή ίση προς το $1/\sqrt{2}$ του μέγιστου ρεύματος I_0 , είναι δηλαδή ίσο προς το 70,7% του ρεύματος αυτού:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 \quad I_0 \quad (13)$$

Αποδεικνύεται ότι μεταξύ της ζώνης διελεύσεως Δf και του συντελεστή ποιότητας Q ισχύει η σχέση:



Σχ. 17.2γ.

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (14)$$

Παρατηρούμε ότι για ορισμένη συχνότητα συντονισμού f_0 η Δf είναι τόσο μικρότερη όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής ποιότητας Q .

γ) Ισχύς και ενέργεια των συντονισμένου κυκλώματος.

Εφόσον στην περίπτωση συντονισμού δεν υπάρχει διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως U και εντάσεως I_0 ($\phi_0 = 0$) προκύπτει για την πραγματική ισχύ:

$$P_0 = UI_0 \sin \phi_0 = UI_0 = I_0^2 R \quad (15)$$

και για την άεργη ισχύ:

$$P_a = UI_0 \eta \mu \phi_0 = 0 \quad (16)$$

Άρα ένα κύκλωμα σε συντονισμό απορροφά αποκλειστικά πραγματική ισχύ από την πηγή, που καταναλίσκεται στην ωμική του αντίσταση R .

Εξωτερικά το κύκλωμα συμπεριφέρεται σαν ένας ωμικός αντιστάτης. Επειδή το ρεύμα I_0 είναι μέγιστο στην περίπτωση συντονισμού, έπειτα ότι και η πραγματική ισχύς P_0 είναι μέγιστη, σύμφωνα με την (15).

Όταν ένα κύκλωμα είναι συντονισμένο μεταφέρεται μέγιστη πραγματική ισχύς από την πηγή στον ωμικό καταναλωτή του κυκλώματος.

Στο εσωτερικό του κυκλώματος υπάρχει αποταμιευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου και στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Η ενέργεια αυτή κυκλοφορεί συνεχώς μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή αλλάζοντας μορφή, χωρίς ποτέ να ρέει πίσω προς την πηγή, όπως συμβαίνει σε ένα ασυντόνιστο κύκλωμα RLC.

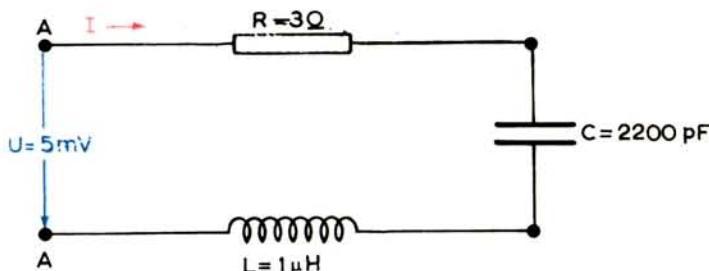
Κάποια χρονική στιγμή παρουσιάζεται π.χ. ολόκληρη η ενέργεια αποταμιευμένη στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή, ενώ το μαγνητικό πεδίο του πηνίου είναι μηδέν. Στη συνέχεια αρχίζει να εκφορτίζεται ο πυκνωτής και το ρεύμα του αυξάνει το μαγνητικό πεδίο του πηνίου, έως ότου μηδενισθεί το ηλεκτρικό πεδίο και σταματήσει η εκφόρτιση. Λόγω της αυτεπαγωγής όμως του πηνίου, το ρεύμα εξακολουθεί να ρέει στην ίδια κατεύθυνση με αποτέλεσμα να αρχίσει ο πυκνωτής να φορτίζεται με αντίθετη πολικότητα, ενώ το μαγνητικό πεδίο ελαττώνεται και τελικά μηδενίζεται. Ετσι συμπληρώνεται ένας κύκλος και αρχίζει πάλι η εκφόρτιση του πυκνωτή.

Μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή πραγματοποιείται συνεχώς μια ταλάντωση ενέργειας. Γι' αυτό το κύκλωμα συντονισμού ονομάζεται και **ταλαντεύομενο κύκλωμα**. Η ταλάντωση έχει συχνότητα ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος (συχνότητα συντονισμού).

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 3 \Omega$, ένα πυκνωτή $C = 2200 \text{ pF}$ και ένα πηνίο $L = 1 \mu\text{H}$, σε σειρά. Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με εγεργό τιμή $U = 5 \text{ mV}$ (σχ. 17.2δ). Να βρεθούν:



Σχ. 17.2δ.

- Η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος.
- Ο συντελεστής ποιότητας Q .
- Η ζώνη διελεύσεως Δf και οι πλευρικές της συχνότητες f_1 και f_2 (συχνό-

τητες στις οποίες το ρεύμα I παίρνει την τιμή $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_0$.

δ) Η ισχύς του συντονισμένου κυκλώματος.

ε) Να σχεδιασθεί η συνάρτηση $I = f(f)$.

Λύση.

$$\text{a) } f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 \cdot 10^{-6} \cdot 2200 \cdot 10^{-12}}} = \frac{1}{29,455} \cdot 10^8 = 3,395 \text{ MHz}$$

$$\underline{f_0 = 3,395 \text{ MHz}}$$

$$\beta) \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 \cdot L}{R} = \frac{2\pi \cdot 3,395 \cdot 10^6 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{3} = 7,1 \quad \underline{Q = 7,1}$$

$$\gamma) \quad \Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{3,395}{7,1} = 0,478 \text{ MHz} \quad \underline{\Delta f = 0,478 \text{ MHz}}$$

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 3,395 - \frac{0,478}{2} = 3,156 \text{ MHz} \quad \underline{f_1 = 3,156 \text{ MHz}}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 3,395 + 0,239 = 3,634 \quad \underline{f_2 = 3,634 \text{ MHz}}$$

$$\delta) \quad P_0 = UI_0 \sin\phi_0 \quad \sin\phi_0 = 1$$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{5}{3} = 1,6666 \text{ mA}$$

$$P_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot 1,666 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 8,333 \mu\text{W} \quad \underline{P_0 = 8,333 \mu\text{W}}$$

ε) Συνάρτηση $I = f(f)$: Σχήμα 17.2ε.

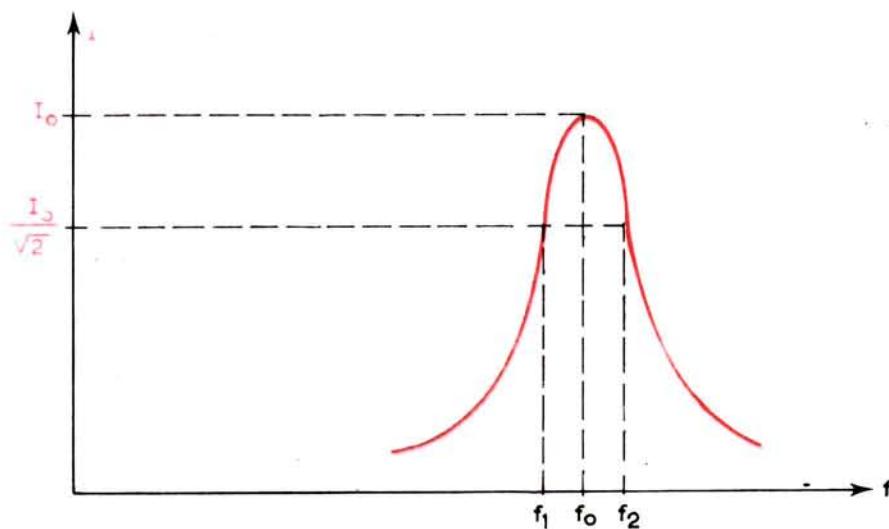
Παράδειγμα 2.

Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 10 \Omega$, ένα πυκνωτή $C = 0,01 \mu\text{F}$ και ένα πηνίο L σε σειρά (σχ. 17.2στ). Στους ακροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U . Όταν η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι $f_0 = 20 \text{ kHz}$. Να βρεθούν:

α) Η τιμή της αυτεπαγωγής L .

β) Ο συντελεστής ποιότητας Q .

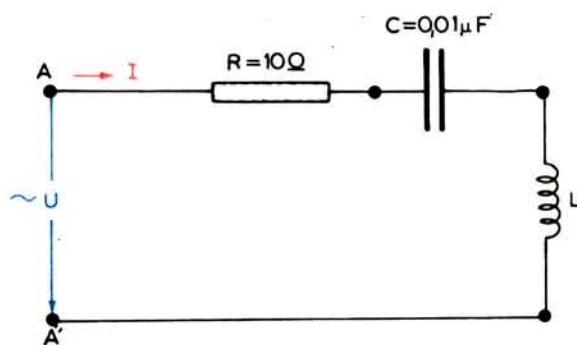
γ) Η ζώνη διελεύσεως Δf .



$$2 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ MHz}$$

$$3 \text{ cm} \triangleq 1 \text{ mA}$$

$\Sigma\chi. 17.2\varepsilon.$



$\Sigma\chi. 17.2\sigma\tau.$

Λνση.

$$\text{a)} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad \dot{\eta} \quad f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi 20^2 \cdot (10^3)^2 \cdot 0,01 \cdot 10^{-6}} = 6,339 \text{ mH}$$

$$L = 6,339 \text{ mH}$$

$$\beta) \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{6,339 \cdot 10^{-3}}{0,01 \cdot 10^{-6}}} = 79,6$$

$$\underline{Q = 79,6}$$

$$\gamma) \quad \Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{20 \text{ kHz}}{79,6} = 0,25 \text{ kHz}$$

$$\underline{\Delta f = 0,25 \text{ kHz}}$$

17.3 Παράλληλος συντονισμός.

a) Συχνότητα συντονισμού και ιδιοσυχνότητα.

Στην παράγραφο 16.2 μελετήσαμε ένα κύκλωμα από ένα πυκνωτή C συνδεμένο παράλληλα με ένα πηνίο L που παρουσιάζει ορισμένη ωμική αντίσταση R (αντίσταση απωλειών). Την αντίσταση αυτή παραστήσαμε με ένα αντιστάτη R σε σειρά με το πηνίο L (σχ. 16.2ιστ).

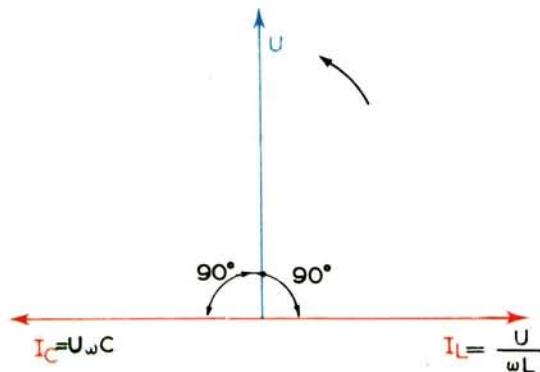
Αν η αντίσταση R του πηνίου είναι αμελητέα, έχουμε ένα πυκνωτή C παράλληλα συνδεμένο με το πηνίο L. Στην περίπτωση αυτή το ρεύμα του πυκνωτή:

$$I_C = U \omega C \quad (1)$$

προηγείται της τάσεως U κατά 90°, ενώ το ρεύμα του πηνίου:

$$I_L = \frac{U}{\omega L} \quad (2)$$

έπειται της τάσεως κατά 90° (σχ. 17.3a).



Σχ. 17.3a.

Παρατηρούμε ότι τα ρεύματα I_L και I_C είναι ακριβώς αντίθετα και αλληλοεξουδετερώνονται, όταν:

$$I_L = I_C \quad (3)$$

$$\eta \quad U \omega_0 C = \frac{U}{\omega_0 L} \quad (4)$$

$$\eta \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

Στην περίπτωση αυτή το ολικό ρεύμα στην είσοδο του κυκλώματος είναι μηδέν και δεν παρουσιάζει διαφορά φάσεως με την τάση. Άρα έχουμε **συντονισμό στο κύκλωμα**.

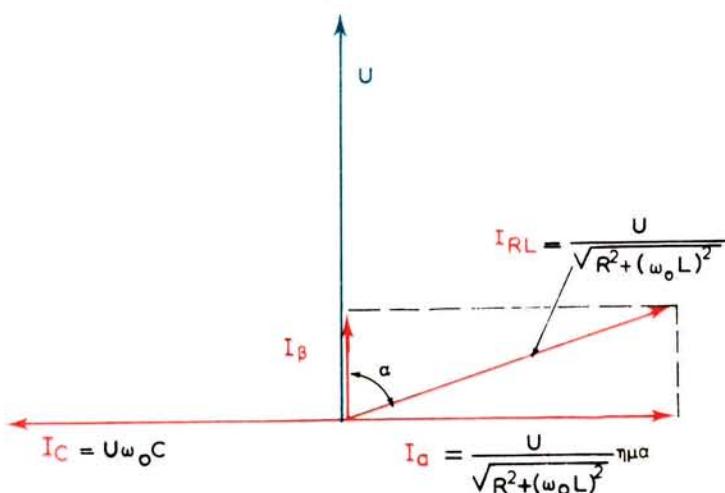
Η συχνότητα συντονισμού ω_0 δίνεται από την ίδια σχέση που ισχύει για το κύκλωμα συντονισμού σειράς και είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος.

Όταν η αντίσταση του πηνίου δεν είναι αμελητέα ισχύει το διανυσματικό διάγραμμα του σχήματος 16.2ιζ. Αν υποθέσουμε ότι το ρεύμα I_C στον πυκνωτή γίνεται ίσο με το αβαττικό ρεύμα I_a :

$$I_C = I_a \quad (6)$$

$$\eta \quad U \omega_0 C = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \text{ ημα} \quad (7)$$

τότε αλληλοεξουδετερώνονται τα ρεύματα αυτά και απομένει μόνο το βαττικό ρεύμα I_B , σαν ολικό ρεύμα στην είσοδο του παράλληλου κυκλώματος (σχ. 17.3β).



Σχ. 17.3β.

Το ρεύμα I_β είναι σε φάση με την τάση U , άρα στην περίπτωση αυτή έχομε πάλι **συντονισμό** στο κύκλωμα.

Από τη συνθήκη συντονισμού (7) προκύπτει:

$$\omega_0 C = \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \eta \alpha$$

Επειδή $\eta \alpha = \frac{\omega_0 L}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}}$

παίρνομε $\omega_0 C = \frac{\omega_0 L}{R^2 + (\omega_0 L)^2}$

Στην πράξη το τετράγωνο της R είναι πολύ μικρότερο από το τετράγωνο της $\omega_0 L$ [$R^2 \ll (\omega_0 L)^2$].

Άρα: $\omega_0 C \approx \frac{1}{\omega_0 L}$

και $\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$ (8)

Παρατηρούμε ότι και στο παράλληλο κύκλωμα με ωμικές απώλειες ισχύει κατά προσέγγιση ο τύπος του Thomson για την κυκλική συχνότητα συντονισμού ω_0 .

β) Η ενέργεια των παράλληλων κυκλώματος συντονισμού.

Για το βαττικό ρεύμα I_β προκύπτει από το διάγραμμα 17.3β.

$$I_\beta = I_{RL} \text{ συνα} \quad (9)$$

Με $I_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}}$ [τύπος (11) της 16.2] και συνα =

$$= \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega_0 L)^2}} \text{ [τύπος (13) της 16.2]}$$

Προκύπτει από την (9):

$$I_\beta = \frac{UR}{R^2 + (\omega_0 L)^2} \quad (10)$$

Λαμβάνοντας υπόψη την (8) και ότι $R^2 \ll (\omega_0 L)^2$ παίρνομε τελικά από τη (10):

$$I_B \approx UR \frac{C}{L} \approx \frac{U}{R'} \quad (11)$$

Παρατηρούμε ότι το παράλληλο κύκλωμα, όταν είναι συντονισμένο, συμπεριφέρεται σαν να περιλαμβάνει αποκλειστικά ένα ωμικό αντιστάτη:

$$R' = \frac{L}{CR} \quad (12)$$

Στον αντιστάτη R' καταναλώνεται η ενέργεια που προσφέρει η πηγή. Η ενέργεια αυτή καλύπτει τις απώλειες Joule του κυκλώματος. Στο εσωτερικό του κυκλώματος πραγματοποιείται περιοδικά ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του πυκνωτή και του πηνίου, όπως περιγράψαμε στο κύκλωμα συντονισμού σειράς.

γ) Καμπύλες συντονισμού – Συντελεστής ποιότητας – Ζώνη διελεύσεως.

Από το σχήμα 16.2ιζ διαπιστώνομε ότι το ρεύμα I παίρνει τη μικρότερή του τιμή στην περίπτωση του συντονισμού, όταν η συχνότητα της πηγής γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος ($\omega = \omega_0$). Στην περίπτωση αυτή το κύκλωμα παρουσιάζει τη μέγιστη φαινόμενη αντίστασή του Z_0 . Σε οποιαδήποτε άλλη συχνότητα το ολικό ρεύμα I είναι μεγαλύτερο από το I_0 και η φαινόμενη αντίσταση Z είναι μικρότερη από την αντίσταση Z_0 σε συντονισμό.

Το σχήμα 17.3γ δείχνει τις καμπύλες συντονισμού της φαινόμενης αντιστάσεως Z και της εντάσεως του ρεύματος I . Παρατηρούμε ότι οι καμπύλες αυτές είναι αντίστροφες από τις αντίστοιχες καμπύλες του συντονισμού σειράς.

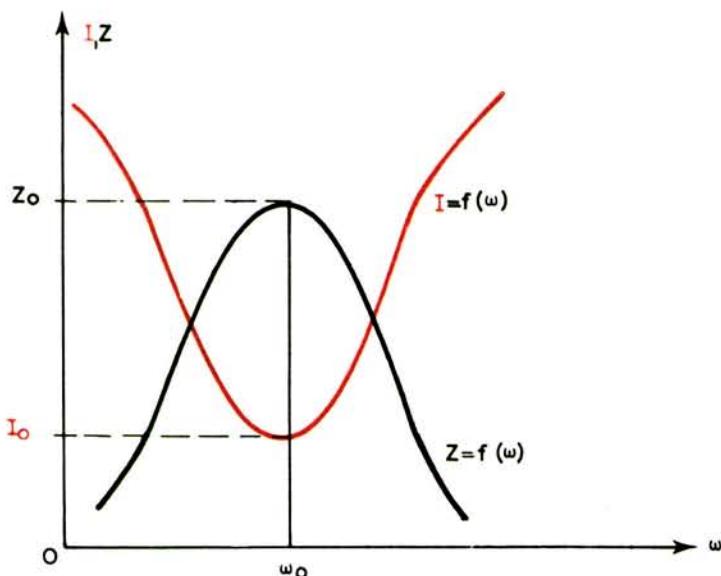
Ο συντελεστής ποιότητας του παράλληλου κυκλώματος Q δίνεται επίσης από τις σχέσεις:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} \quad (13)$$

Αποδεικνύεται ότι όταν η αντίσταση του κυκλώματος R είναι μικρή συγκριτικά με την ωL , το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο I_L ή το ρεύμα του πυκνωτή I_C είναι Q φορές μεγαλύτερο από το ολικό ρεύμα του κυκλώματος:

$$I_L \approx I_C \approx I_B Q \quad (14)$$

Άρα στους δύο κλάδους του κυκλώματος εμφανίζεται μία **υπερένταση**.



Σχ. 17.3γ.

Η ζώνη διελεύσεως του παράλληλου κυκλώματος ορίζεται επίσης από τη σχέση:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (15)$$

Όπως ήδη φαίνεται στο σχήμα 17.3δ οι συχνότητες f_1 και f_2 αντιστοιχούν εδώ στο 0,707 της μέγιστης φαινόμενης αντιστάσεως Z_0 και στο 1,41 της ελάχιστης τιμής του ρεύματος I_0 .

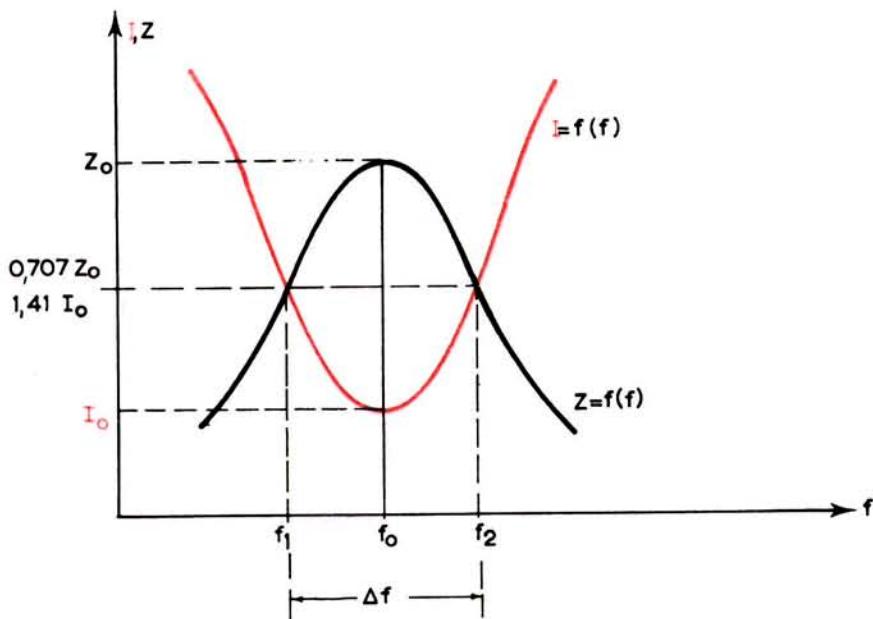
Αριθμητικό παράδειγμα.

Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος 17.3ε όπου: $R = 40 \Omega$, $L = 6,36 \text{ mH}$ και $C = 1590 \text{ pF}$. Στους ακροδέκτες A-A' εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U . Να βρεθούν:

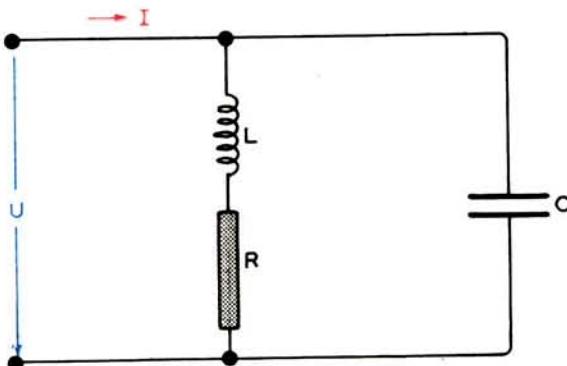
- α) Η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος.
- β) Ο συντελεστής ποιότητας Q .
- γ) Η ζώνη διελεύσεως Δf καθώς και οι πλευρικές συχνότητες f_1 και f_2 .

Λύση.

$$\text{α)} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6,36 \cdot 10^{-3} \cdot 1590 \cdot 10^{-12}}} = 50 \text{ kHz} \quad \underline{f_0 = 50 \text{ kHz}}$$



$\Sigma\chi.$ 17.3δ.



$\Sigma\chi.$ 17.3ε.

$$\beta) \quad Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 6,36 \cdot 10^{-3}}{40} \quad \underline{\underline{Q = 50}}$$

$$\gamma) \Delta f = f_1 - f_2 = \frac{f_0}{Q} = \frac{50}{50} = 1 \text{ kHz}$$

$$\underline{\Delta f = 1 \text{ kHz}}$$

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 50 - \frac{1}{2} = 49,5 \text{ kHz}$$

$$\underline{f_1 = 49,5 \text{ kHz}}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 50 + \frac{1}{2} = 50,5 \text{ kHz}$$

$$\underline{f_2 = 50,5 \text{ kHz}}$$

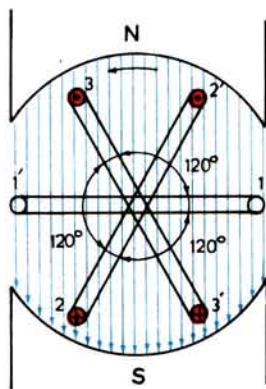
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΟΟ

ΤΡΙΦΑΣΙΚΑ ΡΕΥΜΑΤΑ

18.1 Παραγωγή τριφασικού ρεύματος – Ανεξάρτητα τριφασικά συστήματα.

Στο κεφάλαιο 14 γνωρίσαμε την παραγωγή εναλλασσόμενης τάσεως και εναλλασσόμενου ρεύματος με τη βοήθεια ενός πλαισίου (πηνίου με μια σπείρα), που περιστρέφεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο. Το ρεύμα αυτό, που δημιουργείται από ένα μόνο στρεφόμενο πηνίο, ονομάζεται **μονοφασικό ρεύμα**.

Εστω τώρα, ότι μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο περιστρέφονται τρία ανεξάρτητα πλαίσια 1 - 1', 2 - 2', 3 - 3', τοποθετημένα στον ίδιο άξονα, αλλά μετατοπισμένα κατά 120° το ένα ως προς το άλλο (σχ. 18.1a).



Σχ. 18.1a.

Είναι φανερό ότι σε κάθε πλαίσιο θα δημιουργηθεί εναλλασσόμενη τάση με την ίδια ακριβώς μορφή (ημιτονική τάση με την ίδια μέγιστη τιμή, ίδια συχνότητα κλπ.), εφόσον τα πλαίσια είναι ακριβώς τα ίδια και περιστρέφονται μέσα στο ίδιο μαγνητικό πεδίο με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Επειδή όμως τα πλαίσια είναι μετατοπισμένα μεταξύ τους κατά 120° , όταν ένα πηνίο βρίσκεται σε ορισμένη θέση, π.χ. παράλληλα στις μαγνητικές γραμμές και η τάση του έχει ορισμένη στιγμιαία τιμή, π.χ. τη μέγιστη τιμή, το πηνίο που το ακολουθεί φθάνει στη θέση αυτή και η τάση του παίρνει την ίδια τιμή μετά από στροφή 120°

(ή $\frac{2\pi}{3}$ -rad). Άρα η τάση του πηνίου που ακολουθεί καθυστερεί ως προς την τάση του πηνίου που προηγείται κατά 120° ή με άλλα λόγια οι δύο τάσεις παρουσιάζουν διαφορά φάσεως 120° . Αντίθετα, το πηνίο που προηγείται έχει περάσει από την ίδια θέση και έχει πάρει την ίδια τιμή κατά 120° νωρίτερα. Άρα η τάση αυτή προηγείται κατά 120° .

Ετσι, αν υπολογίσομε τις φάσεις, π.χ. ως προς το πλαίσιο $1 - 1'$, παίρνομε 3 τάσεις με τη μορφή:

$$u_1 = U_m \text{ ημωτ} \quad (1)$$

$$u_2 = U_m \text{ ημ}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad (2)$$

$$u_3 = U_m \text{ ημ}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \quad (3)$$

Το σχήμα 18.1β(α) δείχνει το διανυσματικό διάγραμμα των μεγίστων τιμών των τριών τάσεων και το σχήμα 18.1β(β) τη χρονική μεταβολή των στιγμιαίων τιμών τους.

Τα 3 πλαίσια τα παριστάνομε γραφικά με 3 πηνία μεταποιημένα μεταξύ τους κατά 120° και τα διακρίνομε από δύο γράμματα, που χαρακτηρίζουν την αρχή και το τέλος κάθε πηνίου (σχ. 18.1γ). Για την αρχή χρησιμοποιούμε τα γράμματα U, V, W και για το τέλος αντίστοιχα τα γράμματα X, Y, Z.

Τα τρία πηνία ονομάζονται **φάσεις του συστήματος** (η φάση με την έννοια του πηνίου δεν πρέπει να συγχέεται με τη φάση ενός εναλλασσόμενου μεγέθους).

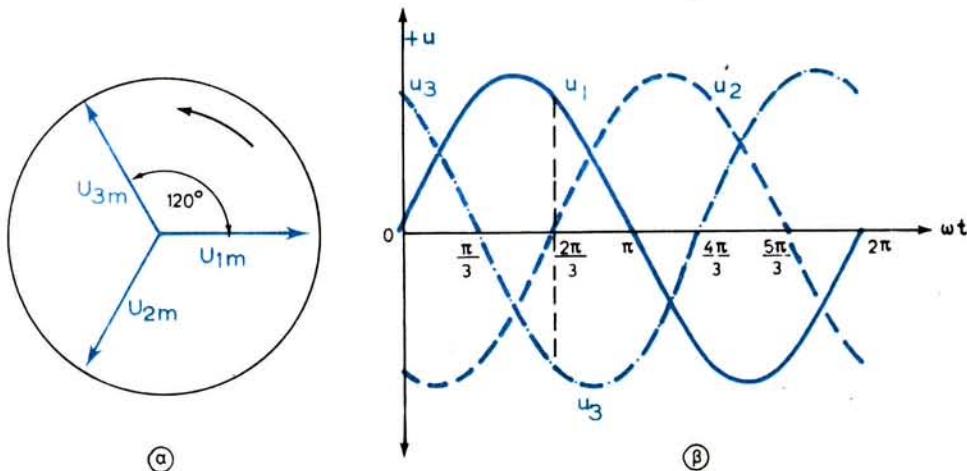
Σε κάθε φάση μπορούμε να συνδέσουμε ένα καταναλωτή, όπως φαίνεται στο σχήμα 18.1γ. Παίρνομε έτσι 3 ανεξάρτητα μεταξύ τους μονοφασικά κυκλώματα. **To σύστημα τριών ανεξάρτητων φάσεων, που είναι μεταποιημένες μεταξύ τους κατά 120° , ονομάζεται ανεξάρτητο τριφασικό σύστημα.**

Αν προσθέσουμε τις στιγμιαίες τιμές των τάσεων στα 3 κυκλώματα ενός ανεξάρτητου συστήματος, όπως δίνονται από τις σχέσεις (1), (2) και (3), παρατηρούμε ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με το μηδέν.

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 + u_3 = U_m \text{ ημωτ} + U_m \text{ ημ}(\omega t - \frac{2\pi}{3}) + U_m \text{ ημ}(\omega t + \frac{2\pi}{3}) = \\ &= U_m \text{ ημωτ} + U_m \text{ ημωτ συν} \frac{2\pi}{3} - U_m \text{ συνωτ ημ} \frac{2\pi}{3} + \\ &\quad + U_m \text{ ημωτ συν} \frac{2\pi}{3} + U_m \text{ συνωτ ημ} \frac{2\pi}{3} = \\ &= U_m \text{ ημωτ} + U_m \text{ ημωτ συν } 120^\circ + U_m \text{ ημωτ συν } 120^\circ = \end{aligned}$$

$$= U_m \sin \omega t - 0,5 U_m \sin \omega t - 0,5 U_m \sin \omega t = 0 \quad (4)$$

Το ίδιο αποτέλεσμα βρίσκομε και από τις καμπύλες του σχήματος 18.1β(β) για οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Π.χ. για $\omega t = 120^\circ$ ($\frac{2\pi}{3}$).

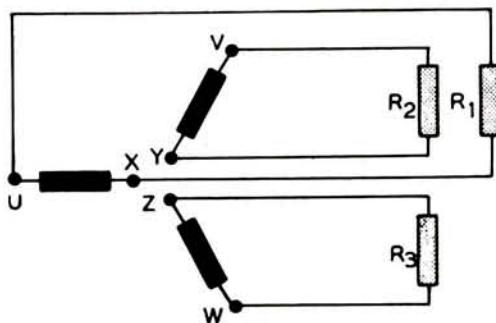


Σχ. 18.1β.

$$u_1 = -u_3 \quad \text{και} \quad u_2 = 0$$

$$\text{Άρα: } u = u_1 + u_2 + u_3 = -u_3 + 0 + u_3 = 0$$

Το αλγεβρικό δίθροισμα των στιγμαίων τιμών των τάσεων στα τρία κυκλώματα ενός ανεξάρτητου τριφασικού συστήματος με ίδιες φάσεις (πηνία) είναι ίσο με μηδέν, οποιαδήποτε χρονική στιγμή.



Σχ. 18.1γ.

Όταν στις τρεις φάσεις συνδέονται ίσοι ωμικοί καταναλωτές ($R_1 = R_2 = R_3$ στο σχήμα 18.1γ), τα ρεύματα που ρέουν στα τρία κυκλώματα είναι ίσα, παρουσιάζουν όμως μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° όπως οι αντίστοιχες τά-

σεις. Η χρονική μεταβολή των τριών ρευμάτων έχει την ίδια μορφή με τη μεταβολή των τάσεων που δείχνεται στο σχήμα 18.1β(β). Άρα, αν προσθέσουμε τις στιγμιαίες τιμές των ρευμάτων οποιαδήποτε χρονική στιγμή, το άθροισμα που προκύπτει είναι μηδέν.

Για τη λήψη των 3 τάσεων ενός ανεξάρτητου τριφασικού συστήματος χρειάζονται 6 δακτύλιοι, 6 ψήκτρες και 6 αγωγοί τροφοδοτήσεως των καταναλωτών. Στην πράξη δεν χρησιμοποιούνται, για την παραγωγή και τη μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας ανεξάρτητα τριφασικά συστήματα λόγω του μεγάλου αριθμού αγωγών που απαιτούνται. Το κόστος κατασκευής ενός τέτοιου δικτύου είναι μεγάλο και επίσης είναι αντιθικονομική η μεταφορά της ενέργειας εξαιτίας των μεγάλων απωλειών στους αγωγούς.

Αντίθετα, χρησιμοποιούνται στην πράξη συστήματα στα οποία με κατάλληλη συνδεσμολογία των τριών φάσεων επιτυγχάνεται η μεταφορά των ιδίων ποσών ενέργειας, όπως στο ανεξάρτητο σύστημα, αλλά με σημαντική εξοικονόμηση αγωγών. Τα συστήματα αυτά ονομάζονται **αλληλένδετα τριφασικά συστήματα**.

18.2 Αλληλένδετα τριφασικά συστήματα.

Ενα τριφασικό σύστημα στο οποίο οι φάσεις είναι συνδεμένες μεταξύ τους, ονομάζεται αλληλένδετο τριφασικό σύστημα.

Υπάρχουν δύο βασικοί τρόποι συνδέσεως των φάσεων: η **αστεροειδής σύνδεση** και η **τριγωνική σύνδεση**.

a) Αστεροειδής σύνδεση (η σύνδεση κατά αστέρα).

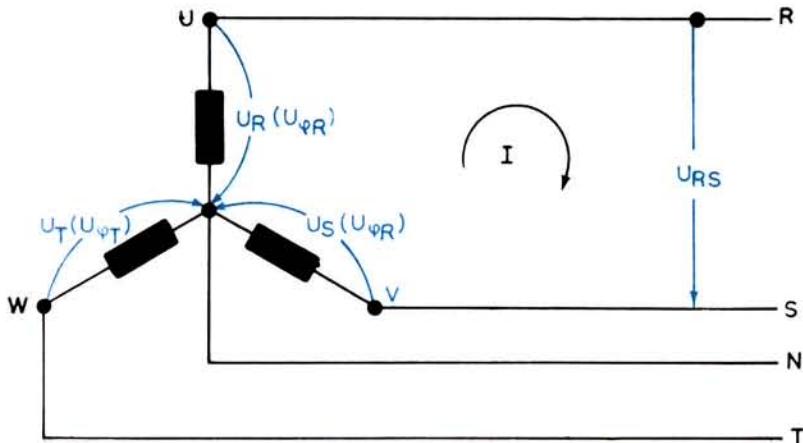
Στην αστεροειδή σύνδεση συνδέομε αγώγιμα μεταξύ τους τα τέλη των τριών φάσεων X, Y, Z σε ένα σημείο, που ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος**, με αποτέλεσμα να σχηματισθεί από τις φάσεις ένας αστέρας.

Τα άκρα U, V, W των φάσεων συνδέονται με τρεις αγωγούς τροφοδοτήσεως, που χαρακτηρίζονται αντίστοιχα με τα γράμματα R, S, T, ενώ ο ουδέτερος κόμβος συνδέεται με τον αγωγό N, που ονομάζεται **ουδέτερος αγωγός** (σχ. 18.2a).

Στο σύστημα αυτό παρατηρούμε ότι έχομε 4 αγωγούς αντί 6 του ανεξάρτητου συστήματος. Γι' αυτό και ονομάζεται **αστεροειδές τριφασικό σύστημα με 4 αγωγούς**.

Στο σύστημα με 4 αγωγούς έχομε δύο διαφορετικές τιμές τάσεως στη διάθεσή μας:

1) Μεταξύ κάθε αγωγού τροφοδοτήσεως R, S, T και του ουδέτερου αγωγού N επικρατεί τάση, που ονομάζεται **φασική τάση U_ϕ** . Η φασική τάση είναι ίση με την τάση στα άκρα της αντίστοιχης φάσεως (π.χ. $U_{\phi R} = U_R$). Εφόσον οι 3 φάσεις (πηνία) έχουν ίδια κατασκευή, οι 3 φασικές τάσεις είναι ίσες ($U_R = U_S = U_T = U_\phi$) και παρουσιάζουν διαφορά φάσεως μεταξύ τους 120° , όπως



Σχ. 18.2α.

στο ανεξάρτητο σύστημα. Το σύστημα αυτό χαρακτηρίζεται ιδιαίτερα **συμμετρικό τριφασικό σύστημα**.

Σε ενα συμμετρικό σύστημα το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των φασικών τάσεων οποιαδήποτε στιγμή είναι μηδέν.

2) Η τάση μεταξύ δύο αγωγών τροφοδοτήσεως, π.χ. μεταξύ των R και S, ονομάζεται **πολική τάση** U. Η τιμή της τάσεως αυτής προκύπτει ως εξής:

Στο σχήμα 18.2a U_R είναι η τάση μεταξύ του αγωγού R και του ουδέτερου αγωγού, U_S είναι η τάση μεταξύ του αγωγού S και του ουδέτερου αγωγού και U_{RS} είναι η τάση μεταξύ των αγωγών R και S. Από το βρόχο I παίρνομε:

$$U_{RS} + U_S - U_R = 0$$

$$\eta = U_{BS} - U_R - U_S$$

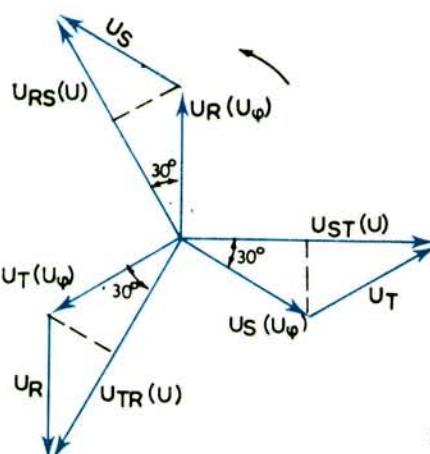
Άρα η πολική τάση προκύπτει από τη διαφορά δύο φασικών τάσεων. Επειδή όμως οι φασικές τάσεις έχουν διαφορά φάσεως, η διαφορά τους δεν είναι αλγεβρική αλλά διανυσματική, όπως φαίνεται στο σχήμα 18.2β.

Σε ένα συμμετρικό τριφασικό σύστημα όπως στο σχήμα 18.2β, όπου $U_R = U_S = U_T = U_\phi$, οι U_{RS} , U_{ST} , U_{TR} είναι ίσες ($U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U$), παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° και προπορεύονται αντίστοιχα των U_R , U_S , U_T κατά 30° .

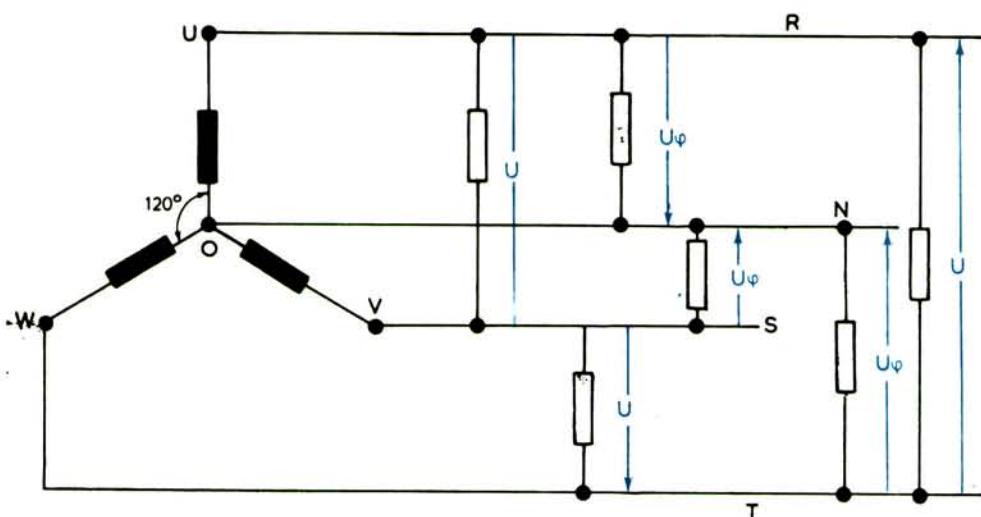
$$\text{Επίσης, επειδή } \frac{U}{2} = U_{\phi} \text{ συν}30^{\circ} \quad \text{ή} \quad U = 2 U_{\phi} \text{ συν}30 = 2U_{\phi} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Έχομε: } U = \sqrt{3} U_\phi = 1,73 U_\phi \quad (1)$$

Η πολική τάση ενός συμμετρικού αστεροειδούς τριφασικού συστήματος είναι ίση με τη φασική τάση επί $\sqrt{3}$ (1,73).



Σχ. 18.2β.



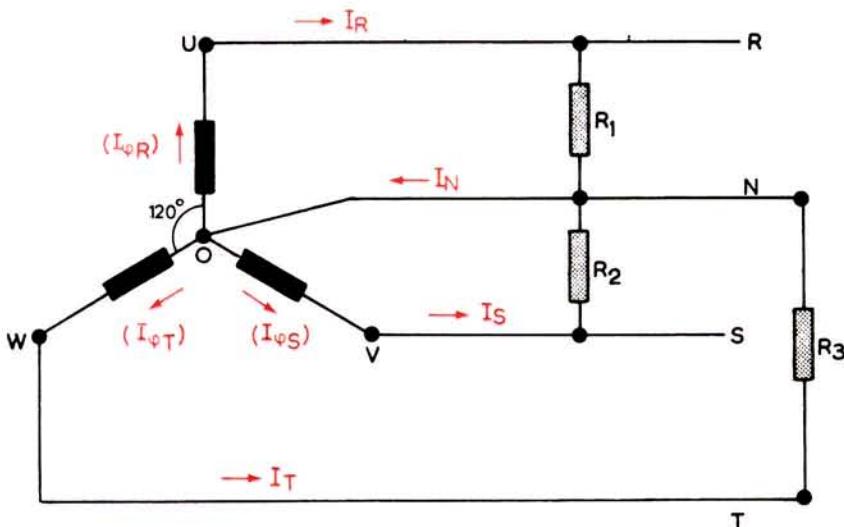
Σχ. 18.2γ.

Π.χ. το ρεύμα που παρέχει η ΔΕΗ έχει φασική τάση 220 V. Άρα η πολική τάση είναι $U = \sqrt{3} \cdot 220 = 380$ V.

Σε ένα αστεροειδές τριφασικό σύστημα μπορούμε επομένως να συνδέσουμε καταναλωτές, είτε μεταξύ ενός αγωγού τροφοδοτήσεως και του ουδέτερου αγωγού, δηλαδή σε φασική τάση, είτε μεταξύ δύο αγωγών τροφοδοτήσεως, δηλαδή σε πολική τάση (σχ. 18.2γ).

Το σχήμα 18.2δ δείχνει τρία φορτία συνδεμένα στις τρεις φάσεις αστεροειδούς συστήματος. Παρατηρούμε ότι το ρεύμα I που ρέει σε κάθε αγωγό τροφοδοτήσεως είναι ίσο με το ρεύμα τ της αντίστοιχης φάσεως I_ϕ . Π.χ. $I_{\phi R} = I_R$.

Όταν τα φορτία είναι ίσα μεταξύ τους, τα ρεύματα I_R , I_S και I_T στους αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι επίσης ίσα και παρουσιάζουν μεταξύ τους δια-



Σχ. 18.26.

φορά φάσεως 120° . Επίσης η διαφορά φάσεως μεταξύ του ρεύματος και της τάσεως της αντίστοιχης φάσεως είναι η ίδια για όλα τα ρεύματα. Άρα:

$$I = I_R = I_N = I_S = I_T = I_\phi \quad (2)$$

Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το σύστημα έχει συμμετρικό φορτίο και ότι είναι **ισορροπημένο**.

Σε ένα ισορροπημένο σύστημα το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των ρευμάτων στους 3 αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι ίσο με μηδέν.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 18.26 στον ουδέτερο αγωγό ρέει ρεύμα I_N ίσο με το γεωμετρικό άθροισμα των ρευμάτων των τριών αγωγών τροφοδοτήσεως. Άρα στην περίπτωση ενός ισορροπημένου συστήματος, ο ουδέτερος αγωγός είναι άχρηστος και μπορεί να αφαιρεθεί από το σύστημα. Ετσι προκύπτει ακόμα μεγαλύτερη εξοικονόμηση αγωγών.

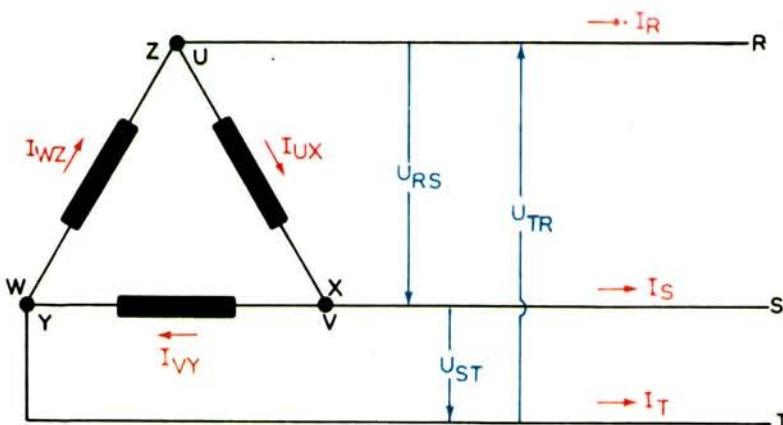
Αν και επιδιώκεται ομοιόμορφη κατανομή των φορτίων στις τρεις φάσεις σε δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, στην πράξη δεν είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί αυτό εντελώς. Ετσι, στο δίκτυο τοποθετείται και ο ουδέτερος αγωγός, ο οποίος συνήθως γειώνεται. Στον αγωγό αυτόν όμως ρέει μόνο ένα ρεύμα εξισορροπήσεως, που είναι μικρότερο από τα ρεύματα στους αγωγούς τροφοδοτήσεως. Συνεπώς ο ουδέτερος αγωγός είναι δυνατό να κατασκευάζεται με μικρότερη διατομή, ώστε να στοιχιζεί λιγότερο από τους άλλους αγωγούς του συστήματος.

β) Τριγωνική σύνδεση (ή σύνδεση κατά τρίγωνο).

Στην τριγωνική σύνδεση συνδέεται το τέλος X της πρώτης φάσεως με την αρχή V της δεύτερης φάσεως, το τέλος Y της δεύτερης φάσεως με την αρχή W

της τρίτης φάσεως και το τέλος Z της τρίτης φάσεως με την αρχή U της πρώτης φάσεως. Εποι προκύπτει το τρίγωνο του σχήματος 18.2ε.

Οι αγωγοί τροφοδοτήσεως R, S, T συνδέονται αντίστοιχα στις κορυφές του τριγώνου U(Z), V(X) και W(Y). Ουδέτερος αγωγός βέβαια δεν υπάρχει στη σύνδεση αυτή.



Σχ. 18.2ε.

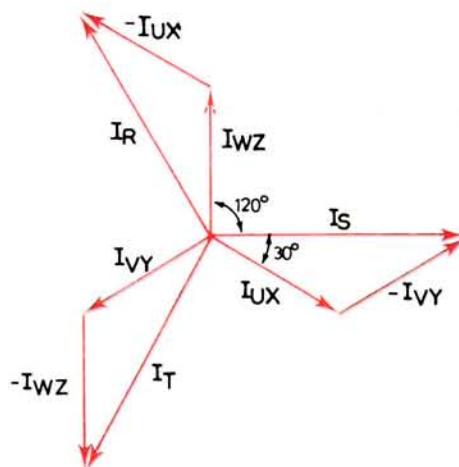
Η πολική τάση U μεταξύ δύο αγωγών τροφοδοτήσεως, π.χ. των R και S, είναι ίση με την τάση U_ϕ στα άκρα της αντίστοιχης φάσεως, δηλαδή της U - X. Εφόσον οι τρεις φάσεις είναι όμοιες, οι τρεις πολικές τάσεις U_{RS} , U_{ST} , U_{TR} είναι ίσες και παρουσιάζουν μεταξύ τους διαφορά φάσεως 120° . Άρα:

$$U = U_{RS} = U_{ST} = U_{TR} = U_\phi \quad (3)$$

και το σύστημα είναι συμμετρικό.

Στην τριγωνική σύνδεση έχομε μία μόνο τιμή τάσεως στη διάθεσή μας, την πολική τάση. Στο συμμετρικό τριγωνικό σύστημα το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των πολικών τάσεων οποιαδήποτε στιγμή είναι ίσο με μηδέν. Όταν τα φορτία μεταξύ των αγωγών τροφοδοτήσεως είναι ίσα, δηλαδή έχομε συμμετρικό φορτίο, τα ρεύματα I_R , I_S και I_T των αγωγών αυτών είναι επίσης ίσα μεταξύ τους. Κάθε ένα από τα ρεύματα αυτά προκύπτει από τη διανυσματική σύνθεση των ρευμάτων των δύο φάσεων, που είναι συνδεμένες με τον αγωγό. Π.χ. το ρεύμα I_R από τα ρεύματα I_{WZ} , I_{UX} . Επειδή τα ρεύματα των αγωγών τροφοδοτήσεως είναι ίσα, άρα και τα ρεύματα των φάσεων είναι ίσα μεταξύ τους (σχ. 18.2στ).

Το σχήμα 18.2στ δείχνει τα ρεύματα I_R , I_S , I_T όπως προκύπτουν από τη σύνθεση των φασικών ρευμάτων. Μεταξύ τους τα ρεύματα αυτά παρουσιάζουν διαφορά φάσεως 120° και με τα φασικά ρεύματα διαφορά φάσεως 30° .



Σχ. 18.2στ.

Από το ίδιο σχήμα προκύπτει:

$$I = I_R = I_S = I_T = \sqrt{3} I_\phi \quad (4)$$

Σε ένα συμμετρικό τριγωνικό τριφασικό σύστημα με συμμετρικό φορτίο, τα ρεύματα στους αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι μεγαλύτερα από τα ρεύματα των φάσεων κατά το συντελεστή $\sqrt{3}$.

Το άθροισμα των στιγμαίων τιμών των φασικών ρευμάτων όπως και το άθροισμα των ρευμάτων στους αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι ίσο με το μηδέν.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Σε ένα συμμετρικό αστεροειδές τριφασικό σύστημα με 4 αγωγούς η πολική τάση V ανέρχεται σε 240 V. Να υπολογισθούν οι τρεις τάσεις μεταξύ του ουδέτερου και κάθε αγωγού τροφοδοτήσεως.

Λύση.

Οι ζητούμενες τάσεις είναι ίσες μεταξύ τους, εφόσον το σύστημα είναι συμμετρικό, και ίσες με τη φασική τάση U_ϕ :

$$U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{240}{1,73} = 138,7 \text{ V} \quad U_\phi = 138,7 \text{ V}$$

Παράδειγμα 2.

Σε ένα συμμετρικό τριγωνικό τριφασικό σύστημα με συμμετρικό φορτίο η

ένταση του ρεύματος στους αγωγούς τροφοδοτήσεως I είναι 100 A. Να υπολογισθεί η ένταση του ρεύματος στις φάσεις του συστήματος.

Λύση.

Η ένταση του ρεύματος είναι ίδια και στις τρεις φάσεις επειδή το σύστημα είναι συμμετρικό και ισορροπημένο:

$$I_\phi = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{100}{1,73} = 57,8 \text{ A} \quad I_\phi = 57,8 \text{ A}$$

18.3 Ισχύς του τριφασικού ρεύματος.

Σε ένα τριφασικό σύστημα η ισχύς που παρέχεται είναι ίση με το άθροισμα των ισχύων των τριών φάσεων. Σε συμμετρικό τριφασικό σύστημα με συμμετρικό φορτίο (ισορροπημένο σύστημα) οι τιμές των μεγεθών U_ϕ , I_ϕ και συνφ. όπου φ η γωνία μεταξύ της φασικής τάσεως U_ϕ και του φασικού ρεύματος I_ϕ είναι ίδιες και στις τρεις φάσεις. Άρα η ισχύς που παρέχει το ισορροπημένο τριφασικό σύστημα είναι τριπλάσια της ισχύος μιας φάσεως και έχουμε:

$$\text{Φαινόμενη ισχύς: } P_\phi = 3U_\phi I_\phi \quad (1)$$

$$\text{Πραγματική ισχύς: } P = 3U_\phi I_\phi \text{ συνφ} \quad (2)$$

$$\text{Άεργη ισχύς: } P_a = 3U_\phi I_\phi \text{ ημφ} \quad (3)$$

Ανάλογα με τη σύνδεση του τριφασικού συστήματος προκύπτουν με αντικατάσταση στις (1) ως (3) των U_ϕ και I_ϕ , όπως δίνονται από τις σχέσεις (1) ως (4) στην παράγραφο 18.2, οι σχέσεις:

Αστεροειδής σύνδεση:

$$P_\phi = 3 U_\phi I_\phi = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I = \sqrt{3} UI \quad (4)$$

$$P = 3 U_\phi I_\phi \text{ συνφ} = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \text{ συνφ} = \sqrt{3} UI \text{ συνφ} \quad (5)$$

$$P_a = 3 U_\phi I_\phi \text{ ημφ} = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I \text{ ημφ} = \sqrt{3} UI \text{ ημφ} \quad (6)$$

Τριγωνική σύνδεση:

$$P_\phi = 3 U_\phi I_\phi = 3 U \frac{I}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} UI \quad (7)$$

$$P = 3 U_\phi I_\phi \text{ συνφ} = \sqrt{3} UI \text{ συνφ} \quad (8)$$

$$P_a = 3 U_\phi I_\phi \text{ ημφ} = \sqrt{3} UI \text{ ημφ} \quad (9)$$

Από τις σχέσεις (4) ως (9) διαπιστώνομε ότι η ισχύς του τριφασικού ρεύματος είναι ανεξάρτητη από τη σύνδεση που χρησιμοποιείται.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Μια τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση αστέρα αναπτύσσει πολική τάση $U = 380$ V και παρέχει στις γραμμές ενός τριφασικού δικτύου ρεύμα $I = 100$ A (ενεργός τιμή). Το σύστημα είναι συμμετρικό και ισορροπημένο. Ο συντελεστής ισχύος είναι: συνφ = 0,913. Να βρεθούν:

- Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς που αποδίδει η γεννήτρια.
- Η φαινόμενη αντίσταση Z κάθε φάσεως.

Λύση.

$$\text{a) } P_{\phi} = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 = 65.800 \text{ VA} \quad P_{\phi} = 65,8 \text{ kVA}$$

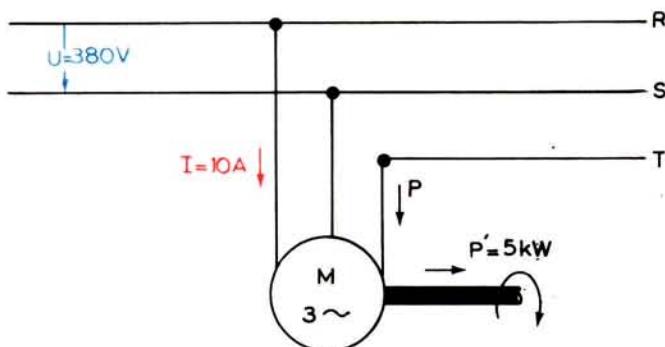
$$P = \sqrt{3} U I \text{ συνφ} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 \cdot 0,913 = 60.000 \text{ W} \quad P = 60 \text{ kW}$$

$$P_a = \sqrt{3} U I \text{ ημφ} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 100 \cdot 0,408 = 26.850 \text{ VAr} \quad P_a = 26,85 \text{ kVAr}$$

$$\text{Επαλήθευση: } P_{\phi} = \sqrt{3600 + 720} \approx 65,8 \text{ kVA}$$

$$\beta) \quad Z = \frac{U_{\phi}}{I_{\phi}} = \frac{U}{\sqrt{3} I_{\phi}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 100} = 2,2 \Omega \quad Z = 2,2 \Omega$$

($I_{\phi} = I = 100$ A)



Σχ. 18.3.

Παράδειγμα 2.

Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον αξονά του ισχύ $P' = 5$ kW. Ο κινητήρας αυτός τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικής τάσεως $U = 380$ V (ενεργός τιμή), συχνότητας $f = 50$ Hz (σχ. 18.3). Η ενεργός τιμή του ρεύματος στους αγωγούς τροφοδοτήσεως είναι $I = 10$ A και ο συντελεστής ισχύος συνφ = 0,882. Να βρεθούν:

a) Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς που απορροφά από το δίκτυο ο κινητήρας.

β) Ο βαθμός αποδόσεως η του κινητήρα.

Λύση.

$$\text{a)} P_\phi = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 = 6.580 \text{ VA}$$

$$\underline{P_\phi = 6,58 \text{ kVA}}$$

$$P = \sqrt{3} U I \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,882 = 5.800 \text{ W}$$

$$\underline{\underline{P = 5,8 \text{ kW}}}$$

$$P_a = \sqrt{3} U I \eta \mu \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 10 \cdot 0,471 = 3.100 \text{ VAr}$$

$$\underline{\underline{P_a = 3,1 \text{ kVAr}}}$$

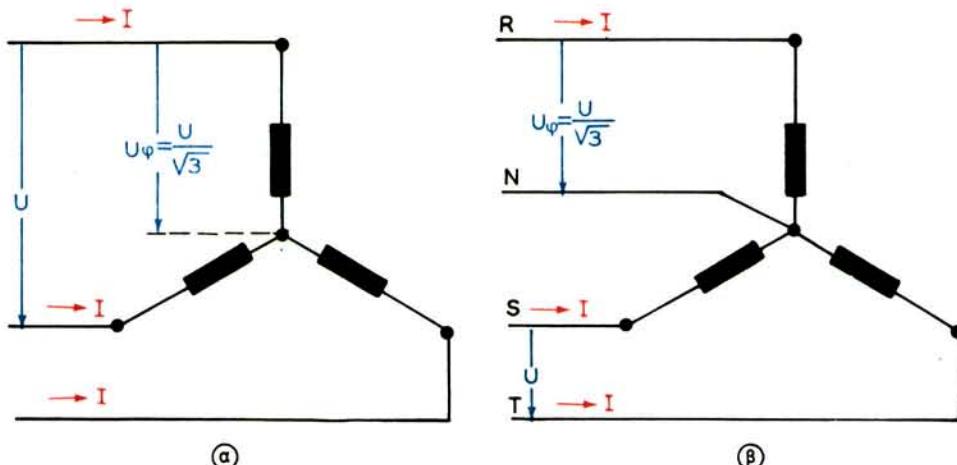
$$\text{Επαλήθευση: } P_\phi = \sqrt{P^2 + P_a^2} = \sqrt{33,64 + 9,61} \approx 6,58 \text{ kVA}$$

$$\beta) \eta = \frac{P}{P_\phi} = \frac{5,8}{6,58} = 0,862$$

$$\underline{\underline{\eta = 0,862}}$$

18.4 Σύνδεση καταναλωτών.

Τους καταναλωτές μπορούμε να συνδέσουμε στο τριφασικό δίκτυο κατά αστέρα ή κατά τρίγωνο, ανεξάρτητα μπό τον τρόπο που είναι συνδεμένες οι τρεις φάσεις της γεννήτριας που τροφοδοτεί το δίκτυο. Η γεννήτρια παρέχει,

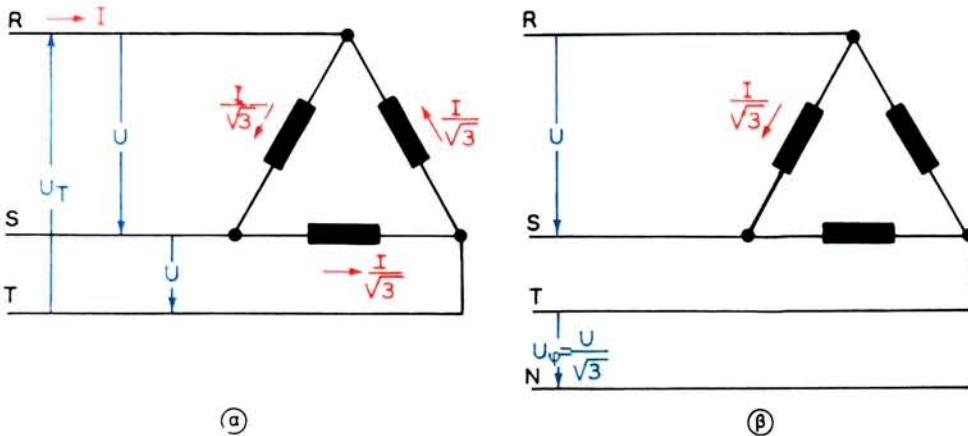


Σχ. 18.4a.

άσχετα με τον τρόπο συνδέσεώς της, τάσεις U μεταξύ των γραμμών τροφοδοτήσεως τις οποίες χρησιμοποιούμε για την τροφοδότηση των καταναλωτών. Το σχήμα 18.4a(a) δείχνει τη σύνδεση καταναλωτών κατά αστέρα σε τριφασικό σύστημα χωρίς ουδέτερο αγωγό και το σχήμα 18.4a(b) τη σύνδεση κατά αστέρα σε σύστημα με ουδέτερο αγωγό.

Όταν οι καταναλωτές είναι όμοιοι (συμμετρικό φορτίο), η φασική τάση στα άκρα κάθε καταναλωτή είναι ίση με την πολική τάση U διά $\sqrt{3}$, ενώ το φασικό ρεύμα I_ϕ είναι ίσο με το ρεύμα των αγωγών τροφοδοτήσεως I.

Σε σύστημα με ουδέτερο αγωγό συνδέονται επίσης καταναλωτές κατά αστέρα μεταξύ των αγωγών τροφοδοτήσεως και του ουδέτερου αγωγού. Η τάση στα άκρα των καταναλωτών αυτών είναι ίση με τη φασική τάση του συστήματος ($U_\phi = U/\sqrt{3}$), ενώ το ρεύμα που τους διαρρέει είναι ίσο με το ρεύμα στους αγωγούς τροφοδοτήσεως.



Σχ. 18.4β.

Το σχήμα 18.4β(α) δείχνει τη σύνδεση καταναλωτών κατά τρίγωνο σε σύστημα χωρίς ουδέτερο αγωγό, το σχήμα 18.4β(β) την ίδια σύνδεση σε σύστημα με ουδέτερο αγώγο. Στις περιπτώσεις αυτές η τάση, στα άκρα των ομοίων καταναλωτών είναι ίση με την πολική τάση, ενώ το ρεύμα που τους διαρρέει είναι ίσο με το ρεύμα στους αγωγούς τροφοδοτήσεως διά $\sqrt{3}$.

Αριθμητικά παραδείγματα.

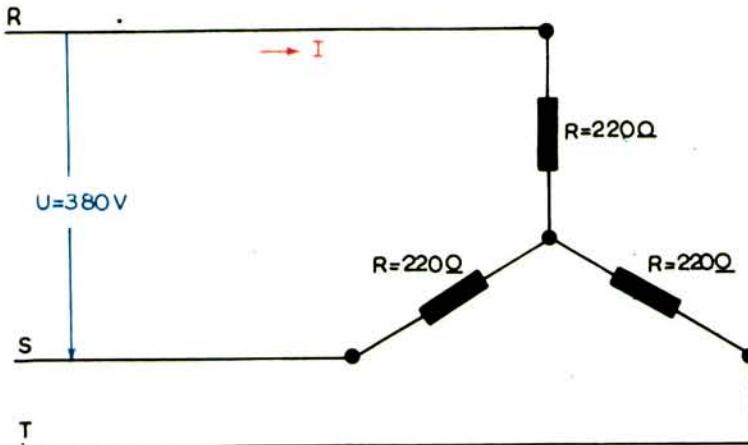
Παράδειγμα 1.

Τρεις όμοιοι ωμικοί αντιστάτες συνδέονται κατά αστέρα, σε τριφασικό δίκτυο, πολικής τάσεως $U = 380$ V (ενεργός τιμή) και συχνότητας $f = 50$ Hz, οπως δείχνει το σχήμα 18.4γ. Να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος στους αγωγούς τροφοδοτήσεως I.
- Η πραγματική ισχύς P που απορροφά κάθε αντιστάτης και η ολική ισχύς $P_{\text{ολ}}$ που απορροφά το σύστημα.

Λύση.

$$\text{a)} \quad I = I_\phi = \frac{U_\phi}{R} = \frac{U}{\sqrt{3} R} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 220} = 1 \text{ A} \quad \underline{\underline{I = 1 \text{ A}}}$$



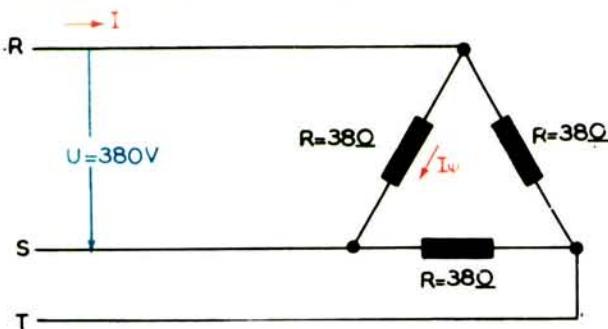
Σχ. 18.4γ.

$$\beta) \quad P = I U_{\phi} \sin \varphi = 1 \cdot \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ W} \quad P = 220 \text{ W}$$

$$P_{o\lambda} = 3 \cdot 220 \cdot 1 = 660 \text{ W}$$

$$\text{ή } P_{o\lambda} = \sqrt{3} U I \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 1 \cdot 1 \approx 660 \text{ W} \quad P_{o\lambda} = 660 \text{ W}$$

($\sin \varphi = 1$ γιατί τάση και ένταση στους αντιστάτες βρίσκονται σε φάση)



Σχ. 18.4δ.

Παράδειγμα 2.

Τρεις ομοιοί ωμικοί αντιστάτες συνδέονται κατά τρίγωνο σε τριφασικό δίκυνο, πολικής τάσεως 380 V (ενεργός τιμή) και συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, όπως δείχνει το σχήμα 18.4δ. Να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του φασικού ρεύματος I_{ϕ} .
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος στους αγωγούς τροφοδοτήσεως I .
- Η πραγματική ισχύς P κάθε φάσεως και η συνολική πραγματική ισχύς $P_{o\lambda}$ του συστήματος.

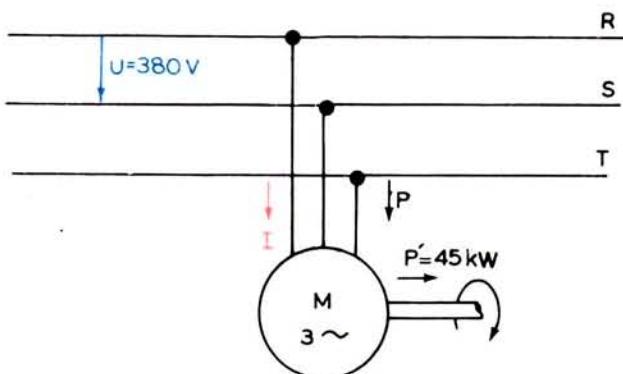
Λύση.

$$\text{α)} \quad I_{\phi} = \frac{U}{R} = \frac{380}{38} = 10 \text{ A} \quad I_{\phi} = 10 \text{ A}$$

$$\text{β)} \quad I = \sqrt{3} I_{\phi} = 1,73 \cdot 10 = 17,3 \text{ A} \quad I = 17,3 \text{ A}$$

$$\text{γ)} \quad P = U I_{\phi} \text{ συνφ} = 380 \cdot 10 \cdot 1 = 3.800 \text{ W} \quad (\text{συνφ} = 1) \quad P = 3.800 \text{ W}$$

$$P_{o\lambda} = 3 \cdot 3800 = 11.400 \text{ W} \quad \text{ή}$$



Σχ. 18.4ε.

$$P_{o\lambda} = \sqrt{3} U I \text{ συνφ} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 17,32 \approx 11.400 \text{ W} \quad P_{o\lambda} = 11.400 \text{ W}$$

Παράδειγμα 3.

Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του ισχύ $P' = 45 \text{ kW}$ με βαθμό αποδόσεως $\eta = 90\%$. Ο κινητήρας τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικής τάσεως $U = 380 \text{ V}$ (ενεργός τιμή), συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, όπως δείχνει το σχήμα 18.4ε. Ο συντελεστής ισχύος του κινητήρα είναι συνφ = 0,9. Να βρεθούν:

- α) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I στους αγωγούς τροφοδοτήσεως.
- β) Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς που απορροφά ο κινητήρας.
- γ) Η φαινόμενη αντίσταση κάθε φάσεως του κινητήρα σε περίπτωση πού η σύνδεση των φάσεών του είναι κατά αστέρα.

Λύση.

$$\text{α)} \quad P = \frac{P'}{\eta} = \frac{45}{0,9} = 50 \text{ kW}$$

$$I = \frac{P'}{\sqrt{3} U \sin\varphi} = \frac{50 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,9} = \frac{50 \cdot 10^3}{592,36} = 84,4 \text{ A}$$

$$\underline{I = 84,4 \text{ A}}$$

$$\beta) P_\phi = \sqrt{3} U I = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 84,4 = 55.550 \text{ VA}$$

$$\underline{P_\phi = 55,55 \text{ kVA}}$$

$$P = 50 \text{ kW}$$

$$\underline{P = 50 \text{ kW}}$$

$$P_a = \sqrt{3} U I \eta \mu \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 84,4 \cdot 0,435 = 24,2 \text{ kVAr}$$

$$\underline{P_a = 24,2 \text{ kVAr}}$$

$$\gamma) U_\phi = \frac{U}{\sqrt{3}} = 220 \text{ V}$$

$$Z = \frac{U_\phi}{I} = \frac{220}{84,4} = 2,6 \Omega$$

$$\underline{Z = 2,6 \Omega}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΕΣ

19.1 Γενικά.

Οι μετασχηματιστές είναι ηλεκτρικές μηχανές χωρίς κινούμενα μέρη, που χρησιμεύουν στην ανύψωση ή στον υποβιβασμό της τάσεως του εναλλασσόμενου ρεύματος. Ο μετασχηματιστής παραλαμβάνει ενέργεια υπό ορισμένη τάση από μια πηγή ή ένα δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος και αποδίδει σε καταναλωτές το ίδιο ποσό ενέργειας — αν εξαιρέσομε ένα μικρό ποσοστό απωλειών που δημιουργείται — με διαφορετική τάση. Ταυτόχρονα με την τάση μεταβάλλεται και η ένταση του ρεύματος αλλά σε αντίστροφη αναλογία, ενώ η συχνότητα παραμένει σταθερή.

Η μεταβολή της τάσεως-εντάσεως που πραγματοποιεί ο μετασχηματιστής ονομάζεται **μετασχηματισμός** των μεγεθών αυτών και στηρίζεται στο φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής, όπως θα γνωρίσουμε στη συνέχεια.

Οι μετασχηματιστές χρησιμοποιούνται ευρύτατα σε όλες τις συσκευές που εργάζονται με διαφορετική τάση από αυτή που παρέχει το δίκτυο διανομής η-λεκτρικής ενέργειας, π.χ. σε ηλεκτρικά κουδούνια, ηλεκτρικά ρολόγια, ραδιόφωνα, τηλεοράσεις κ.ο.κ. Η πιο σπουδαία όμως χρήση των μετασχηματιστών βρίσκεται στον τομέα της μεταφοράς της ηλεκτρικής ενέργειας από τους σταθμούς παραγωγής στα κέντρα καταναλώσεως, που απέχουν συνήθως εκατοντάδες χιλιόμετρα μεταξύ τους. Η ενέργεια μεταφέρεται με τριφασικές γραμμές μεταφοράς υψηλής τάσεως για οικονομικούς λόγους. Όσο μεγαλύτερη είναι η τάση μεταφοράς U , τόσο μικρότερο είναι το ρεύμα I που ρέει στη γραμμή υπό σταθερό συνφ, όταν θέλομε να μεταφέρουμε ορισμένο ποσό ενέργειας A , εφόσον, όπως ζέρομε:

$$A = \sqrt{3} UI\text{sin}\varphi$$

Μικρότερο όμως ρεύμα I σημαίνει μικρότερες απώλειες ενέργειας A_{ap} στη γραμμή, δηλαδή οικονομικότερη μεταφορά, γιατί:

$$A_{ap} = 3I^2 R t$$

όπου R η αντίσταση ενός αγωγού της γραμμής. Αντίστροφα, για ορισμένες σταθερές απώλειες A_{ap} , μικρότερο ρεύμα I επιτρέπει μεγαλύτερη αντίσταση R .

στους αγωγούς, άρα μικρότερη διατομή και μικρότερο κόστος αγωγών.

Οι μετασχηματιστές ανυψώνουν την τάση από την τιμή που δίνουν οι γεννήτριες στους σταθμούς παραγωγής (π.χ. 10 kV) στην τιμή της γραμμής μεταφοράς (π.χ. 380 kV) και την υποβιβάζουν, μετά τη μεταφορά της ενέργειας, από την τιμή αυτή στην τιμή της τάσεως του δικτύου διανομής (π.χ. 220/380 V). Η δυνατότητα αυτή του εύκολου μετασχηματισμού της τάσεως, που δεν υπάρχει στο συνεχές ρεύμα, ήταν βασικά η αιτία που επικράτησε η μεταφορά ηλεκτρικής ενέργειας με εναλλασσόμενο ρεύμα.

Τους μετασχηματιστές διακρίνομε σε **μονοφασικούς μετασχηματιστές**, που χρησιμοποιούνται σε μονοφασικά δίκτυα και μικρές ισχείς (οικιακές συσκευές κλπ.) και σε **τριφασικούς μετασχηματιστές** που χρησιμοποιούνται σε τριφασικά δίκτυα και μεγάλες ισχείς (μεταφορά και διανομή ηλεκτρικής ενέργειας κλπ.).

19.2 Μονοφασικοί μετασχηματιστές.

a) Δομή και αρχή λειτουργίας του μονοφασικού μετασχηματιστή.

Τα κύρια μέρη ενός μονοφασικού μετασχηματιστή είναι:

α) Ο **πυρήνας**, που αποτελείται από δεσμίδα ειδικών σιδηρελασμάτων σε μορφή κλειστού πλαισίου (σχ. 19.2a). Τα κατακόρυφα σκέλη του πυρήνα ονομάζονται **στήλες ή κορμοί**, ενώ τα οριζόντια τμήματα ονομάζονται **ζυγώματα**.

β) Δύο **τυλίγματα (πηνία)** που είναι τοποθετημένα στη μια ή και στις δύο στήλες.

Τα τυλίγματα έχουν ανόμοιες διατομές και άνισο αριθμό σπειρών, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Από τα δύο ανεξάρτητα τυλίγματα το ένα, με n_1 σπείρες, συνδέεται με την πηγή, ή το δίκτυο του εναλλασσόμενου ρεύματος και ονομάζεται **πρωτεύον ενώ το άλλο, με n_2 σπείρες, που παρέχει ενέργεια στους καταναλωτές ονομάζεται δευτερεύον.** Αντίστοιχα το κύκλωμα του πρωτεύοντος τυλίγματος ονομάζεται **πρωτεύον κύκλωμα** και το κύκλωμα του δευτερεύοντος **δευτερεύον κύκλωμα**.

Το ρεύμα i_1 της πηγής ή του δικτύου που κυκλοφορεί στο πρωτεύον κύκλωμα δημιουργεί μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή Φ_1 . Η ροή αυτή διοχετεύεται μέσα από το σιδηροπυρήνα, διαπερνά το δευτερεύον τύλιγμα και δημιουργεί σε αυτό ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ επαγωγής e_2 . Ανάλογα με τον αριθμό σπειρών του πρωτεύοντος και του δευτερεύοντος, η e_2 είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από την i_1 του πρωτεύοντος.

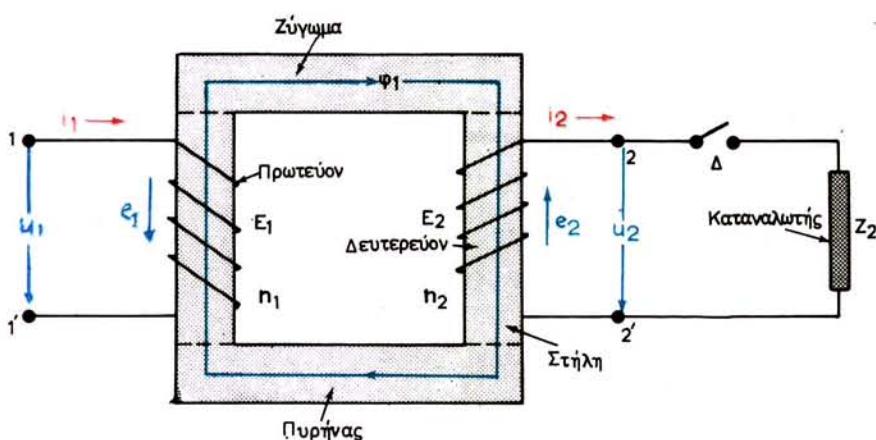
Για να γίνει ακόμα πιο κατανοητή η αρχή λειτουργίας των μετασχηματιστών κάνομε ορισμένες παραδοχές που ισχύουν βασικά μόνο για ένα **ιδανικό μετασχηματιστή**. Ιδανικοί μετασχηματιστές δεν υπάρχουν βέβαια, τα συμπεράσματα όμως που εξάγονται με τη βοήθειά τους δεν είναι πολύ απομακρυσμένα από την πραγματικότητα.

Οι παραδοχές που χρησιμοποιούμε είναι ότι:

- Η ωμική αντίσταση των τυλιγμάτων είναι αμελητέα ($R = 0$).
- Ο βαθμός αποδόσεως του μετασχηματιστή είναι 100%, δηλαδή όση ενέργεια εισάγεται στο πρωτεύον τύλιγμα, τόση εξάγεται από το δευτερεύον.
- Η μαγνητική ροή ϕ , που δημιουργείται στο σιδηροπυρήνα από το ρεύμα που ρέει στο πρωτεύον τύλιγμα, περνά όλη μέσα από το δευτερεύον, δηλαδή δεν λαμβάνουμε υπόψη μας τη ροή σκεδάσεως.
- Η εναλλασσόμενη τάση που τροφοδοτεί το πρωτεύον τύλιγμα, παραμένει σταθερή ακόμα και για μεγάλες μεταβολές του ρεύματος, δηλαδή η εσωτερική αντίσταση R της πηγής και η πτώση τάσεως σε αυτήν iR είναι αμελητέες.

Σε κάθε μετασχηματιστή διακρίνομε δύο λειτουργικές καταστάσεις:

- Λειτουργία σε κενό**, που σημαίνει ότι δεν υπάρχουν καταναλωτές συνδεμένοι στο δευτερεύον τύλιγμα, δηλαδή ο διακόπτης φορτίου Δ στο σχήμα 19.2a είναι ανοικτός.
- Λειτουργία υπό φορτίο**, που σημαίνει ότι καταναλωτές είναι συνδεμένοι στο δευτερεύον τύλιγμα, δηλαδή ο διακόπτης φορτίου Δ είναι κλειστός (σχ. 19.2a).



Σχ. 19.2a.

Αρχή λειτουργίας σε κενό.

Στα άκρα του πρωτεύοντος τυλίγματος (πηνίου) εφαρμόζομε μια εναλλασσόμενη τάση

$$u_1 = U_{1m} \text{ ημωτ} \quad (1)$$

με ενεργό τιμή U_1 (σχ. 19.2a).

Εφόσον το δευτερεύον κύκλωμα είναι ανοικτό δεν ρέει σε αυτό ρεύμα και έτσι δεν έχει καμία επίδραση στη λειτουργία του μετασχηματιστή. Είναι δηλαδή

σαν να μην υπάρχει.

Ο μετασχηματιστής με κλειστό μόνο το πρωτεύον κύκλωμα συμπεριφέρεται σαν ένα πηνίο με σιδηροπυρήνα που έχει αμελητέα ωμική αντίσταση, αλλά εξαιρετικά μεγάλη αυτεπαγωγή και επομένως πολύ μεγάλη επαγωγική αντίσταση (ή φαινόμενη αντίσταση, εφόσον $R \approx 0$). Η μεγάλη φαινόμενη αντίσταση Z του πρωτεύοντος πηνίου, περιορίζει σημαντικά το **ρεύμα κενού** i_0 που περνά μέσα από αυτό.

Το ρεύμα i_0 έπειτα, όπως ξέρομε, της τάσεως u_1 κατά $\pi/2$, δηλαδή έχει τη μορφή:

$$i_0 = I_{om} \text{ ημ} (\omega t - \frac{\pi}{2}) = -I_{om} \text{ συνωτ} \quad (2)$$

Το ρεύμα αυτό δημιουργεί μαγνητική ροή ϕ_0 που έχει την ίδια φάση, γιατί:

$$\phi_0 = \frac{i_0 n_1}{R_m} \quad (3)$$

(τύπος 15α της 8.2, όπου R_m η μαγνητική αντίσταση του πυρήνα)
και το πηλίκο n_1/R_m δεν μεταβάλλει τη φάση του i_0 . Άρα:

$$\phi_0 = -\Phi_{om} \text{ συνωτ} \quad (4)$$

Η μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή δημιουργεί με τη σειρά της στο πρωτεύον ηλεκτρεγερτική δύναμη εξ αυτεπεγαγής e_1 , που είναι ίση και αντίθετη κάθε χρονική στιγμή με την τάση u_1 (η ωμική πτώση τάσεως στο πρωτεύον είναι αμελητέα), όπως φαίνεται από το πρωτεύον κύκλωμα του σχήματος 19.2α και όπως μάθαμε στην παράγραφο 16.1β.

Η e_1 δίνεται από τον τύπο (2) της 10.3. Έτσι έχομε:

$$u_1 = -e_1 = n_1 \frac{d\phi_0}{dt} = U_{1m} \text{ ημωτ} \quad (5)$$

Η φορά της e_1 είναι τέτοια, ώστε να δημιουργεί σύμφωνα με το νόμο του *Lenz* ρεύμα αντίθετο στο ρεύμα i_0 που την προκαλεί. Τη φορά αυτή λαμβάνομε υπόψη με το αρνητικό πρόσημο στον τύπο (5), γι' αυτό στο σχήμα 19.2α σημειώνομε την e_1 στη φορά του ρεύματος i_1 , όπως κάναμε στην παράγραφο 16.1β.

Η μαγνητική ροή όμως ϕ_0 διαπερνά και το δευτερεύον τύλιγμα και επάγει σύμφωνα με τον τύπο (2) της 10.3 ηλεκτρεγερτική δύναμη.

$$e_2 = -n_2 \frac{d\phi_0}{dt} \quad (6)$$

Η φορά της e_2 είναι τέτοια, ώστε όταν το δευτερεύον κύκλωμα ειναι κλειστό να ρέει ρεύμα i_2 σε αυτό, που να δημιουργεί μαγνητική ροή *αντίθετη* από τη

ροή ϕ_0 . Προχωρώντας νοητά ένα δεξιόστροφο κοχλία στην αντίθετη αυτή φορά προσδιορίζομε τη φορά του ρεύματος i_2 . Στην e_2 δίνομε την ίδια φορά με τη φορά του ρεύματος i_2 όπως στην περίπτωση της e_1 .

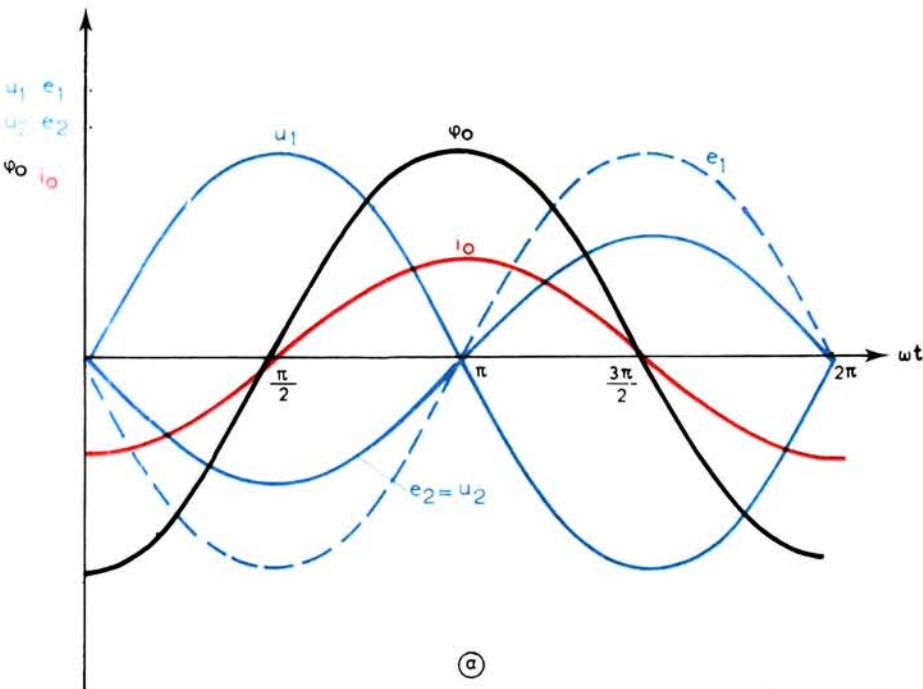
Όταν το δευτερεύον κύκλωμα είναι ανοικτό δεν ρέει βέβαια ρεύμα i_2 , εμφανίζεται όμως στα άκρα του δευτερεύοντος τυλίγματος η e_2 . Η τάση u_2 στους ακροδέκτες 2-2' είναι ίση κάθε στιγμή με την e_2 , όπως είναι ίση η ηλεκτρεγερτική δύναμη μιας πηγής με την τάση σε κενό στους ακροδέκτες της. Άρα:

$$u_2 = e_2 = -n_2 \frac{d\phi_0}{dt} \quad (7)$$

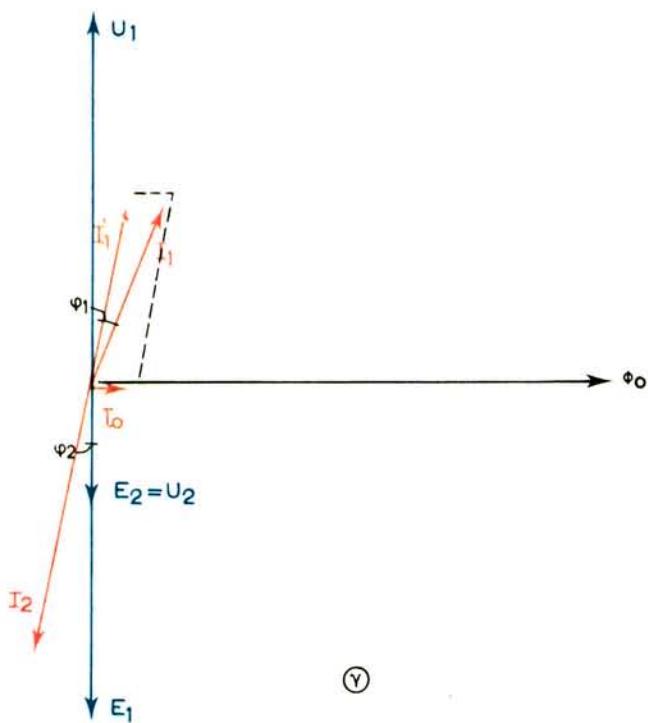
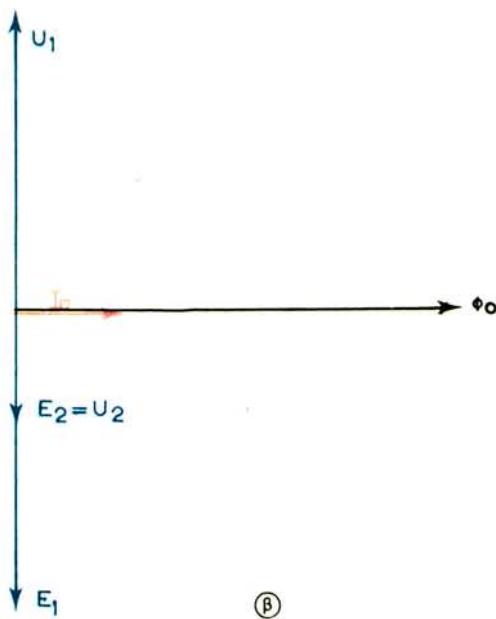
Από τις (5) και (7) συμπεραίνομε ότι η u_2 , εφόσον προκύπτει από τη μεταβολή $\frac{d\phi_0}{dt}$ της ίδιας μαγνητικής ροής ϕ_0 , όπως η u_1 , πρέπει να έχει την ίδια μορφή με αυτή αλλά αντίθετο πρόσημο. Άρα:

$$u_2 = -U_{2m} \eta m(\omega t - \pi) \quad (8)$$

Αυτό σημαίνει ότι η u_2 έπεται της u_1 κατά γωνία π ή 180° . Το σχήμα 19.2β(α) δείχνει τη χρονική μεταβολή των μεγεθών u_1 , i_0 , ϕ_0 , e_1 , e_2 και u_2 ενώ το σχήμα 19.2β(β) το διανυσματικό διάγραμμα των ενεργών τιμών των μεγεθών αυτών.



Σχ. 19.2β



$\Sigma\chi \cdot 19.2\beta$.

Από τις (5) και (7) διαπιστώνομε ότι, ανεξάρτητα από τη φάση τους, ο λόγος των στιγμιαίων τιμών των τάσεων και των ηλεκτρεγερτικών δυνάμεων είναι ίσος με το λόγο του αριθμού των σπειρών των αντιστοίχων τυλιγμάτων.

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (9)$$

Εφόσον η (9) ισχύει για οποιεσδήποτε στιγμιαίες τιμές, ισχύει και για τις μέγιστες τιμές, E_{1m} , E_{2m} , U_{1m} , U_{2m} και επομένως και για τις αντίστοιχες ενεργές τιμές, που προκύπτουν από τις μέγιστες τιμές όταν διαιρεθούν με $\sqrt{2}$:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad (10)$$

Ο λόγος των σπειρών του πρωτεύοντος πηνίου n_1 προς το λόγο των σπειρών του δευτερεύοντος πηνίου n_2 , ονομάζεται **λόγος (ή σχέση) μετασχηματισμού** λ_μ .

$$\lambda_\mu = \frac{n_1}{n_2} \quad (11)$$

Αν ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ είναι μεγαλύτερος της μονάδας δηλαδή $n_1 > n_2$, τότε έχουμε $U_1 > U_2$. Παρατηρούμε ότι ο μετασχηματιστής υποβιβάζει την τάση και ονομάζεται **μετασχηματιστής υποβιβασμού**.

Αντίθετα, αν ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ είναι μικρότερος της μονάδας, δηλαδή $n_1 < n_2$, τότε είναι $U_1 < U_2$. Έχουμε δηλαδή μια ανύψωση της τάσεως και ο μετασχηματιστής αυτός ονομάζεται **ανυψωτής ή μετασχηματιστής ανυψώσεως**.

Λειτουργία υπό φορτίο.

Όταν κλείσομε το διακόπτη Δ στο σχήμα 19.2α συνδέεται ο καταναλωτής Z_2 στο κύκλωμα του δευτερεύοντος και ρέει μέσα από αυτό ορισμένο ρεύμα I_2 . Αυτό έχει σαν συνέπεια να δημιουργηθεί μαγνητική ροή στο δευτερεύοντα αντίθετη από αυτήν του πρωτεύοντος η οποία τείνει να μειώσει τη φάση φ_1 και την επαγόμενη στο πρωτεύοντα ηλεκτρεγερτική δύναμη e_1 .

Η e_1 όμως πρέπει κάθε στιγμή να είναι ίση και αντίθετη με την τάση u_1 που έχει εφαρμοσθεί στους ακροδέκτες 1-1'. Εφόσον δεχθήκαμε ότι η τάση αυτή δεν μεταβάλλεται, πρέπει επομένως και η e_1 να μη μεταβληθεί. Για να μη μεταβληθεί όμως η e_1 πρέπει να εξουδετερωθεί η μαγνητική ροή του δευτερεύοντος. Έτσι δημιουργείται στο πρωτεύοντα ένα πρόσθετο ρεύμα I_1 αντίθετο του ρεύματος I_2 που έχει τέτοια τιμή, ώστε η μαγνητική ροή που δημιουργεί, να εξουδετερώνει τη ροή του ρεύματος I_2 . Δηλαδή:

$$\frac{I_1 n_1}{R_m} = -\frac{I_2 n_2}{R_m} \quad (12)$$

$$\dot{I}_1 = I_2 \frac{n_2}{n_1} \quad (13)$$

Το σχήμα 19.2β(γ) δείχνει το διανυσματικό διάγραμμα των ενεργών τιμών των τάσεων και των ρευμάτων. Τό I_2 του δευτερεύοντος ορίζεται από την τάση U_2 και από το φορτίο Z_2 . Στο διάγραμμα έχουμε υποθέσει ότι το φορτίο είναι επαγωγικό, ώστε το ρεύμα I_2 έπεται της τάσεως U_2 κατά ορισμένη γωνία φ_2 . Το ρεύμα I_1 έχει αντίθετη διεύθυνση από το ρεύμα I_2 . Το ολικό ρεύμα I_1 που ρέει στο πρωτεύον προκύπτει από τη σύνθεση των ρευμάτων I_1' και I_0 .

Κάθε μετασχηματιστής είναι κατασκευσμένος για ορισμένη συχνότητα λειτουργίας και ορισμένη τάση και ένταση στο πρωτεύον και δευτερεύον, με τα οποία εξασφαλίζεται η συνεχής λειτουργία του μετασχηματιστή χωρίς κίνδυνο υπερθερμάνσεως των τυλιγμάτων του, όπως θα γνωρίσουμε αργότερα. Οι τιμές αυτές χαρακτηρίζουν τη λειτουργία του μετασχηματιστή υπό κανονικές συνθήκες και ονομάζονται **ονομαστικές τιμές**.

Το ρεύμα κενού I_0 του μετασχηματιστή αποτελεί συνήθως ένα μικρό ποσοστό της ονομαστικής τιμής του ρεύματος I_1 ($I_0 \approx \frac{I_1}{20}$). Ετσι μπορούμε να θέσουμε κατά προσέγγιση:

$$I_1 = I_1' \quad (14)$$

οπότε από την (13) προκύπτει:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\dot{n}_2}{\dot{n}_1} = \frac{1}{\lambda_\mu} \quad (15)$$

Από τις (10) και (15) παίρνομε:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} \quad (16)$$

Άρα το ρεύμα στο δευτερεύον μεγαλώνει όταν η δευτερεύουσα τάση μικράνει και αντίστροφα. Το γινόμενο όμως της τάσεως επί το ρεύμα παραμένει σταθερό. Ένα τύλιγμα λοιπόν χαμηλής τάσεως κατασκευάζεται με σύρμα μεγάλης διατομής, διότι διοχετεύει μεγάλο ρεύμα, ενώ ένα τύλιγμα υψηλής τάσεως κατασκευάζεται με σύρμα μικρής διατομής.

Από το διάγραμμα του σχήματος 19.2β(γ) βλέπομε ότι, επειδή το ρεύμα I_0 είναι μικρό συγκριτικά με το I_1 , η γωνία φ_2 είναι περίπου ίση με τη φ_1 , δηλαδή με τη διαφορά φάσεως μεταξύ τάσεως και ρεύματος στο πρωτεύον. Άρα:

$$\text{συν}\varphi_1 \approx \text{συν}\varphi_2 \quad (17)$$

Η ισχύς που προσφέρεται στο πρωτεύον είναι:

$$P_1 = U_1 I_1 \text{ συν}\varphi_1 \quad (18)$$

και η ισχύς που αποδίδεται στους καταναλωτές από το δευτερεύον:

$$P_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2 \quad (19)$$

Από τις (18) και (19) προκύπτει με τις (16) και (17):

$$P_1 \approx P_2 \quad (20)$$

Η ισχύς που προσλαμβάνει ο μετασχηματιστής στο πρωτεύον είναι ίση με την ισχύ που αποδίδει στο δευτερεύον.

Οι σχέσεις (16), (17) και (20) ισχύουν ακριβώς για τον **ιδανικό μετασχηματιστή**, στον οποίο δεν παρουσιάζονται απώλειες και η μαγνητική διαπερατότητα μη είναι άπειρη, με αποτέλεσμα το ρεύμα κενού I_0 να είναι μηδέν. Στους πραγματικούς μετασχηματιστές οι σχέσεις αυτές ισχύουν με μεγάλη προσέγγιση ανάλογα με τις απώλειες που παρουσιάζονται και με την τιμή του μη. Ένας μετασχηματιστής χαρακτηρίζεται από τη φαινόμενη ισχύ σε kVA, που αποδίδει όταν λειτουργεί με τις ονομαστικές τιμές τάσεως, εντάσεως, συχνότητας (ονομαστική ισχύς), από την ονομαστική τάση στο πρωτεύον, την ονομαστική τάση στο δευτερεύον και από την ονομαστική συχνότητα.

Π.χ. ο συμβολισμός 5 kVA, 220/500 V, 50 Hz σημαίνει ότι ο μετασχηματιστής αποδίδει φαινόμενη ισχύ 5 kVA, η ονομαστική τιμή της τάσεως στο πρωτεύον είναι 220 V, στο δευτερεύον 500 V, και η ονομαστική συχνότητα είναι 50 Hz.

Η συνολική φαινόμενη αντίσταση που προβάλλει ο μετασχηματιστής στην πηγή τροφοδοτήσεως ονομάζεται **φαινόμενη αντίσταση εισόδου Z_1** του μετασχηματιστή καὶ είναι:

$$Z_1 = \frac{E_1}{I_1} = \frac{U_1}{I_1} \quad (21)$$

Η φαινόμενη αντίσταση που εμφανίζεται στους ακροδέκτες του δευτερεύοντος ονομάζεται **φαινόμενη αντίσταση εξόδου Z_2** και είναι:

$$Z_2 = \frac{E_2}{I_2} = \frac{U_2}{I_2} \quad (22)$$

Από τις εξισώσεις (5), (6) και (7) προκύπτει:

$$Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 \quad (23)$$

Η σχέση αυτή διευκολύνει τη μελέτη της συμπεριφοράς του μετασχηματιστή και οδηγεί σε απλές λύσεις διαφόρων προβλημάτων.

Αριθμητικά παραδείγματα.

Παράδειγμα 1.

Στο πρωτεύον ενός μονοφασικού μετασχηματιστή, εφαρμόζεται εναλλασσό-

μενη τάση ενεργού τιμής $U_1 = 8,67 \text{ kV}$.

Στα άκρα του δευτερεύοντος λαμβάνομε τάση ενεργού τιμής $U_2 = 100 \text{ V}$. Το βολτόμετρο που είναι συνδεμένο στα άκρα του δευτερεύοντος δείχνει σε κάποια στιγμή ότι η τάση ανέβηκε σε $U_2 = 105 \text{ V}$. Να βρεθεί η τάση που εφαρμόσθηκε στο πρωτεύον.

Λύση.

$$\lambda_{\mu} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{8670}{100} = 86,7$$

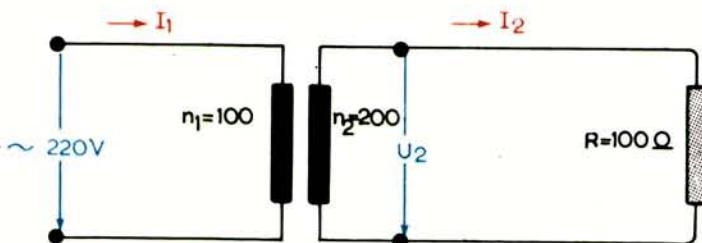
$$U_1 = \lambda_{\mu} \cdot U_2 = 86,7 \cdot 105 = 9103 \text{ V}$$

$$U_1 = 9,103 \text{ kV}$$

Παράδειγμα 2.

Ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος ενός ιδανικού μονοφασικού μετασχηματιστή είναι $n_1 = 100$ και του δευτερεύοντος $n_2 = 200$. Το πρωτεύον συνδέεται με ένα δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος ενεργού τιμής της τάσεως $U_1 = 220 \text{ V}$. Να βρεθούν:

- a) Ο λόγος μετασχηματισμού.
- β) Η ενεργός τιμή της τάσεως στο δευτερεύον U_2 .
- γ) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_2 όταν στο δευτερεύον συνδέεται ένας ωμικός καταναλωτής $R = 100 \Omega$ (σχ. 19.2γ).



Σχ. 19.2γ.

- δ) Η πραγματική ισχύς P_1 που παρέχει το δίκτυο του εναλλασσόμενου ρεύματος.

Λύση.

$$a) \quad \lambda_{\mu} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{100}{200} = 0,5$$

$$\lambda_{\mu} = \frac{1}{2}$$

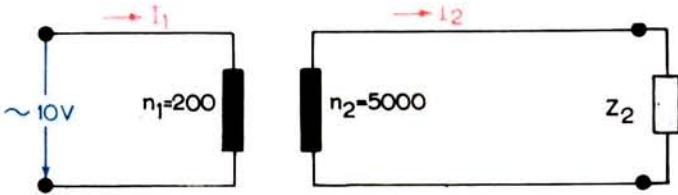
$$\beta) \frac{U_1}{U_2} = \lambda_{\mu} \quad U_2 = \frac{U_1}{\lambda_{\mu}} = \frac{220}{0,5} = 440 \text{ V} \quad \underline{\underline{U_2 = 440 \text{ V}}}$$

$$\gamma) \quad I_2 = \frac{U_2}{R} = \frac{440}{100} = 4,4 \text{ A} \quad \underline{\underline{I_2 = 4,4 \text{ A}}}$$

$$P_1 = P_2 = U_2 I_2 = 440 \cdot 4,4 = 1936 \text{ W} \quad \underline{\underline{P_1 = 1936 \text{ W}}}$$

Παράδειγμα 3.

Ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος ενός μονοφασικού μετασχηματιστή είναι $n_1 = 200$ και του δευτερεύοντος $n_2 = 5000$. Στο πρωτεύον τον εφαρμόζε-



Σχ. 19.2δ.

ται εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $U_1 = 10 \text{ V}$ (σχ. 19.2δ). Η συνολική φαινόμενη αντίσταση του δευτερεύοντος είναι $Z_2 = 100 \text{ k}\Omega$. Να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_2 .
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_1 .

Λύση.

$$\lambda_{\mu} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{260}{5000} = 0,04$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\lambda_{\mu}} = \frac{10}{0,04} = 250 \text{ V}$$

$$\text{a)} \quad I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = \frac{250}{100} \cdot 10^{-3} = 2,5 \quad \underline{\underline{I_2 = 2,5 \text{ mA}}}$$

$$\beta) \quad I_1 = \frac{U_1}{Z_1} \quad Z_1 = \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 Z_2 = 160 \Omega$$

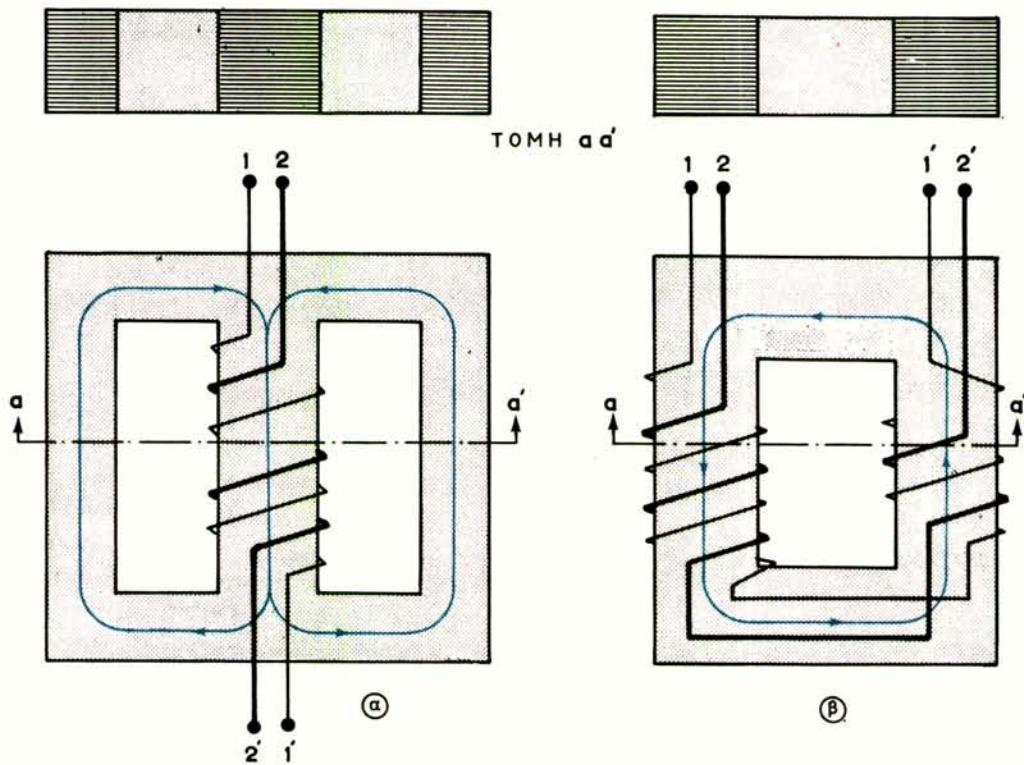
$$I_1 = \frac{10}{160} = 62,5 \text{ mA}$$

$$\underline{I_1 = 62,5 \text{ mA}}$$

$$\checkmark I_1 = \frac{I_2}{\lambda_\mu} = \frac{2,5}{0,04} = 62,5 \text{ mA}$$

β) Τύποι μονοφασικών μετασχηματιστών.

Οι σπουδαιότεροι τύποι μονοφασικών μετασχηματιστών είναι δύο: ο **μετασχηματιστής μανδύα** και ο **μετασχηματιστής πλαισίου**. Στο σχήμα 19.2ε(α) παριστάνεται ένας μετασχηματιστής τύπου **μανδύα**, στον οποίο και τα δύο τυλίγματα είναι τοποθετημένα στη μεσαία στήλη. Οι ακροδέκτες 1-1' είναι οι ακροδέκτες του πρωτεύοντος, ενώ οι ακροδέκτες 2-2' είναι του δευτερεύοντος.



Σχ. 19.2ε.

Στο σχήμα 19.2ε(β) παριστάνεται ένας μετασχηματιστής τύπου **πλαισίου**, στον οποίο τα τυλίγματα είναι τοποθετημένα και στις δύο στήλες. Οι α-

κροδέκτες 1-1' είναι του πρωτεύοντος, ενώ οι 2-2' του δευτερεύοντος.

Τα τυλίγματα κατασκευάζονται από μονωμένους χάλκινους αγωγούς που τυλίγονται σπειρωτά σε πολλές στρώσεις επάνω σε φόρμες (καλούπια) από μονωτικό χαρτόνι. Ή φόρμα έχει στο εσωτερικό της κατάλληλο άνοιγμα μέσα στο οποίο τοποθετείται κατά τη συναρμολόγηση του πυρήνα, όπως θα δούμε στη συνέχεια, η στήλη που φέρει το τύλιγμα.

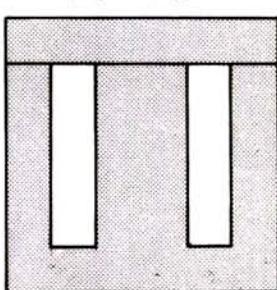
Πάνω από το πρώτο τύλιγμα της φόρμας, τυλίγεται το δεύτερο, ανεξάρτητο τύλιγμα. Μεταξύ τους παρεμβάλλεται μόνωση, ανάλογη με τις τάσεις τους. Κοντά στον πυρήνα τοποθετείται το τύλιγμα με τη μεγαλύτερη διατομή αγωγού.

Ο διαχωρισμός των δύο τυλιγμάτων (πρωτεύον-δευτερεύον) για συνηθισμένες τάσεις, γίνεται με μονωτικό χαρτί πάχους 1 mm. Στη μόνωση, από στρώση σε στρώση, χρησιμοποιείται επίσης μονωτικό χαρτί αλλά λεπτότερο (0,015 ως 0,3 mm) ανάλογα με τη διάμετρο του σύρματος των πηνίων.

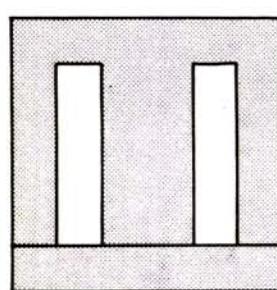
Οπώς δείχνει το σχήμα 19.2ε στους απλούς μονοφασικούς μετασχηματιστές υπάρχουν δύο ακροδέκτες που αποτελούν τα άκρα του πρωτεύοντος τυλιγματος, όπου εφαρμόζεται η τάση της πηγής ή του δικτύου, και δύο ακροδέκτες που αποτελούν τα άκρα του δευτερεύοντος τυλιγματος, όπου συνδέονται οι καταναλωτές. Πάνω σε κάθε μετασχηματιστή υπάρχει κατάλληλη σήμανση για τη διάκριση των τυλιγμάτων.

Ο πυρήνας ενός μετασχηματιστή συναρμολογείται από σιδερελάσματα πάχους 0,3 ως 0,5 mm, που τοποθετούνται το ένα δίπλα στο άλλο και κατόπιν συσφίγγονται με βίδες.

Στον πυρήνα μανδύα τα ελάσματα κόβονται σε σχήμα **E** και **I**. Το μεσαίο σκέλος του ελάσματος **E** έχει πλάτος διπλάσιο από τα πλαινά και τοποθετείται στο άνοιγμα της φόρμας, ώστε το πηνίο (τύλιγμα) να περιβάλλει το σκέλος αυτό. Από ελάσματα **E** σχηματίζονται οι τρεις στήλες του μετασχηματιστή με το τύλιγμα στη μεσαία στήλη. Κάθε έλασμα **E** συμπληρώνεται με ένα έλασμα **I**, ώστε να σχηματισθεί η κλειστή διαδρομή **B** για τη μαγνητική ροή. Το κατακόρυφο τμήμα των ελασμάτων **E** και τα ελάσματα **I** σχηματίζουν τα δύο ζυγώματα του πυρήνα (σχ. 19.2στ.).



(a)

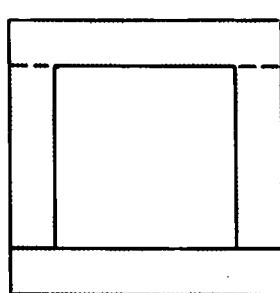


(b)

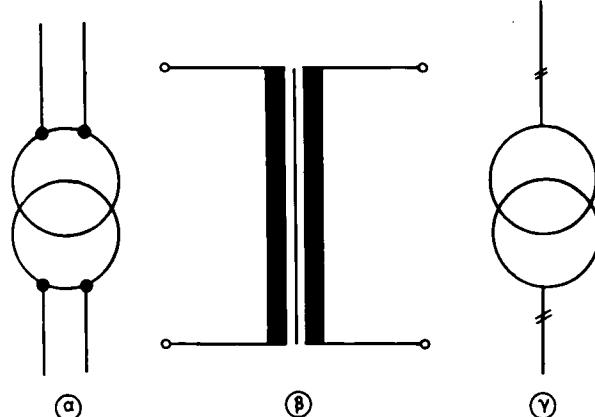
Σχ. 19.2στ.

Τα ελάσματα **E** και **I** δεν τοποθετούνται όλα στην ίδια κατεύθυνση, αλλά εναλλακτικά, ένα ελασμα **E** και ένα **I** στην κατεύθυνση **EI** [σχ. 19.2στ(α)], το επόμενο ζεύγος **E,I** στην αντίθετη κατεύθυνση **IE** [σχ. 19.2στ(β)] κ.ο.κ. Με τον τρόπο αυτό οι αρμοί μεταξύ ενός ελάσματος **E** και του αντίστοιχου του **I** επικαλύπτονται από το συμπαγές κατακόρυφο τμήμα του επόμενου **E**. Ετσι αυξάνεται η μηχανική αντοχή της κατασκευής και διαμοιράζεται η μαγνητική αντίσταση του αέρα, που παρουσιάζεται στους αρμούς, στα δύο ζυγώματα.

Στον **πυρήνα πλαισίου** τα ελάσματα κόβονται σε σχήμα **P** και **I**. Κάθε έλασμα **P** τοποθετείται στις δύο φόρμες των πηνίων (τυλιγμάτων) και κλείνεται με το έλασμα **I** ώστε να σχηματισθεί η κλειστή διαδρομή **□** (σχ. 19.2ζ). Όπως σπουδαία, τα ελάσματα τοποθετούνται εναλλακτικά σε αντίθετες κατεύθυνσεις. (Ένα ζεύγος σε κατεύθυνση **□**, το επόμενο σε κατεύθυνση **□** κ.ο.κ). Αντί ελασμάτων **P**, **I**, χρησιμοποιούνται επίσης ελάσματα **L**, που σχηματίζουν το πλαίσιο **□**.



Σχ. 19.2ζ.



Σχ. 19.2η.

Το υλικό των ελασμάτων είναι κράμα σιδήρου με περιεκτικότητα σε πυρίτιο 0,25 ως 4,5% και ειδικές απώλειες – που θα γνωρίσουμε στην επόμενη παράγραφο – γύρω στα 1,6 W/kg για μαγνητική επαγωγή $B = 1 \text{ Vs/m}^2$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$.

Στα ηλεκτρολογικά σχέδια ο μονοφασικός μετασχηματιστής παριστάνεται, όπως δείχνει το σχήμα 19.2η.

γ) Απώλειες στους μετασχηματιστές.

Στην πραγματικότητα δεν είναι δυνατόν να κατασκευασθεί ένας ιδανικός μετασχηματιστής χωρίς απώλειες. Την παραδοχή ότι ο βαθμός αποδόσεως ενός μετασχηματιστή είναι 100% την κάναμε για να διευκολυνθούμε στους υπολο-

γισμούς μας και να καταλήξουμε σύντομα σε ορισμένες απλές εξισώσεις, που δίνουν αποτελέσματα με πολύ μικρό σφάλμα. Ο βαθμός αποδόσεως ενός μετασχηματιστή δεν είναι 100%, όμως είναι πάρα πολύ μεγάλος, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Οι κύριες απώλειες ενός μετασχηματιστή είναι:

- *Οι απώλειες στο σιδηροπυρήνα P_{Fe} .*
- *Οι απώλειες στο χαλκό των πηνίων P_{Cu} .*

Απώλειες στο σιδηροπυρήνα.

Οι απώλειες στο σιδηροπυρήνα διακρίνονται:

- α) Σε απώλειες δινορευμάτων και
- β) σε απώλειες υστερήσεως.

Τα **δινορεύματα** είναι παρασιτικά ρεύματα, που δημιουργούνται στον πυρήνα εξ επαγωγής λόγω της μεταβαλλόμενης μαγνητικής ροής. Αποτέλεσμά τους είναι η απώλεια ενέργειας της πηγής ή του δικτύου, η οποία μετατρέπεται σε θερμότητα. Οι απώλειες δινορευμάτων αυξάνονται με το τετράγωνο της συχνότητας f , της μαγνητικής επαγωγής B και του πάχους των ελασμάτων.

Για να περιορίσουμε τις απώλειες δινορευμάτων κατασκευάζουμε τον πυρήνα από λεπτά ελάσματα, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, με πάχος 0,3 ως 0,5 mm, που μονώνονται μεταξύ τους με βερνίκι ή με στρώμα οξειδίου, ύστερα από χημική επεξεργασία.

Οι **απώλειες υστερήσεως** οφείλονται στη συνεχή μαγνήτιση και απομαγνήτιση του πυρήνα [όπως μάθαμε στην παράγραφο 9.3(β)], που έχει σαν αποτέλεσμα ορισμένη ενέργεια της πηγής τροφοδοτήσεως να μετατρέπεται σε θερμότητα. Οι απώλειες υστερήσεως είναι ανάλογες του εμβαδού του βρόχου υστερήσεως των ελασμάτων. Για να τις μειώσουμε χρησιμοποιούμε ελάσματα με στενό βρόχο υστερήσεως.

Οι απώλειες στο σιδηροπυρήνα υπολογίζονται σε Watt ανά kg βάρους (κιλοπόντ:kP) του πυρήνα: W/kP.

Απώλειες στο χαλκό των τυλιγμάτων.

Οι απώλειες στο χαλκό των τυλιγμάτων P_{Cu} είναι οι ωμικές απώλειες που εμφανίζονται υπό μορφή θερμότητας στα χάλκινα πηνία (πρωτεύον, δευτερεύον), όταν διαρρέονται από ρεύμα.

Αν η ωμική αντίσταση του πρωτεύοντος τυλίγματος είναι R_1 και η ωμική αντίσταση του δευτερεύοντος είναι R_2 , τότε οι απώλειες ισχύος στο χαλκό είναι:

$$P_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 \quad (W) \quad (1)$$

όπου I_1 και I_2 οι ενεργές τιμές των ρευμάτων στο πρωτεύον και δευτερεύον.

Οι απώλειες ενέργειας στο χαλκό σε διάστημα t είναι:

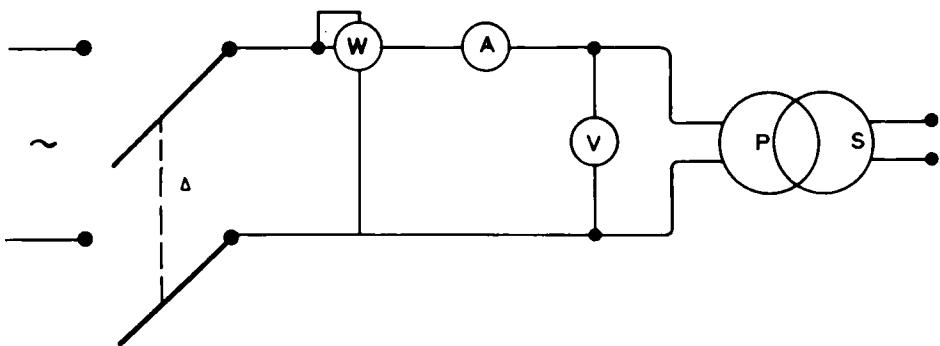
$$A_{cu} = I_1^2 R_1 t + I_2^2 R_2 t \quad (J)$$

Πειραματικός προσδιορισμός των απώλειών.

Οι απώλειες στο σιδηροπυρήνα και στο χαλκό των τυλιγμάτων μπορούν εύκολα να προσδιορισθούν πειραματικά ως εξής:

Απώλειες σιδήρου.

Αφήνομε το μετασχηματιστή να λειτουργεί σε κενό, όπως φαίνεται στο σχήμα 19.2θ, κλείνοντας το διακόπτη Δ .



Σχ. 19.2θ.

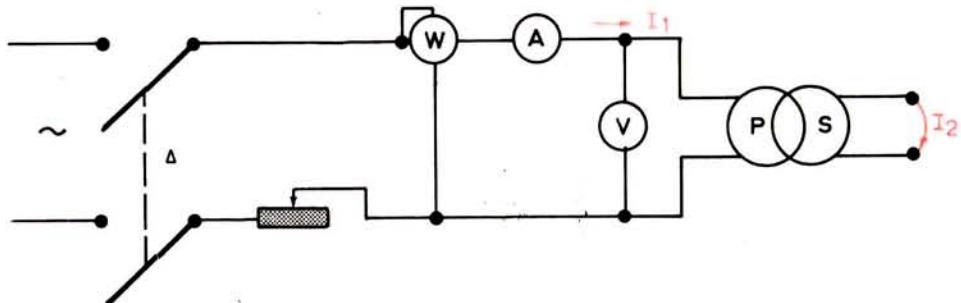
Εφόσον το δευτερεύον είναι ανοικτό, απώλειες χαλκού δεν υπάρχουν ουσιαστικά, γιατί το ρεύμα I_2 είναι μηδέν και το ρεύμα I_0 στο πρωτεύον είναι πολύ μικρό. Άρα το βαττόμετρο W που είναι συνδεμένο στο πρωτεύον δίνει αμέσως την ισχύ των σιδηραπωλειών σε (W) ενώ το αμπερόμετρο A δείχνει το ρεύμα κενού I_0 .

Απώλειες χαλκού.

Οι απώλειες χαλκού είναι ανάλογες του τετραγώνου των ρευμάτων I_1 και I_2 , που ρέουν κατά τη λειτουργία υπό φορτίο στο πρωτεύον και δευτερεύον, όπως φαίνεται από την εξίσωση (1). Για να τις προσδιορίσουμε βραχυκυκλώνομε το δευτερεύον και εφαρμόζομε στο πρωτεύον, μέσω ενός ροοστάτη, μια δοκιμαστική τάση. Την τάση αυτή αυξάνομε με τη βοήθεια του ροοστάτη από την τιμή μηδέν μέχρι την τιμή U_K , στην οποία αναπτύσσονται στο πρωτεύον και δευτερεύον αντίστοιχα τα ρεύματα I_1 και I_2 της ονομαστικής φορτίσεως (σχ. 19.2ι).

Η τάση U_K ονομάζεται **τάση βραχυκυκλώσεως** και είναι συνήθως ίση με 2 ως 5% της ονομαστικής τάσεως του πρωτεύοντος. Εφόσον η τάση στο δευτερεύον τύλιγμα είναι μηδέν, έπειτα ότι και η επαγόμενη ηλεκτρεγερτική δύναμη E_2 είναι μηδέν (γιατί $E_2 = U_2$) και ότι η μαγνητική ροή που διαρρέει τον πυρή-

να και δημιουργεί την E_2 είναι αμελητέα. Άρα οι απώλειες σιδήρου, που οφείλονται στη μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή, είναι επίσης αμελητέες και πάρα μένουν μόνο οι απώλειες χαλκού P_{Cu} . Τις απώλειες αυτές δείχνει άμεσα το βαττόμετρο που είναι συνδεμένο στο πρωτεύον τύλιγμα (σχ. 19.2ι).



Σχ. 19.2ι.

δ) Βαθμός αποδόσεως μετασχηματιστών.

Ο βαθμός αποδόσεως η ενός μετασχηματιστή είναι ο λόγος της πραγματικής ισχύος που αποδίδεται στους καταναλωτές από το δευτερεύον τύλιγμα (πηνίο): $P_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$, προς τη συνολική πραγματική ισχύ που απορροφά το πρωτεύον από το δίκτυο ή την πηγή: $P_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1$. Δηλαδή:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \sin \varphi_2}{U_1 I_1 \sin \varphi_1} = \frac{U_2 I_2 \sin \varphi_2}{U_2 I_2 \sin \varphi_2 + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

Η απόδοση του μετασχηματιστή επηρεάζεται, όπως βλέπομε από το μέγεθος φορτίσεως του μετασχηματιστή και από το συντελεστή ισχύος. Συνηθισμένες τιμές βαθμών αποδόσεως η είναι:

Για μικρούς μετασχηματιστές: 90%.

Για ισχύ μέχρι 10 kVA: 95%.

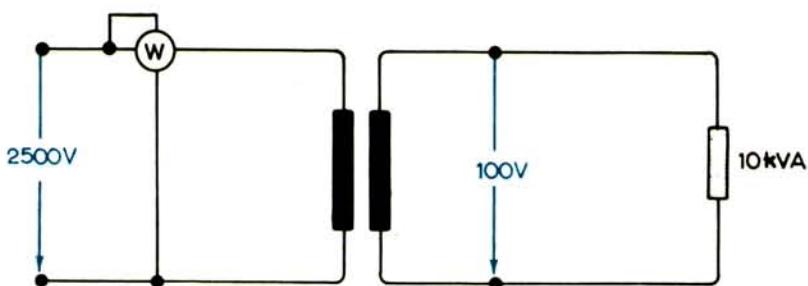
Για ισχύ μεγαλύτερη από 10 kVA π.χ. σε τριφασικούς μετασχηματιστές, που θα γνωρίσομε στη συνέχεια: 96-99%.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Σε ένα μονοφασικό μετασχηματιστή, ισχύος $P_{\varphi_2} = 10 \text{ kVA}$, εφαρμόζεται στα άκρα του πρωτεύοντος εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U_1 = 2500 \text{ V}$. Η ενεργός τιμή της τάσεως που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος είναι $U_2 = 100 \text{ V}$ (σχ. 19.2ια). Όταν ο μετασχηματιστής εργάζεται σε κενό, το βαττόμετρο που είναι συνδεμένο στο πρωτεύον δείχνει 50 W και όταν εργάζεται σε βραχυκύλωση δείχνει 200 W.

Ο συντελεστής ισχύος είναι $\sin \varphi_1 = \sin \varphi_2 = 0,8$.

Να βρεθεί ο βαθμός αποδόσεως του μετασχηματιστή.



Σχ. 19.2ia.

Λύση.

Όταν ο μετασχηματιστής εργάζεται σε κενό τότε το βαττόμετρο, όπως προαναφέραμε, δείχνει τις απώλειες σιδήρου, άρα $P_{Fe} = 50 \text{ W}$, ενώ όταν εργάζεται σε βραχυκύκλωση το βαττόμετρο δείχνει μόνο τις απώλειες χαλκού. Άρα: $P_{Cu} = 200 \text{ W}$.

$$P_2 = P_{\varphi_2} \text{ συν} \varphi_2 = 10 \cdot 0,8 = 8 \text{ kW}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{8000}{8000 + 50 + 200} = \frac{8000}{8250} = 0,9696$$

$\eta \approx 97\%$

ε) Θερμοκρασία λειτουργίας και ψύξη μετασχηματιστών.

Όταν ένας μετασχηματιστής τεθεί σε λειτουργία, αρχίζει να αυξάνεται η θερμοκρασία των διαφόρων τμημάτων του λόγω των απωλειών που εμφανίζονται στο σιδηροπυρήνα και τα τυλίγματα. Η αύξηση της θερμοκρασίας σταματά, όταν η θερμότητα που παράγεται μεταφέρεται (ή απάγεται) στο περιβάλλον, οπότε λέμε ότι επικρατεί «θερμική ισορροπία».

Η διαφορά μεταξύ της τελικής θερμοκρασίας υπό λειτουργία και της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, ορίζει την υπερθέρμαση κάθε τμήματος του μετασχηματιστή.

Ιδιαίτερη σημασία έχει η υπερθέρμανση του μονωτικού υλικού που χρησιμοποιείται στο μετασχηματιστή για τη μόνωση των τυλίγμάτων του. Το υλικό αυτό μπορεί να αντέξει, ανάλογα με το είδος του, σε ορισμένη θερμοκρασία λειτουργίας, πάνω από την οποία καταστρέφεται.

Σε κοινούς μετασχηματιστές π.χ. η επιτρεπόμενη υπερθέρμανση στα θερμότερα σημεία του τυλίγματος ανέρχεται σε 45 ως 50°C, για θερμοκρασία περιβάλλοντος 35 ως 40°C.

Για να μην ξεπερνά η θερμοκρασία τα όρια αντοχής των μονωτικών πρέπει

ο μετασχηματιστής να ψύχεται κατάλληλα. Ανάλογα με τον τρόπο ψύξεως διακρίνομε τους μετασχηματιστές:

- α) Σε αερόψυκτους ή ξηρούς μετασχηματιστές και
- β) σε ελαιόψυκτους ή μετασχηματιστές λαδιού.

Στους αερόψυκτους μετασχηματιστές η θερμοκρασία ακτινοβολείται κατευθείαν στο περιβάλλον από τα διάφορα τμήματα του μετασχηματιστή και παραλαμβάνεται από το γύρω ατμοσφαιρικό αέρα. Τέτοιοι μετασχηματιστές κατασκευάζονται για μικρές ονομαστικές ισχείς, μέχρι 10 kVA περίπου.

Για μεγάλες ονομαστικές ισχείς κατασκευάζονται αποκλειστικά **ελαιόψυκτοι μετασχηματιστές**. Ο μετασχηματιστής τοποθετείται σε ένα σιδερένιο δοχείο, που γεμίζεται με ειδικό μονωτικό λάδι (λάδι μετασχηματιστή). Η θερμότητα που εκλύεται στο μετασχηματιστή παραλαμβάνεται από το λάδι και μεταφέρεται στα τοιχώματα του δοχείου. Τα τοιχώματα αυτά είναι εφοδιασμένα με πτερύγια, που αυξάνουν την εξωτερική επιφάνεια του δοχείου και εξασφαλίζουν τη μεταφορά στο γύρω αέρα της θερμότητας που δημιουργείται.

Όταν η φυσική μεταφορά της θερμότητας από το μετασχηματιστή στον ατμοσφαιρικό αέρα, μέσω του λαδιού, δεν επαρκεί, ενισχύεται η ψύξη με μία αντλία, που αναγκάζει το λάδι να κυκλοφορεί στο δοχείο και να περνά από ψυκτικούς θάλαμους, όπου αποδίδει τη θερμότητά του.

19.3 Τριφασικοί μετασχηματιστές.

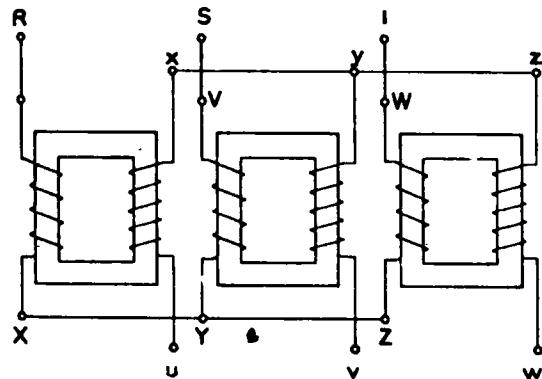
a) Κατασκευή και αρχή λειτουργίας.

Για να μετασχηματίσουμε τις τάσεις ενός τριφασικού δικτύου είναι δυνατό να χρησιμοποιήσουμε 3 όμοιους μονοφασικούς μετασχηματιστές, που τα πρωτεύοντα και δευτερεύοντα τυλίγματά τους είναι συνδεμένα μεταξύ τους κατά αστέρα ή τρίγωνο. Το σχήμα 19.3α δείχνει τη σύνδεση κατά αστέρα, όπου UX, VY, WZ είναι τα πρωτεύοντα τυλίγματα και ux, vy, wz τα δευτερεύοντα.

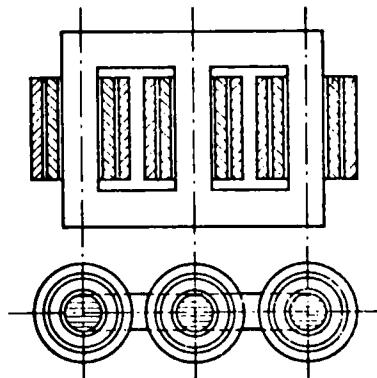
Όπως όμως στα τριφασικά συστήματα συνδέονται οι 3 φάσεις σχηματίζοντας αλληλένδετα συστήματα, έτσι και εδώ είναι δυνατό να «συνδεθούν» οι 3 μονοφασικοί μετασχηματιστές και να σχηματίσουν ένα **τριφασικό μετασχηματιστή**. Αποτέλεσμα είναι η εξοικονόμηση σιδήρου και η δημιουργία μιας φθηνότερης συμπαγούς κατασκευής.

Ο πυρήνας ενός τριφασικού μετασχηματιστή περιλαμβάνει 3 στήλες, τοποθετημένες συνήθως στο ίδιο επίπεδο, που συνδέονται με δύο ζυγώματα. Σε κάθε στήλη είναι τοποθετημένο το πρωτεύον και το δευτερεύον τύλιγμα μιας φάσεως (σχ. 19.3β).

Η αρχή λειτουργίας του τριφασικού μετασχηματιστή είναι ίδια με αυτή ενός μονοφασικού μετασχηματιστή. Ετσι ισχύουν βασικά και για τον τριφασικό μετασχηματιστή όσα αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο για το μετασχηματισμό της τάσεως και του ρεύματος, για τις απώλειες, για το βαθμό αποδόσεως και τη θερμοκρασία του μονοφασικού μετασχηματιστή.



Σχ. 19.3α.

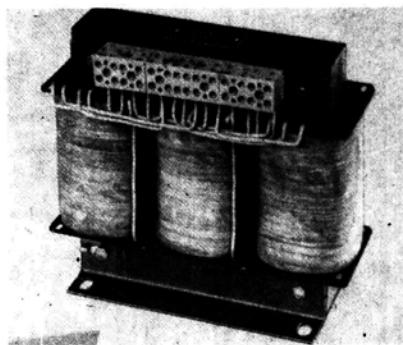


Σχ. 19.3β.

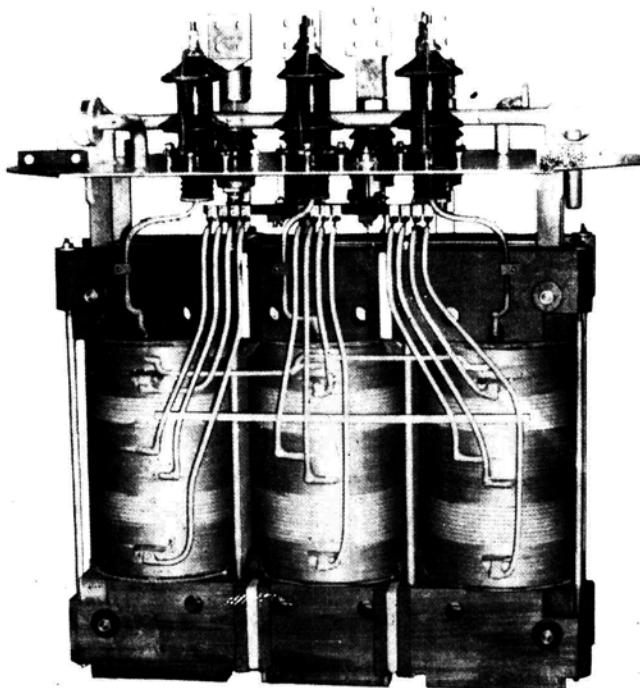
Το σχήμα 19.3γ δείχνει ένα αερόψυκτο τριφασικό μετασχηματιστή, μικρής ισχύος. Το σχήμα 19.3δ(α) δείχνει το εσωτερικό ελαιόψυκτου μετασχηματιστή και το σχήμα 19.3δ(β) ελαιόψυκτο τριφασικό μετασχηματιστή με το δοχείο του.

β) Σύνδεση των τυλιγμάτων.

Τα τρία πρωτεύοντα τυλίγματα και τα τρία δευτερεύοντα ενός τριφασικού μετασχηματιστή μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους ή κατά *αστέρα* ή κατά *τρίγωνο*.

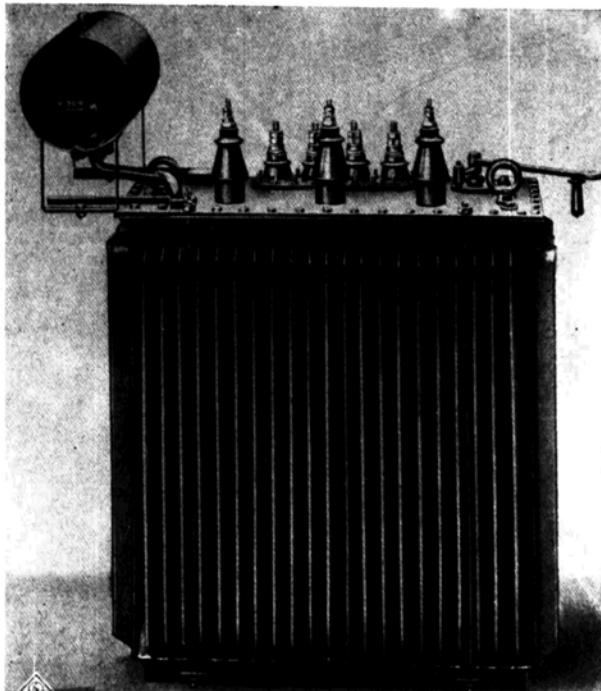


Σχ. 19.3γ.



ⓐ

Σχ. 19.3δ.



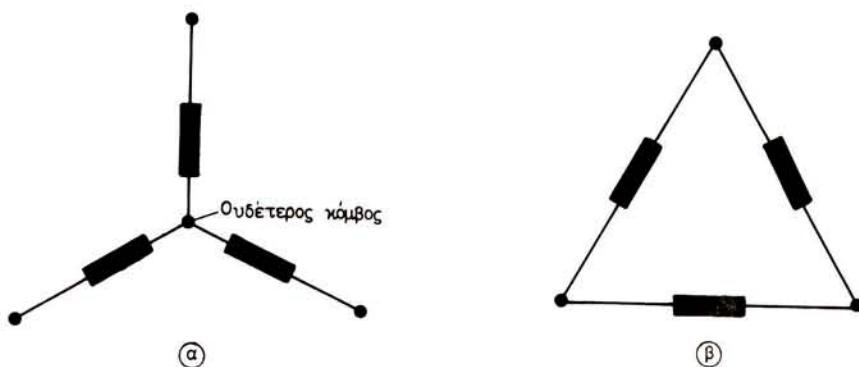
(B)

Σχ. 19.3δ.

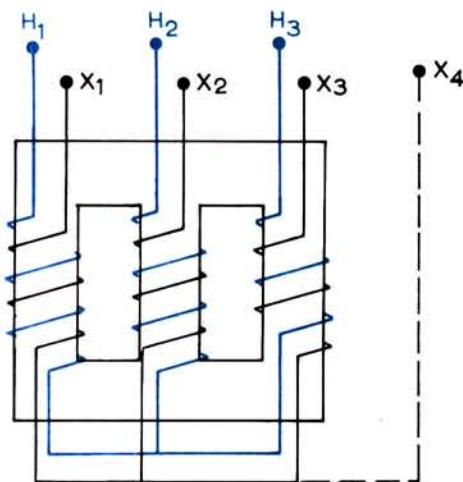
Στη σύνδεση κατά αστέρα, το ένα άκρο κάθε τυλίγματος ενώνεται σε ένα κοινό κόμβο, που ονομάζεται **ουδέτερος κόμβος** και το άλλο παραμένει ελεύθερο [σχ. 19.3ε(α)], ενώ στη σύνδεση κατά τρίγωνο και τα δύο άκρα των τυλιγμάτων είναι συνδεμένα μεταξύ τους, όπως δείχνει το σχήμα 19.3ε(β). Από το συνδυασμό αστέρα-τριγώνου στο πρωτεύον και δευτερεύον προκύπτουν διάφοροι τύποι συνδέσεων που εξυπηρετούν διαφορετικές ανάγκες, ανάλογα με τη χρήσή του μετασχηματιστή.

Επάνω σε κάθε τριφασικό μετασχηματιστή ο κατασκευαστής του αναγράφει πάντα τον τύπο της συνδέσεως των τυλιγμάτων του.

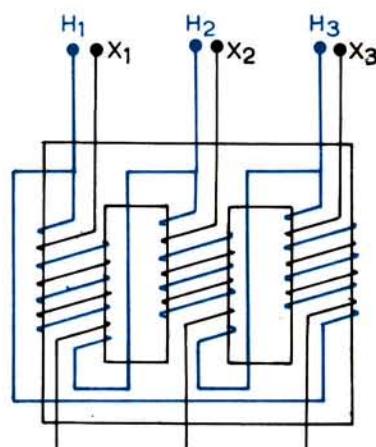
Η σύνδεση κατά τρίγωνο χαρακτηρίζεται με το γράμμα D, ενώ η σύνδεση κατά αστέρα με το γράμμα Y. Η ένδειξη π.χ. D/Y σε ένα τριφασικό μετασχηματιστή σημαίνει ότι το τύλιγμα της υψηλότερης τάσεώς του αποτελεί τρίγωνο, ενώ της χαμηλότερης αποτελεί αστέρα. Έτσι αν ένας τριφασικός μετασχη-



Σχ. 19.3ε.



Σύνδεση Y/Y.



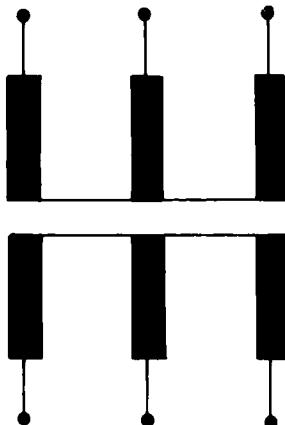
Σύνδεση D/Y.

Σχ. 19.3στ.

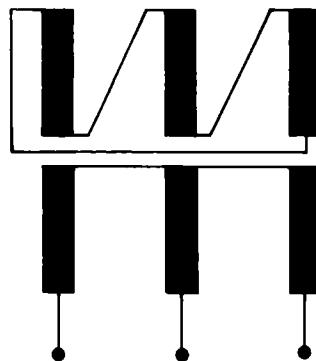
ματιστής που στο πρωτεύον του εφαρμόζεται πολική τάση 20 kV και στο δευτερεύον του εμφανίζεται πολική τάση 0,4 kV (20/0,4 kV), φέρει την ένδειξη D/Y, συμπεραίνομε ότι το τύλιγμα των 20 kV αποτελεί τρίγωνο, ενώ το τύλιγμα των 0,4 kV αποτελεί αστέρα. Η ένδειξη Y/Y σημαίνει ότι και τα δύο τυλίγματα (πρωτεύον-δευτερεύον) είναι συνδεμένα κατά αστέρα.

Στο σχήμα 19.3στ παριστάνονται οι συνδέσεις Y/Y και D/Y.

Στα ηλεκτρολογικά σχέδια οι συνδέσεις αυτές παριστάνονται όπως δείχνει το σχήμα 19.3ζ.



Σύνδεση Y/Y.



Σύνδεση D/Y.

Σχ. 19.3ζ.



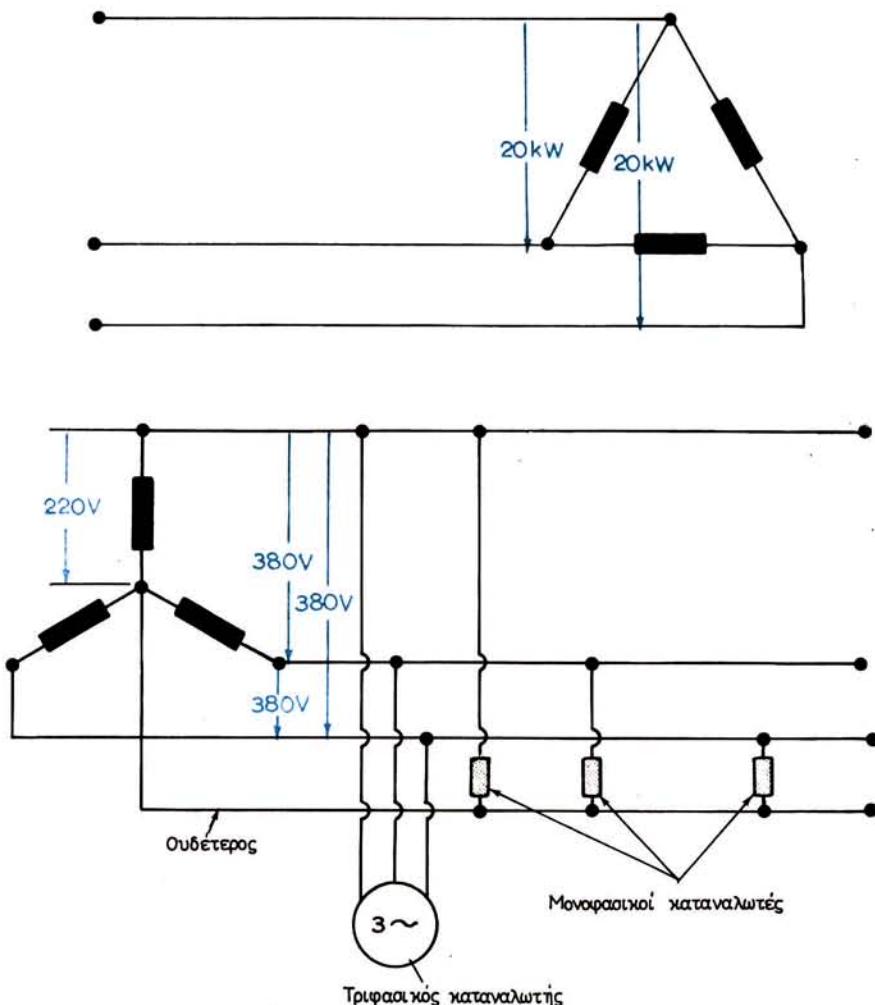
Σχ. 19.3η.

Στο σχήμα 19.3η εικονίζεται η μονογραμμική παράσταση ενός τριφασικού μετασχηματιστή.

Οι μετασχηματιστές που έχουν όμοια σύνδεση στο πρωτεύον και στο δευτερεύον, π.χ. αστέρα-αστέρα ή τρίγωνο-τρίγωνο, ονομάζονται «ομοιοσύνδετοι» ενώ αντίθετα, όταν έχουν ανόμοια σύνδεση, π.χ. αστέρα-τρίγωνο ή τρίγωνο-αστέρα, ονομάζονται «ανομοιοσύνδετοι». Η σύνδεση Y/Y είναι κατάλληλη για συμμετρική φόρτιση του μετασχηματιστή, ενώ η σύνδεση D/Y είναι κατάλληλη για μετασχηματιστές που τροφοδοτούν δίκτυα διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, στα οποία επικρατεί γενικά ασύμμετρη φόρτιση.

Το πρωτεύον του μετασχηματιστή, που είναι συνδεμένο κατά τρίγωνο, τροφοδοτείται π.χ. με τάση 15 ή 20 kV (πολική τάση) και στο δευτερεύον, που είναι συνδεμένο κατά αστέρα, λαμβάνεται π.χ. πολική τάση 380 V και η φασική τάση $380/\sqrt{3} = 220$ V. Με τη φασική αυτή τάση των 220 V τροφοδοτούνται σε ολόκληρο σχεδόν τον κόσμο οι οικιακοί καταναλωτές.

Στο σχήμα 19.3θ παριστάνεται σχηματικά ένας τέτοιος μετασχηματιστής που τροφοδοτεί μονοφασικούς και τριφασικούς καταναλωτές.



Σχ. 19.30.

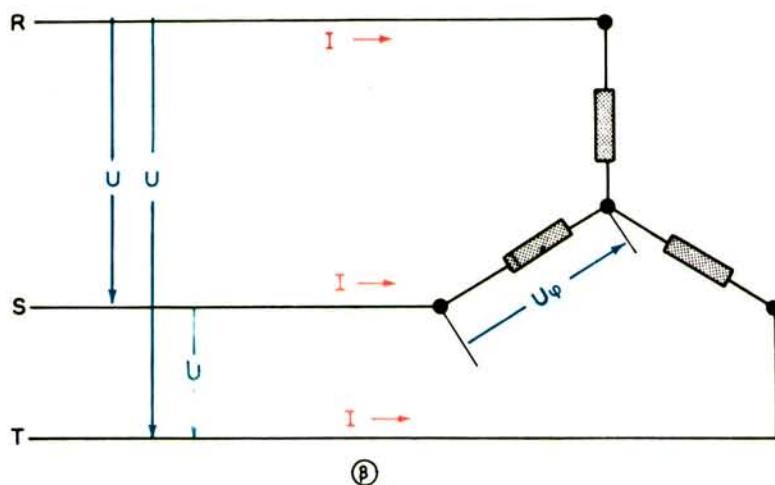
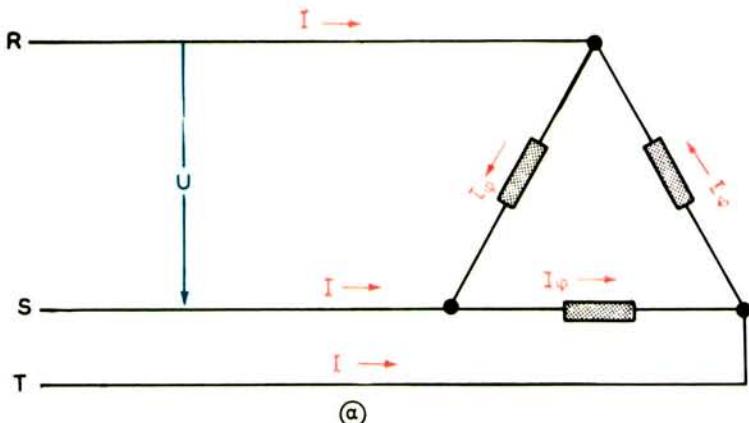
γ) Ισχύς τριφασικού μετασχηματιστή.

Όταν ένας τριφασικός μετασχηματιστής συνδέεται με ένα τριφασικό δίκτυο, διακρίνομε δύο περιπτώσεις:

- α) Το πρωτεύον τύλιγμα που συνδέεται με το δίκτυο αποτελεί τρίγωνο.
- β) Το πρωτεύον τύλιγμα που συνδέεται με το δίκτυο αποτελεί αστέρα.

Στα σχήματα 19.31(α,β) παριστάνονται γραφικά οι δύο συνδέσεις.

Στην **τριγωνική σύνδεση** η ενεργός τιμή της πολικής τάσεως U (τάση μεταξύ των αγωγών τροφοδοτήσεως του τριφασικού δικτύου) είναι ίση με τη φασική τάση U_ϕ (τάση στα άκρα κάθε τυλίγματος) και η ενεργός τιμή του ρεύματος



Σχ. 19.3.

της γραμμής I είναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερη από την ενεργό τιμή του φασικού ρεύματος I_ϕ (ρεύμα σε κάθε τύλιγμα). Δηλαδή έχομε:

$$I = \sqrt{3} I_\phi \quad (1)$$

Στην **αστεροειδή σύνδεση** το ρεύμα της γραμμής I είναι ίσο με το φασικό ρεύμα I_ϕ και η πολική τάση U είναι $\sqrt{3}$ φορές μεγαλύτερη από τη φασική τάση U_ϕ (τάση μεταξύ του ουδέτερου κόμβου και του άλλου άκρου ενός πηνίου). Δηλαδή είναι:

$$U = \sqrt{3} U_\phi \quad (2)$$

Σε συμμετρική φόρτιση του μετασχηματιστή, οι ισχείς που απορροφά το

πρωτεύον είναι:

$$\text{Φαινόμενη ισχύς: } P_{\phi} = \sqrt{3} \text{ UI} \quad (3)$$

$$\text{Πραγματική ισχύς: } P = \sqrt{3} \text{ UI συνφ} \quad (4)$$

$$\text{Άεργη ισχύς: } P_a = \sqrt{3} \text{ UI ημφ} \quad (5)$$

Αν χρησιμοποιήσουμε τα φασικά μεγέθη, δηλαδή την ενεργό τιμή της φασικής τάσεως U_{ϕ} και την ενεργό τιμή του φασικού ρεύματος I_{ϕ} , έχουμε π.χ. για την πραγματική ισχύ της πρώτης περιπτώσεως (τριγωνική σύνδεση):

$$P = \sqrt{3} \text{ UI συνφ} = \sqrt{3} U_{\phi} \sqrt{3} I_{\phi} \text{ συνφ} = 3 U_{\phi} I_{\phi} \text{ συνφ} \quad (6)$$

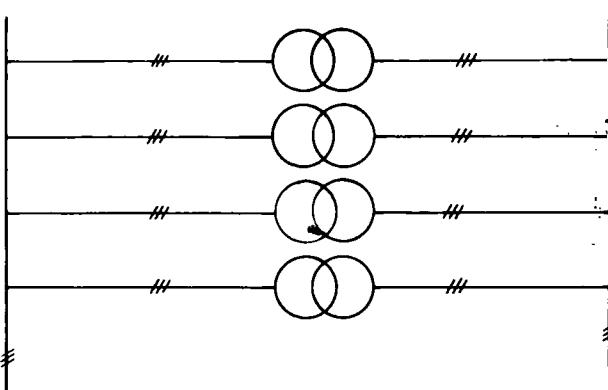
και για την πραγματική ισχύ της δεύτερης περιπτώσεως (αστεροειδής σύνδεση):

$$P = \sqrt{3} \text{ UI συνφ} = \sqrt{3} \sqrt{3} U_{\phi} I_{\phi} \text{ συνφ} = 3 U_{\phi} I_{\phi} \text{ συνφ} \quad (7)$$

Άρα αποδεικνύεται ότι ένας τριφασικός μετασχηματιστής, ανεξάρτητα από τη σύνδεση του πρωτεύοντός του, απορροφά την ίδια ισχύ που απορροφούν 3 ανεξάρτητοι μονοφασικοί μετασχηματιστές.

Παραλληλισμός τριφασικών μετασχηματιστών.

Δύο ή περισσότεροι τριφασικοί μετασχηματιστές εργάζονται παράλληλα, όταν τα πρωτεύοντα τυλίγματά τους παραλαμβάνουν ενέργεια από κοινή τριφασική γραμμή, ενώ τα δευτερεύοντά τους τυλίγματα παρέχουν ενέργεια σε άλλη κοινή γραμμή ή σε ανεξάρτητες γραμμές (σχ. 19.3ia).



Τριφασικό δίκτυο
υψηλότερης τάσεως

Τριφασικό δίκτυο
χαμηλότερης τάσεως

Σχ. 19.3ia.

Η παράλληλη σύνδεση ή ο παραλληλισμός όπως λέμε, τριφασικών μετασχηματιστών, δεν επιτρέπεται παρά μόνο όταν εκπληρώνονται ορισμένες συνθήκες, που πρέπει πάντα να ελέγχονται αυστηρά προηγουμένως.

Οι συνθήκες αυτές είναι:

α) Οι παραλληλιζόμενοι μετασχηματιστές πρέπει να έχουν την ίδια σύνδεση τυλιγμάτων.

β) Πρέπει να έχουν τον ίδιο λόγο μετασχηματισμού λ_μ .

γ) Πρέπει να έχουν την ίδια τάση βραχυκυκλώσεως U_K , με απόκλιση το πολύ $\pm 10\%$.

δ) Οι ισχείς τους πρέπει να μη διαφέρουν περισσότερο από 1:3. Όταν π.χ. ένας μετασχηματιστής έχει ισχύ 1000 kVA, κάθε άλλος παραλληλιζόμενος με αυτόν πρέπει να έχει ισχύ το πολύ 3000 kVA.

Αν έχομε η μετασχηματιστές σε παράλληλη σύνδεση και εκπληρώνονται οι παραπάνω συνθήκες παραλληλισμού, τότε η συνολική τάση βραχυκυκλώσεως U_K της συνδέσεως αυτης είναι:

$$U_K \% = \frac{\sum_{1}^n P_{\phi_i}}{\sum_{1}^n \frac{P_{\phi_1}}{U_{K_1} \%} + \frac{P_{\phi_2}}{U_{K_2} \%} + \frac{P_{\phi_3}}{U_{K_3} \%} + \dots + \frac{P_{\phi_n}}{U_{K_n} \%}} \quad (8)$$

όπου: $\sum_{1}^n P_{\phi_i}$ η συνολική φαινόμενη ισχύς των μετασχηματιστών.

Κάθε μετασχηματιστής της συνδέσεως αυτης φορτίζεται αντιστρόφως ανάλογα με την τάση βραχυκυκλώσεώς του, δηλαδή είναι:

$$P'_{\phi_1} = P_{\phi_1} \frac{U_K \%}{U_{K_1} \%} \quad P'_{\phi_2} = P_{\phi_2} \frac{U_K \%}{U_{K_2} \%} \dots P'_{\phi_n} = P_{\phi_n} \frac{U_K \%}{U_{K_n} \%} \quad (9)$$

Αριθμητικό παράδειγμα.

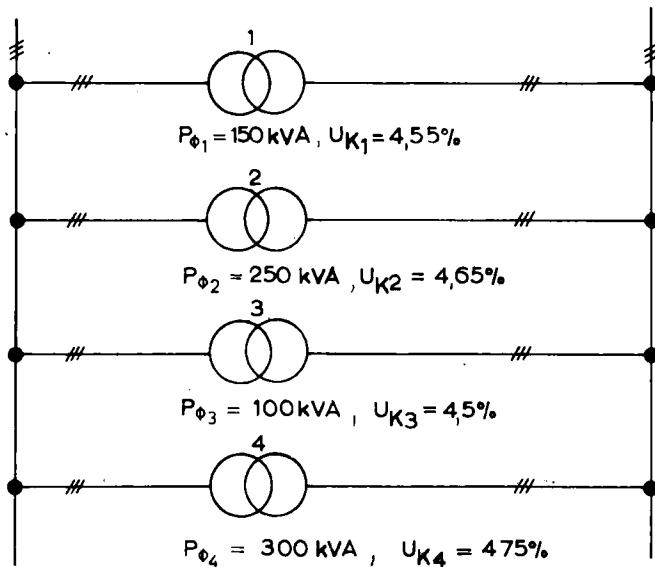
Οι τριφασικοί μετασχηματιστές του σχήματος 19.3ιβ εργάζονται παράλληλα. Να βρεθούν:

- α) Η συνολική τάση βραχυκυκλώσεως U_K (%) της συνδέσεως αυτής.
- β) Η ισχύς φορτίσεως κάθε μετασχηματιστή.

Λύση.

$$\begin{aligned} a) U_K \% &= \frac{150 + 250 + 100 + 300}{\frac{150}{4,55} + \frac{250}{4,65} + \frac{100}{4,5} + \frac{300}{4,75}} = \frac{800}{32,967 + 53,763 + 22,222 + 63,158} \\ &= \frac{800}{172,11} = 4,648 \% \end{aligned}$$

$U_K = 4,648 \%$



Σχ. 19.3ιβ.

$$\beta) \quad P'_\phi_1 = P_{\phi_1} \frac{U_K \%}{U_{K_1} \%} = 150 \frac{4,648}{4,55} = 153,2 \text{ kVA} \quad \underline{P'_{\phi_1} = 152,2 \text{ kVA}}$$

$$P'_\phi_2 = P_{\phi_2} \frac{U_K \%}{U_{K_2} \%} = 250 \frac{4,648}{4,65} = 249,90 \text{ kVA} \quad \underline{P'_{\phi_2} = 249,9 \text{ kVA}}$$

$$P'_\phi_3 = P_{\phi_3} \frac{U_K \%}{U_{K_3} \%} = 100 \frac{4,648}{4,5} = 103,30 \text{ kVA} \quad \underline{P'_{\phi_3} = 103,3 \text{ kVA}}$$

$$P'_\phi_4 = P_{\phi_4} \frac{U_K \%}{U_{K_4} \%} = 300 \frac{4,648}{4,75} = 293,60 \text{ kVA} \quad \underline{P'_{\phi_4} = 293,6 \text{ kVA}}$$

Παρατηρούμε μία υπερφόρτιση των μετασχηματιστών που έχουν μικρότερη τάση βραχυκυκλώσεως από τη συνολική τάση βραχυκυκλώσεως της συνδέσεως.

ΕΚΤΟ ΜΕΡΟΣ

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

ΑΝΟΡΘΩΤΕΣ

20.1 Γενικά.

Τα δίκτυα ηλεκτρικής ενέργειας με τα οποία τροφοδοτούνται τα σπίτια, η βιομηχανία κλπ. παρέχουν όπως ξέρομε εναλλασσόμενο ρεύμα, μονοφασικό ή τριφασικό. Με το ρεύμα αυτό λειτουργούν οι λαμπτήρες φωτισμού, παράγεται θερμότητα σε θερμάστρες, μαγειρεία κλπ. και κινούνται μηχανές που αποδίδουν μηχανικό έργο. Με το εναλλασσόμενο ρεύμα καλύπτονται σε πολύ μεγάλο βαθμό οι ανάγκες σε ηλεκτρική ενέργεια. Υπάρχουν όμως αρκετές περιπτώσεις στις οποίες απαιτείται συνεχές ρεύμα. Η ηλεκτρόλυση διαλυμάτων για τη φόρτιση συσσωρευτών, την παραγωγή μετάλλων, την επιμετάλλωση κλπ. η δημιουργία και η λήψη ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, η λειτουργία λυχνιών Röntgen κ.ά., είναι μερικές από αυτές.

Το συνεχές ρεύμα που χρειαζόμασθε μπορεί να παραχθεί, όπως ξέρομε, από γεννήτριες συνεχούς ρεύματος. Τις περισσότερες φόρές όμως είναι πολύ πιο εύκολη και οικονομική η μετατροπή του μονοφασικού ή τριφασικού εναλλασσόμενου ρεύματος, που μας χορηγεί το ενεργειακό δίκτυο, σε συνεχές με τη βοήθεια ανορθωτών.

Οι ανορθωτές είναι συσκευές που μετατρέπουν το εναλλασσόμενο ρεύμα σε συνεχές. Η μετατροπή αυτή ονομάζεται ανόρθωση του εναλλασσόμενου ρεύματος.

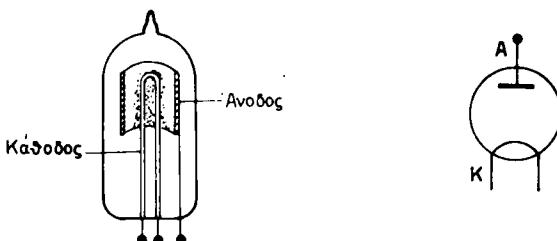
Οι ανορθωτές έχουν την ιδιότητα να επιτρέπουν τη διέλευση του ρεύματος στη μια κατεύθυνση ροής (κατεύθυνση διελεύσεως) και να εμποδίζουν τη διέλευση στην άλλη κατεύθυνση (κατεύθυνση φραγής). Αυτό επιτυγχάνεται, επειδή η αντίστασή τους είναι πολύ μικρή στην κατεύθυνση διελεύσεως και πολύ μεγάλη στην κατεύθυνση φραγής.

Τα σπουδαιότερα είδη ανορθωτών είναι οι λυχνίες υψηλού κενού, οι λυχνίες αερίων, οι ξηροί ανορθωτές και οι κρυσταλλικοί ανορθωτές.

20.2 Ειδη ανορθωτών.

a) Λυχνίες υψηλού κενού.

Οι λυχνίες υψηλού κενού είναι ανορθωτές χαμηλής ισχύος. Αποτελούνται από ένα γυάλινο σωλήνα και δύο ηλεκτρόδια, την **άνοδο** και την **κάθοδο**. Μια λυχνία με δύο ηλεκτρόδια ονομάζεται **διπολική** ή **δίοδος λυχνία**. Από το σωλήνα αφαιρείται ο αέρας ώστε να δημιουργηθεί υψηλό κενό. Το σχήμα 20.2a δείχνει τη δομή μιας δίοδης λυχνίας και τη συμβολική της παράσταση.



Σχ. 20.2a.

Η κάθοδος θερμαίνεται κατάλληλα, ώστε να αποκτήσει υψηλή θερμοκρασία και να αρχίσει να εκπέμπει ηλεκτρόνια.

Η εκπομπή ηλεκτρονίων από ένα μέταλλο σε υψηλή θερμοκρασία ονομάζεται **θερμική εκπομπή ηλεκτρονίων** και οφείλεται στο εξής: Σε υψηλή θερμοκρασία η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων του μετάλλου είναι τόσο μεγάλη, ώστε ελεύθερα ηλεκτρόνια που βρίσκονται στην επιφάνειά του να υπερνικούν τις δυνάμεις που τα συγκρατούν και να εγκαταλείπουν το μέταλλο.

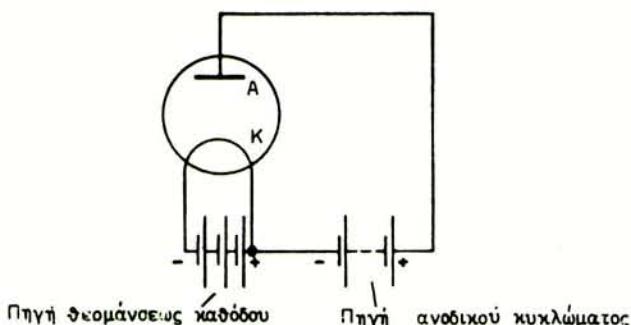
Η πυράκτωση της καθόδου πραγματοποιείται κατά δύο τρόπους: άμεσα ή έμμεσα. Στην **άμεση πυράκτωση** το νήμα θερμάνσεως αποτελεί ταυτόχρονα και την κάθοδο που εκπέμπει τα ηλεκτρόνια. Στην **έμμεση πυράκτωση** η κάθοδος αποτελείται από ένα νικέλινο σωληνίσκο, η επιφάνεια του οποίου έχει επιστρωθεί με μίγμα από κατάλληλα οξείδια (βαρίου, στροντίου κλπ.). Τα οξείδια αυτά έχουν την ιδιότητα να εκπέμπουν μεγάλο αριθμό ηλεκτρονίων σε μικρές σχετικά θερμοκρασίες (1000°C περίπου). Ο σωληνίσκος πυρακτώνεται από ένα νήμα θερμάνσεως, που τυλίγεται σπειρωτά και τοποθετείται στο εσωτερικό του. Το νήμα θερμάνσεως κατασκευάζεται συνήθως από βολφράμιο, που αντέχει σε υψηλές θερμοκρασίες (2300°C) και τροφοδοτείται με συνεχές ρεύμα (κυρίως στην άμεση πυράκτωση) ή εναλλασσόμενο ρεύμα (στην έμμεση πυράκτωση).

Η **άνοδος** κατασκευάζεται από έλασμα σιδήρου επιστρωμένο με αλουμίνιο, που διαμορφώνεται σε σωληνίσκο κυλινδρικό ή ορθογώνιο και περιβάλλει την κάθοδο.

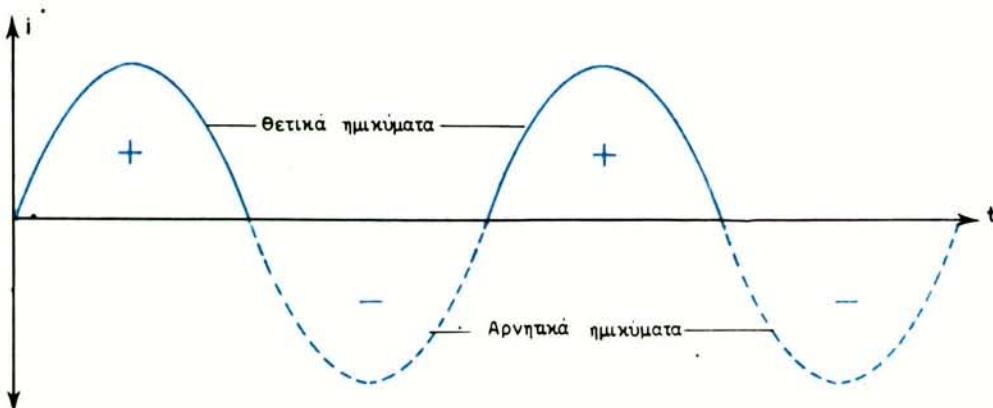
Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από την κάθοδο συγκεντρώνονται γύρω από αυτήν και σχηματίζουν ένα **νέφος ηλεκτρονίων**.

Αν συνδέσουμε την κάθοδο με τον αρνητικό πόλο μιας πηγής **συνεχούς ρεύματος** και την άνοδο με το θετικό πόλο, όπως δείχνει το σχήμα 20.2β, δημιουργείται μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων ηλεκτρικό πεδίο. Τα ηλεκτρόνια κινούνται προς την άνοδο στο εσωτερικό της λυχνίας, εισχωρούν σε αυτή και επιστρέφουν στην κάθοδο μέσω του εξωτερικού τμήματος του κυκλώματος. Αν αντιθετα συνδέσουμε το θετικό πόλο της πηγής στην κάθοδο και τον αρνητικό στην άνοδο, τα ηλεκτρόνια απωθούνται από την άνοδο και δεν ρέει ρεύμα στο κύκλωμα.

Αν τώρα εφαρμόσουμε μία **εναλλασσόμενη τάση** μεταξύ ανόδου και καθόδου, ρέει ρεύμα μόνο όταν η άνοδος είναι θετική, δηλαδή μόνο όσο διαρκεί η θετική



Σχ. 20.2β.



Σχ. 20.2γ.

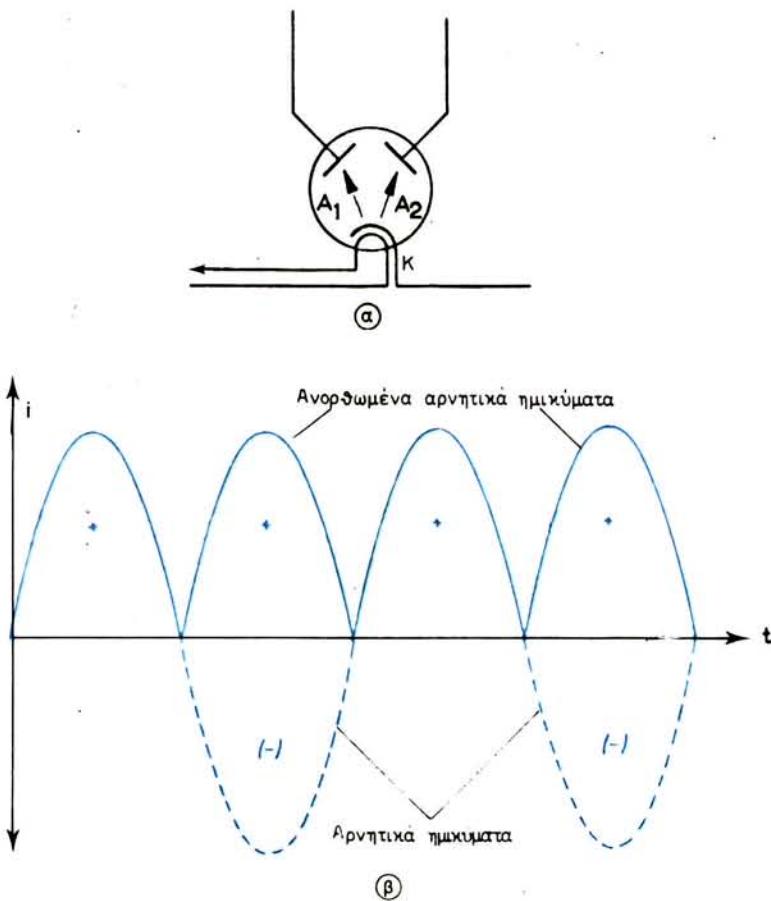
ημιπερίοδος. Κατά τη διάρκεια της αρνητικής ημιπερίοδου δεν ρέει ρεύμα. Είσι στο ανοδικό κύκλωμα ρέει μεταβαλλόμενο ρεύμα αλλά στην ίδια πάντοτε κατεύθυνση, όπως φαίνεται στο σχήμα 20.2γ.

Την περίπτωση αυτή, που έχομε ροή ρεύματος μόνο στη μισή περίοδο, ονο-

μάζομε **απλή ανόρθωση** ή **ανόρθωση ημικύματος**.

Εκτός από τη λυχνία που περιγράψαμε κατασκευάζονται επίσης λυχνίες με **δύο ανόδους** [σχ. 20.2δ(α)]. Στις λυχνίες αυτές επιτυγχάνεται με κατάλληλη συνδεσμολογία, ώστε στη θετική ημιπερίοδο του ρεύματος η μία άνοδος να είναι θετική και η άλλη άρνητική. Κατόπιν στην αρνητική ημιπερίοδο η προηγούμενα θετική άνοδος γίνεται αρνητική και η αρνητική άνοδος θετική.

Ετσι τα ηλεκτρόνια κινούνται συνεχώς από την κάθοδο προς εκείνη την άνοδο που είναι θετική χωρίς να παρουσιάζεται διακοπή του ρεύματος. Αποτέλεσμα είναι να έχομε ανόρθωση του ρεύματος και στις δύο ημιπεριόδους όπως



Σχ. 20.2δ.

φαίνεται στο σχήμα 20.2δ(β). Την ανόρθωση αυτή ονομάζομε **διπλή ανόρθωση** ή **ανόρθωση πλήρους κύματος**.

Από το ρεύμα του σχήματος 20.2γ ή του σχήματος 20.2δ(β) μπορούμε να πάρομε με κατάλληλα μέσα, που θα γνωρίσομε αργότερα, ρεύμα με σχεδόν

σταθερή ένταση, δηλαδή **συνεχές ρεύμα**.

β) Λυχνίες αερίου.

Λυχνίες αερίου χρησιμοποιούνται για την ανόρθωση ρευμάτων μεγάλης εντάσεως. Περιλαμβάνουν όπως οι λυχνίες υψηλού κενού, άνοδο και πυρακτούμενη κάθοδο, διαφέρουν όμως από αυτές κατά το ότι περιέχουν ευγενές αέριο (π.χ. αργόν, νέον, ξένον) ή ατμούς υδραργύρου.

Τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη κάθοδο επιταχύνονται από το ηλεκτρικό πεδίο κατά την κίνησή τους προς την άνοδο και προσκρούουν σε μόρια του αερίου. Από την πρόσκρουση αποσπώνται ηλεκτρόνια από τα μόρια και δημιουργούνται ιόντα. Τα νέα ηλεκτρόνια επιταχύνονται επίσης στο πεδίο και ελευθερώνουν με κρούσεις άλλα ηλεκτρόνια κ.ο.κ. με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί ισχυρό ρεύμα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **ιονισμός κρούσεως**. Ο ιονισμός συνοδεύεται από λάμψη (αίγλη) που το χρώμα της εξαρτάται από το χρησιμοποιούμενο αέριο. Από τις λυχνίες αερίου ιδιαίτερη σημασία έχουν οι **ανορθωτές ατμών υδραργύρου** και οι λυχνίες **θύρατρον**.

Το σχήμα 20.2ε δείχνει τη δομή και συνδεσμολογία του **ανορθωτή ατμών υδραργύρου**. Ο ανορθωτής αποτελείται από το γυάλινο δοχείο 1, στο οποίο έχουν συντηχθεί οι άνοδοι 2 από γραφίτη ή σίδηρο, και οι άνοδοι εναύσεως 3. Το δοχείο περιέχει στο κάτω μέρος υδράργυρο, που αποτελεί την κάθοδο 4 και μπορεί να στραφεί γύρω από τον άξονα (Ο).

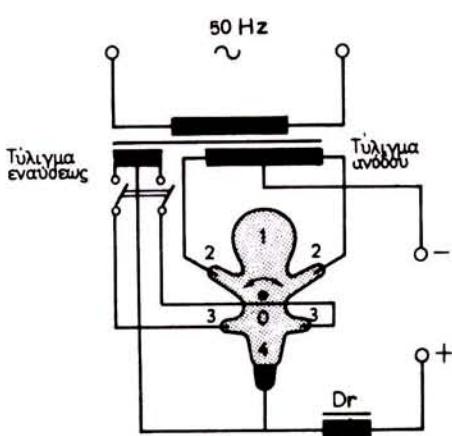
Για την έναρξη της λειτουργίας (έναυση) περιστρέφεται η λυχνία και ο υδράργυρος της καθόδου 4 έρχεται σε επαφή με μια από τις ανόδους εναύσεως 3, με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί μια αγώγιμη σύνδεση των δύο ηλεκτροδίων. Η σύνδεση αυτή διακόπτεται με την επιστροφή της λυχνίας στην αρχική της θέση, σχηματίζεται σπινθήρας και ο υδράργυρος εξατμίζεται. Ο ατμός του υδραργύρου είναι πλούσιος σε ελεύθερα ηλεκτρόνια, και αυτός είναι ο λόγος που χρησιμοποιείται υδράργυρος στη λυχνία.

Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια κινούνται διαδοχικά προς εκείνη την άνοδο 2, που έχει σε κάθε εναλλαγή του ρεύματος θετικό δυναμικό και έτσι γεφυρώνεται η απόσταση ανόδων - καθόδου. Το ρεύμα, που διέρχεται από την κάθοδο, τη θερμαίνει ισχυρά και στην επιφάνεια του υδραργύρου σχηματίζεται μια κηλίδα πυρακτώσεως με πολύ υψηλή θερμοκρασία. Από την κηλίδα αυτή τρόφοδοτείται συνεχώς η λυχνία με ατμό και ελεύθερα ηλεκτρόνια.

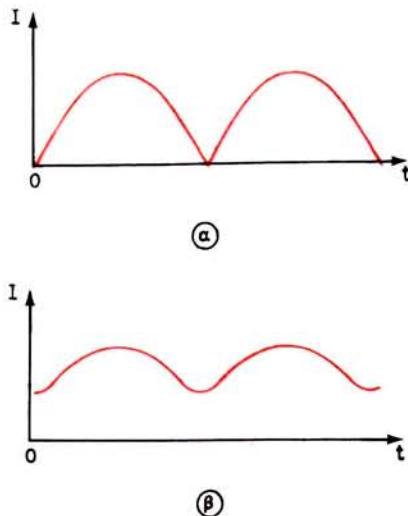
Οι ατμοί του υδραργύρου ψύχονται στα τοιχώματα του χώρου 1 της λυχνίας, συμπυκνώνονται και επιστρέφουν στην κάθοδο. Το στραγγαλιστικό πηνίο Dr χρησιμεύει για να διατηρείται το ρεύμα στη λυχνία και να αποφεύγεται το σβήσιμο του τόξου ανόδου - καθόδου κάθε φορά που μηδενίζεται το εναλλασσόμενο ρεύμα. Το σχήμα 20.2στ(α) δείχνει τη μορφή του ανορθωμένου ρεύματος χωρίς το στραγγαλιστικό πηνίο και το σχήμα 20.2στ(β) με το στραγ-

γαλιστικό πηνίο. Παρατηρούμε ότι έχουμε **διπλή ανόρθωση**.

Η λυχνία θύρατρον περιλαμβάνει μεταξύ ανόδου και καθόδου ένα τρίτο ηλεκτρόδιο (οδηγό πλέγμα) με το δυναμικό του όποιου, που είναι συνήθως αρνητικό, ρυθμίζεται η ροή των ηλεκτρονίων προς την άνοδο. Κατασκευάζονται επίσης λυχνίες θύρατρον με τέσσερα ηλεκτρόδια (τέτροδοι). Οι λυχνίες θύρατρον περιέχουν ευγενές αέριο ή ατμούς υδραργύρου και χρησιμοποιούνται σε ανορθωτικές διατάξεις με ρυθμιζόμενη συνεχή τάση, για τη δημιουργία ταλαντώσεων, σαν ηλεκτρονικοί διακόπτες κλπ.



Σχ. 20.2ε.

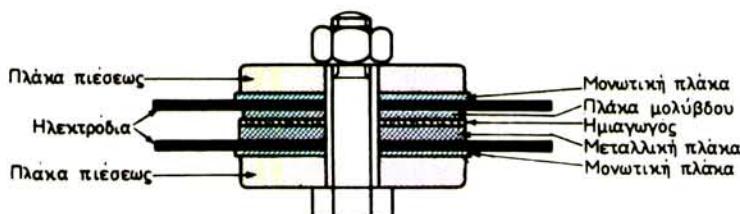


Σχ. 20.2στ.

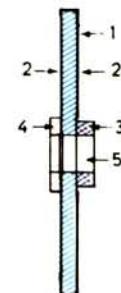
γ) Ξηροί ανορθωτές.

Ο **ξηρός ανορθωτής** αποτελείται από ένα ή περισσότερα ζεύγη μεταλλικών πλακών, που ονομάζονται **στοιχεία του ανορθωτή**. Στη μια πλάκα του στοιχείου δημιουργείται με ειδική διαδικασία ένα κατάλληλο στρώμα ημιαγωγού και πάνω σε αυτό το στρώμα εφαρμόζεται η δεύτερη πλάκα. Υπάρχουν δύο μέθοδοι σύνδεσεως των πλακών και συναρμολογήσεως των στοιχείων. Στη μέθοδο **συμπιεσμένων πλακών** οι πλάκες όλων των στοιχείων συγκρατούνται και συμπιέζονται ισχυρά με τη βοήθεια ενός μπουλονιού, όπως φαίνεται στο σχήμα 20.2ζ. Ετσι δημιουργείται μια πολύ ανθεκτική κατασκευή. Όταν οι πλάκες έχουν μεγάλο μέγεθος και δεν μπορεί να εξασφαλισθεί με αυτή τη μέθοδο ο μοιόμορφη κατανομή της πλέσεως στην επιφάνεια των πλακών, χρησιμοποιείται η μέθοδος **ελευθέρων επιφανειών** (σχ. 20.2η).

Η μεταλλική πλάκα 1 καλύπτεται και από τις δύο πλευρές της με στρώμα η-μιαγωγού 2, στο οποίο επιψεκάζεται ένα λεπτό στρώμα μετάλλου (στο σχήμα δεν είναι σχεδιασμένο το στρώμα αυτό). Στο μεταλλικό στρώμα διοχετεύεται το ρεύμα από το μεταλλικό δακτύλιο 4 και περνά στη μεταλλική πλάκα 1 από



Σχ. 20.2ζ.

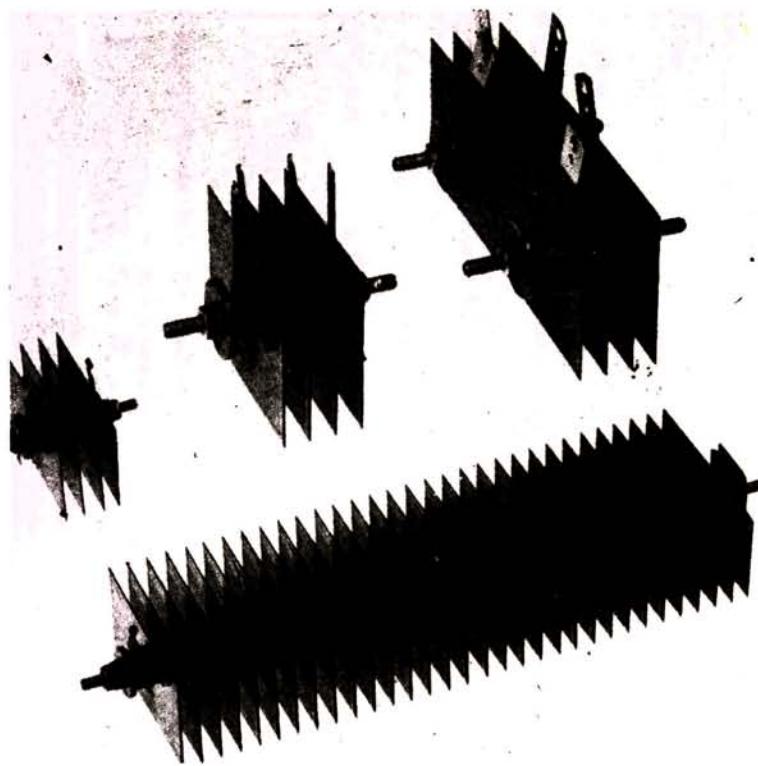


Σχ. 20.2η.

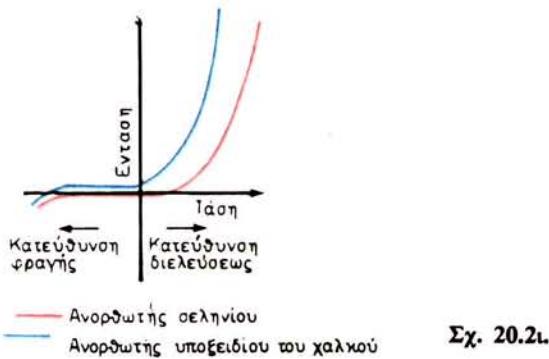
όλες τις πλευρές διασχίζοντας τον ημιαγωγά 2. Από την πλάκα 1 διοχετεύεται στο μεταλλικό δακτύλιο 3, που είναι με αυτήν αγώγιμα συνδεμένος. Περισσότερες τέτοιες πλάκες τοποθετούνται η μια δίπλα στην άλλη αλλά σε ορισμένη απόσταση μεταξύ τους και συγκρατούνται με ένα μπουλόνι που περνά από την τρύπα 5 (σχ. 20.2θ). Ετσι κατασκευάζονται στήλες ανορθωτών για υψηλές τάσεις. Η επιφάνεια 2 χρησιμεύει επίσης για την ακτινοβολία στο περιβάλλον της θερμότητας που παράγεται κατά τη λειτουργία του ανορθωτή.

Όταν εφαρμοσθεί τάση στα άκρα ξηρού ανορθωτή, παρουσιάζεται αντίσταση στη διέλευση του ρεύματος, που δεν είναι σταθερή αλλά εξαρτάται από την κατεύθυνση και το μέγεθος της τάσεως. Στην κατεύθυνση από τον αγωγό προς τον ημιαγωγό (κατεύθυνση φραγής) είναι 1000 ως 10.000 φορές μεγαλύτερη από ότι στην αντίθετη κατεύθυνση (κατεύθυνση διελεύσεως). Το σχήμα 20.2i δείχνει τη χαρακτηριστική καμπύλη τάσεως-εντάσεως του ανορθωτή, από την οποία γίνεται αμέσως αντιληπτό, ότι η αντίστασή του είναι μη ωμική. Στην κατεύθυνση διελεύσεως το ρεύμα αυξάνει γρήγορα, μόλις η τάση περάσει μια οριακή τιμή, ενώ στην κατεύθυνση φραγής η αύξηση είναι πολύ μικρή. Στην κατεύθυνση αυτή ρέει ένα πολύ μικρό ρεύμα διαρροής, εφόσον η τάση είναι μικρότερη από μια οριακή τιμή, την **τάση φραγής**. Από την τάση φραγής και άνω παρατηρείται απότομη αύξηση του ρεύματος στην κατεύθυνση φραγής με αποτέλεσμα την καταστροφή του ανορθωτή.

Αν συνδέσουμε τον ανορθωτή σε πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος με μέγιστη τάση μικρότερη από την τάση φραγής, θα διέρχεται ρεύμα στη μία μόνο ημιπερίοδο, δηλαδή θα έχουμε ανόρθωση του εναλλασσόμενου ρεύματος. Η τάση φραγής ανέρχεται σε 5 ως 25 V ανά ανορθωτικό στοιχείο, ανάλογα με τον



Σχ. 20.20.



Σχ. 20.21.

τημιαγωγό που χρησιμοποιείται. Όταν απαιτούνται μεγαλύτερες τάσεις λειτουργίας, συνδέονται σε σειρά περισσότερα στοιχεία με τη μέθοδο των συμπλεσμένων πλακών ή των ελευθέρων επιφανειών που περιγράψαμε.

Το μέγιστο ρεύμα, που επιτρέπεται να ρέει στον ανορθωτή, εξαρτάται από την ψύξη που εφαρμόζεται για να μην εμφανισθεί υπερθέρμανση. Σε φυσική ψύξη (αυτόψυξη) η θερμότητα ακτινοβολείται στο γύρω χώρο από την επιφά-

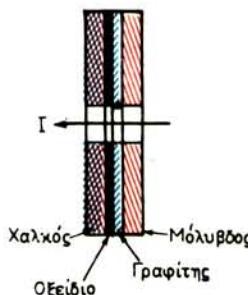
νεια του ανορθωτή. Μεταλλικά ελάσματα, που προσαρμόζονται στα ανορθωτικά στοιχεία, αύξανουν την επιφάνεια ακτινοβολίας και διευκολύνουν την απαγωγή της θερμότητας. **Τεχνητή ψύξη** πραγματοποιείται με κατευθυνόμενο ρεύμα αέρα ή με αναρρόφηση αέρα. Σε υψηλές φόρτισεις χρησιμοποιείται και η ψύξη με λάδι μετασχηματιστών. Ο ανορθωτής τότε τοποθετείται σε ένα κλειστό δοχείο λαδιού.

Ξηροί ανορθωτές χρησιμοποιούνται συνεχως και περισσότερο στην ηλεκτροτεχνία. Συγκριτικά με τις ηλεκτρονικές λυχνίες έχουν το πλεονέκτημα ότι δεν χρειάζονται ρεύματα θερμάνσεως, δεν είναι ευαίσθητοι σε κτυπήματα, μπορούν να τοποθετηθούν οπουδήποτε και δεν φθείρονται. Ανάλογα με τον ημιαγωγό που χρησιμοποιείται, διακρίνομε ξηρούς ανορθωτές **υποξειδίου του χαλκού, σεληνίου και πυριτίου**.

1) Ανορθωτές υποξειδίου του χαλκού.

Ένα στοιχείο του ανορθωτή κατασκευάζεται από μια πλάκα χαλκού, στην οποία δημιουργείται με ερυθροπύρωση ένα στρώμα υποξειδίου του χαλκού και από μια πλάκα μολύβδου σαν αντίθετο ηλεκτρόδιο (σχ. 20.2ia). Πάνω στο στρώμα του υποξειδίου τοποθετείται ένα λεπτό στρώμα γραφίτη για να εξασφαλισθεί καλή επαφή μεταξύ των πλακών. Οι δύο πλάκες ή περισσότερα στοιχεία μαζί συναρμολογούνται κατά τη μέθοδο συμπιεσμένων πλακών. Κατασκευάζονται επίσης στοιχεία και στήλες με ελεύθερες επιφάνειες. Στις χάλκινες πλάκες δημιουργείται υποξειδίο του χαλκού και στις δύο πλευρές και κατόπιν τοποθετείται κατάλληλα το μεταλλικό στρώμα όπως περιγράψαμε ήδη.

Η κατεύθυνση διελεύσεως, που στους ανορθωτές σημειώνεται από το αρνητικό ηλεκτρόδιο προς το θετικό, είναι: μόλυβδος – στρώμα υποξειδίου – χαλκός.



Σχ. 20.2ia.

Τα κύρια χαρακτηριστικά του ανορθωτή είναι:

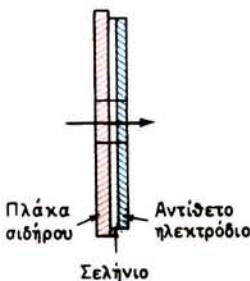
- Τάση φραγής: 5...8 V.
- Φόρτιση: 50 mA ανά cm^2 με φυσική ψύξη, 150 mA ανά cm^2 με τεχνητή ψύξη.

- Θερμοκρασία λειτουργίας: ως 50°C .
- Συντελεστής αποδόσεως: 70% περίπου.

2) Ανορθωτές σεληνίου.

Ενα στοιχείο αποτελείται από μια επινικελωμένη σιδερένια πλάκα, πάνω στην οποία έχει τοποθετηθεί ένα λεπτό στρώμα σεληνίου (σχ. 20.2ιβ).

Με ερυθροπύρωση αποκτα το σελήνιο κρυσταλλική μορφή και κατόπιν ψεκάζεται με ένα κράμα κασσιτέρου - καδμίου. Ετσι δημιουργείται ένα λεπτό στρώμα που σχηματίζει το αντίθετο ηλεκτρόδιο. Μια επάλειψη με βερνίκι



Σχ. 20.2ιβ.

προστατεύει το στοιχείο από εξωτερικές επιδράσεις. Περισσότερα στοιχεία συναρμολογούνται σε στήλες κατά τη μέθοδο των ελευθέρων επιφανειών.

Τα τεχνικά χαρακτηριστικά του ανορθωτή σεληνίου είναι:

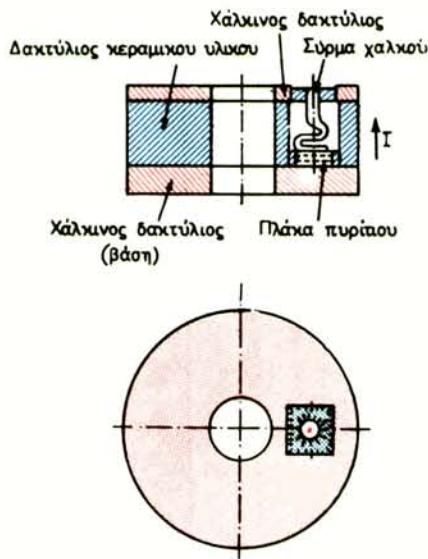
- Κατεύθυνση διελεύσεως: σίδηρος – σελήνιο – κασσίτερος – κάδμιο.
- Τάση φραγής: 25 ... 28 V.
- Φόρτιση: 50 mA ανά cm^2 με φυσική ψύξη, 150 mA ανά cm^2 με τεχνητή ψύξη.
- Θερμοκρασία λειτουργίας: ως 80°C .
- Συντελεστής αποδόσεως: 92% περίπου.

3) Ανορθωτές πυριτίου.

Παρουσιάζουν μεγάλες τάσεις φραγής, δυνατότητα ισχυρής φορτίσεως και πολύ καλό συντελεστή αποδόσεως. Η ανορθωτική δράση παρουσιάζεται στη θέση συντήξεως ενός χάλκινου ηλεκτροδίου (αγωγού) και μιάς μικρής πλάκας πυριτίου (ημιαγωγού). Για να διευκολυνθεί η απαγωγή της θερμότητας, που δημιουργείται εξαιτίας της ισχυρής φορτίσεως στερεώνεται ο ανορθωτής σε μια κυλινδρική χάλκινη βάση (σχ. 20.2ιγ).

Τεχνικά χαρακτηριστικά του ανορθωτή πυριτίου:

- Κατεύθυνση διελεύσεως: πυρίτιο – χαλκός.



Σχ. 20.2ιγ.

- Τάση φραγής: 380 V περίπου.
 - Φόρτιση: 80 A ανά cm^2 με φυσική ψύξη, 200 A ανά cm^2 με τεχνητή ψύξη.
 - Θερμοκρασία λειτουργίας: ως 140°C .
 - Συντελεστής αποδόσεως: 99,6% περίπου.
- Για την ίδια ισχύ έχει το 1/15 του μεγέθους του ανορθωτή σεληνίου.

δ) Κρυσταλλοδίδοι.

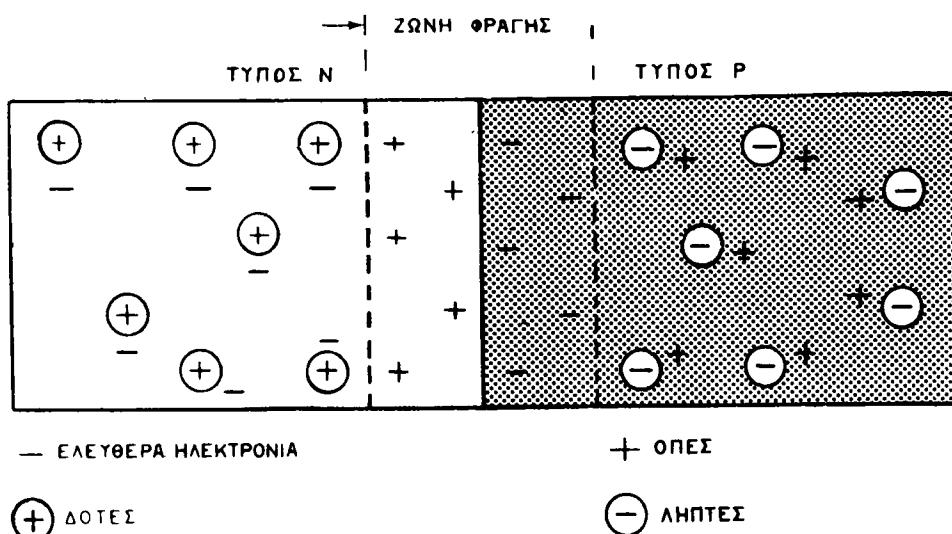
Δίδοι από ημιαγωγούς ή κρυσταλλοδίδοι χρησιμοποιούνται σήμερα σε μεγάλο βαθμό για την ανόρθωση εναλλασσομένων ρευμάτων αντί των λυχνιών κενού.

Οι **ημιαγωγοί** είναι στερεά σώματα με κρυσταλλική δομή και με αγωγιμότητα μεταξύ εκείνης των μετάλλων, δηλαδή των αγωγών και των μονωτικών υλικών των μη αγωγών. Σε ορισμένες διατάξεις ημιαγωγών είναι δυνατό να ρυθμισθεί η διέλευση του ηλεκτρικού ρεύματος όπως και στις ηλεκτρονικές λυχνίες, χωρίς όμως να απαιτείται, όπως σε αυτές, κενό αέρα και πυρακτωμένη κάθοδος.

Κατάλληλα υλικά για το σκοπό αυτό, με βάση την κρυσταλλική τους δομή, είναι το **γερμάνιο** και το **πυρίτιο**. Τα υλικά αυτά σε καθαρή κατάσταση, όταν δηλαδή περιλαμβάνουν μόνο κρυστάλλους γερμανίου ή πυριτίου, είναι σχεδόν μονωτές. Για να αυξήσουμε την αγωγιμότητά τους προσθέτομε σε ελάχιστη ποσότητα ένα κατάλληλο διαφορετικό υλικό, π.χ. αρσενικό, φωσφόρο, βόριο κλπ. Ανάλογα με το υλικό που χρησιμοποιούμε, δημιουργούνται δύο ειδών η-

μιαγωγοί: α) Ημιαγωγοί με πολλά ελεύθερα ηλεκτρόνια, *οι ημιαγωγοί τύπου N*, ύστερα από πρόσμιξη υλικού που χαρακτηρίζεται **δότης**. β) Ημιαγωγοί με πολλές θέσεις στη δομή του κρυστάλλου, που μπορούν να συμπληρωθούν με ηλεκτρόνια, ύστερα από πρόσμιξη υλικού που χαρακτηρίζεται **λήπτης**. Οι θέσεις αυτές ονομάζονται **οπές** και οι ημιαγωγοί με οπές *ημιαγωγοί τύπου P*. Και οι δύο τύποι ημιαγωγών είναι ηλεκτρικά **ουδέτεροι** όταν βρίσκονται χωρισμένοι.

Όταν φέρομε σε επαφή ένα ημιαγωγό τύπου P με ημιαγωγό τύπου N δημιουργείται στη θέση επαφής μία ζώνη στην οποία εναλλάσσονται ηλεκτρόνια με οπές (σχ. 20.2ιδ). Ελεύθερα ηλεκτρόνια της περιοχής N εισέρχονται στην περιοχή P και συμπληρώνουν αντίστοιχες οπές, ενώ οπές της περιοχής P εισέρχονται στην περιοχή N και ενώνονται με ίσο αριθμό ηλεκτρονίων. Η απώλεια ηλεκτρονίων από τον ημιαγωγό N και οπών από τον ημιαγωγό P έχει σαν αποτέλεσμα να αποκτήσει η περιοχή N θετικό δυναμικό και η περιοχή P αρνητικό δυναμικό και να δημιουργηθεί μεταξύ τους **διαφορά δυναμικού**, που εμποδίζει τη ροή ηλεκτρονίων από τον ημιαγωγό N στον P και οπών από τον P στον N. Ετσι σταματά η ανταλλαγή ηλεκτρονίων - οπών και σχηματίζεται γύρω από τη θέση επαφής μια ζώνη υψηλής αντιστάσεως με ελάχιστους ελεύθερους φορείς (ηλεκτρόνια ή οπές), η **ζώνη φραγής**.



Σχ. 20.2ιδ.

Αν τώρα εφαρμοσθεί αρνητικό δυναμικό στον ημιαγωγό P και θετικό δυναμικό στον ημιαγωγό N (ανάστροφη πόλωση της επαφής P-N), εμποδίζεται η διέλευση ρεύματος από την επαφή (εκτός από ένα ελάχιστο ρεύμα διαρροής), ενώ αυξάνεται η ζώνη φραγής. Αν, αντίστροφα, εφαρμοσθεί τάση με θετικό

δυναμικό στον ημιαγωγό P και αρνητικό στον ημιαγωγό N (ορθή πόλωση της επαφής P-N), καταργείται η ζώνη φραγής και επιτρέπεται η διέλευση ρεύματος από την επαφή. Παρατηρούμε ότι η ζώνη φραγής δρα σαν ανορθωτής.

Η χαρακτηριστική καμπύλη τάσεως ρεύματος της διόδου είναι όμοια με εκείνη των ξηρών ανορθωτών. Η δίοδος παρουσιάζει όμως συγκριτικά με αυτούς μια σειρά πλεονεκτημάτων. Η τάση φραγής είναι μεγαλύτερη από 100 V και επομένως σημαντικά ευνοϊκότερη. Η χωρητικότητα της διόδου είναι εξαιρετικά μικρή. Έτσι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε υψηλές συχνότητες. Η οριακή τιμή τάσεως στην περιοχή διελεύσεως, για να γίνει η δίοδος εντελώς διαπερατή, ανέρχεται σε 0,2 V περίπου και είναι πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχες τιμές ξηρών ανορθωτών. Μειονέκτημα της διόδου είναι η μικρή επιτρεπόμενη φόρτιση, επειδή η θερμότητα που δημιουργείται κατά την ανόρθωση μεταδίδεται δύσκολα στο περιβάλλον. Ενώ οι ξηροί ανορθωτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε ισχυρά φορτία, περιορίζεται η χρήση της διόδου στην ανόρθωση ρευμάτων μέχρι 5 mA περίπου.

Συγκριτικά με τις λυχνίες κενού οι κρυσταλλοδίοδοι παρουσιάζουν τα εξής πλεονεκτήματα: Συμπαγή κατασκευή, συνδυασμένη με μικρό όγκο, δυνατότητα άμεσης ενάρξεως λειτουργίας, αποφυγή ρευμάτων θερμάνσεως, δυνατότητα τοποθετήσεώς τους σε οποιαδήποτε σχεδόν θέση, μεγαλύτερο συντελεστή αποδόσεως και μεγαλύτερη διάρκεια ζωής. Μειονέκτηματα των κρυσταλλοδίδων ως προς τις λυχνίες κενού είναι το υψηλό ρεύμα διαρροής στην κατεύθυνση φραγής και η εξάρτηση της αντιστάσεως στις δύο κατευθύνσεις από τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

20.3 Συνδεσμολογίες ανορθωτών.

a) Κύκλωμα απλής ανορθώσεως ή ημικύματος μονοφασικού ρεύματος.

Σε ένα κύκλωμα απλής ανορθώσεως μονοφασικού ρεύματος ο ανορθωτής είναι συνδεμένος σε σειρά με τον καταναλωτή R στο δευτερεύον τύλιγμα ενός μονοφασικού μετασχηματιστή [σχήμα 20.3a(α)].

Στο κύκλωμα αυτό ρέει ρεύμα μόνο κατά τη διάρκεια μιάς ημιπεριόδου, [σχήμα 20.3a(β)]. Η ένταση του ρεύματος μπορεί να ρυθμίζεται μεταβάλλοντας την τάση στην είσοδο του μετασχηματιστή.

Το ανορθωμένο ρεύμα μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αποτελείται από ένα συνεχές ρεύμα I_0 και από ένα εναλλασσόμενο ρεύμα I_ϵ , όχι όμως ημιτονικό, που προστίθεται στο συνεχές. Είναι δηλαδή ένα **μικτό ρεύμα**, σύμφωνα με όσα έχουμε αναφέρει στην παράγραφο 14.1.

Το συνεχές ρεύμα I_0 είναι η **μέση τιμή** του ανορθωμένου ρεύματος και δίνεται από τη σχέση:

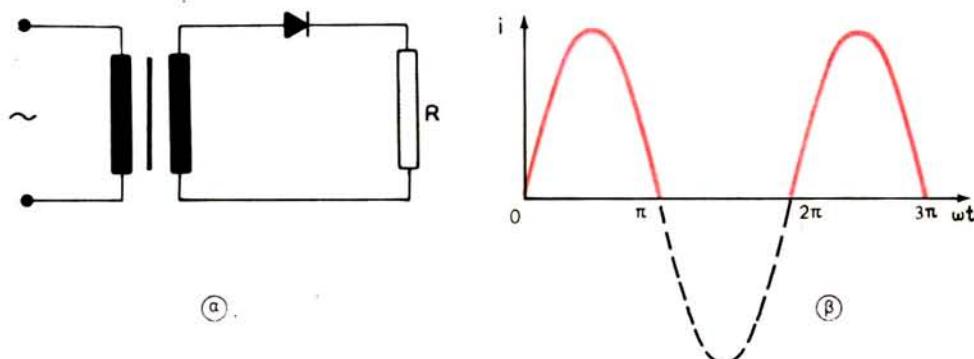
$$I_0 = \frac{I_m}{\pi} \quad (1)$$

όπου I_m η μέγιστη τιμή του ημιτονικού ρεύματος που ανορθώνεται.

Το ανορθωμένο ρεύμα χαρακτηρίζεται επίσης με την **ενεργό τιμή** του I_a , που αντιστοιχεί στο συνεχές ρεύμα, που παράγει σε ένα αντιστάτη το ίδιο ποσό θερμότητας με το ανορθωμένο ρεύμα στον ίδιο χρόνο. Η ενεργός τιμή εκφράζει το θερμικό αποτέλεσμα τόσο του συνεχούς ρεύματος I_0 όσο και του εναλλασσόμενου ρεύματος I_e , γι' αυτό είναι μεγαλύτερη από το I_0 . (Είναι φανερό ότι αν το ανορθωμένο ρεύμα δεν περιλάβαινε εναλλασσόμενο ρεύμα θα ήταν $I_a = I_0$).

Στην ανόρθωση απλού ρεύματος έχομε:

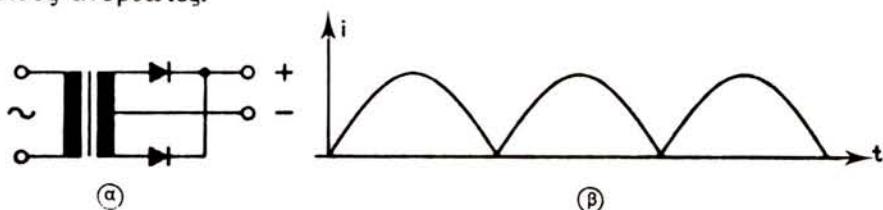
$$I_a = \frac{I_m}{2} \quad (2)$$



Σχ. 20.3α.

β) Κύκλωμα διπλής ανορθώσεως ή πλήρους κύματος μονοφασικού ρεύματος.

Σε ένα κύκλωμα διπλής ανορθώσεως ρέει ρεύμα κατά τη διάρκεια και των δύο ημιπεριόδων. Το σχήμα 20.3β(α) δείχνει ένα τέτοιο κύκλωμα με δύο όμοιους ανορθωτές.



Σχ. 20.3β.

Ο καταναλωτής R είναι συνδεμένος στο μέσο του δευτερεύοντος τυλίγματος, γι' αυτό το κύκλωμα ονομάζεται ανορθωτής **μεσαίας λήψεως**.

Όταν η τάση στο δευτερεύοντος έχει τη φορά που δείχνει το βέλος U_2 , ρέει στο κύκλωμα το ρεύμα που έχει σχεδιασθεί με συνεχή γραμμή. Όταν η τάση έχει τη φορά που δείχνει το βέλος U_2' , το ρεύμα ακολουθεί τη διαδρομή που δείχνει η διακεκυμένη γραμμή. Παρατηρούμε ότι το ρεύμα ρέει πάντα στην ίδια κατεύθυνση στον αντιστάτη R.

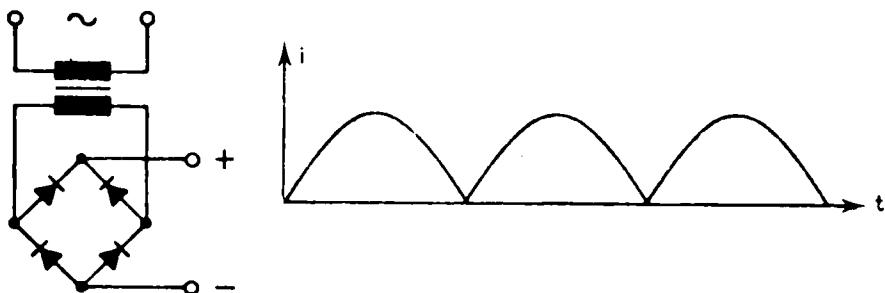
Οι τάσεις U_2 , U'_2 έχουν διαφορά φάσεως 180° , ώστε όταν τελειώνει η θετική π.χ. ημιπερίοδος της μιας αρχίζει η θετική ημιπερίοδος της άλλης κ.ο.κ. Ο ανορθωτής δηλαδή εργάζεται εναλλακτικά με αποτέλεσμα να προκύπτει η κυματομορφή ανορθωμένου ρεύματος του σχήματος $20.3\beta(\beta)$. Στην ούσια έχομε δύο μονοφασικούς ανορθωτές απλής ανορθώσεως που συνεργάζονται για να δώσουν τη διπλή ανόρθωση. Κάθε ανορθωτής εργάζεται με τη **μισή τάση** του δευτερεύοντος. Η τιμή του συνεχούς ρεύματος I_o και η ενεργός τιμή I_a στη διπλή ανόρθωση δίνονται από τις σχέσεις:

$$I_o = \frac{2I_m}{\pi} \quad (3)$$

$$I_a = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (4)$$

γ) Γέφυρα ανορθώσεως μονοφασικού ρεύματος.

Με τη γέφυρα του σχήματος 20.3γ [που ονομάζεται επίσης γέφυρα Grätz (Γκρετζ) από τον κατασκευαστή της] επιτυγχάνεται διπλή ανόρθωση, όπως προηγουμένως, χωρίς όμως να χρειάζεται μεσαία λήψη στο δευτερεύον του μετασχηματιστή. Η πορεία που ακολουθεί το ρεύμα στις δύο ημιπεριόδους είναι σχεδιασμένη με συνεχή και διακεκομμένη γραμμή. Όταν η τάση στο δευτερεύον είναι θετική (συνεχής γραμμή) οι ανορθωτές A και C επιτρέπουν τη διέλευση του ρεύματος, ενώ οι ανορθωτές D και B την εμποδίζουν. Την επόμενη ημιπερίοδο οι D και B επιτρέπουν τη διέλευση, ενώ οι A και C την εμποδίζουν.



Σχ. 20.3γ.

Με τη γέφυρα ανορθώσεως αξιοποιείται ολόκληρη η τάση του δευτερεύοντος. Έτσι παίρνομε στον καταναλωτή R την ίδια συνεχή τάση με τη διάταξη μεσαίας λήψεως, αλλά με·τη μισή τάση στο δευτερεύον του μετασχηματιστή.

Άρα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μικρότερο και φθηνότερο μετασχηματιστή.

Η τιμή του συνεχούς ρεύματος I_0 και η ενεργός τιμή I_a δίνονται και στη γέφυρα ανορθώσεως από τις σχέσεις (3) και (4).

δ) Σύγκριση απλής και διπλής ανορθώσεως.

Το κύκλωμα απλής ανορθώσεως είναι φθηνότερο από τα κυκλώματα διπλής ανορθώσεως επειδή χρησιμοποιεί ένα μόνο ανορθωτή και πιο μικρό μετασχηματιστή. Έχει όμως διάφορα μειονεκτήματα:

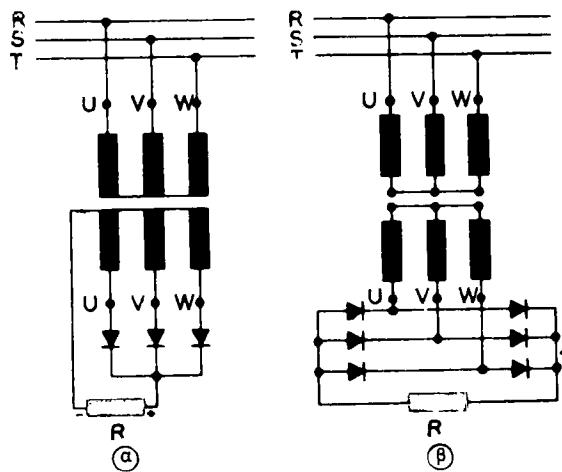
1) Η απόδοσή του είναι μισή από την απόδοση των κυκλωμάτων διπλής ανορθώσεως.

2) Η τάση εξόδου είναι πιο ανώμαλη.

3) Το ρεύμα που ρέει στο δευτερεύον του κυκλώματος απλής ανορθώσεως έχει πάντοτε την ίδια διεύθυνση. Αποτέλεσμα είναι να μειώνεται η αυτεπαγωγή του πρωτεύοντος και να ρέει σε αυτό μεγαλύτερο ρεύμα, που προξενεί μεγαλύτερες απώλειες. Στο κύκλωμα διπλής ανορθώσεως το ρεύμα στις δύο ημιπεριόδους έχει αντίθετη κατεύθυνση και δεν επηρεάζει το πρωτεύον κύκλωμα

ε) Απλή και διπλή ανόρθωση τριφασικού ρεύματος.

Το σχήμα 20.3δ(α) δείχνει τη διάταξη απλής ανορθώσεως τριφασικού ρεύματος, ενώ το σχήμα 20.3δ(β) δείχνει τη διάταξη διπλής ανορθώσεως του ίδιου



Σχ. 20.3δ.

ρεύματος. Παρατηρούμε ότι για την απλή ανόρθωση χρειάζονται τρεις ανορθωτές και για τη διπλή έξι.

20.4 Εξομάλυνση της ανορθωμένης τάσεως.

Η ανορθωμένη τάση που εμφανίζεται στα άκρα του φορτίου R έχει την μορφή του σχήματος 20.3a(β) σε ένα ανορθωτή απλής ανορθώσεως και τη μορφή του σχήματος 20.3β(β) σε ένα ανορθωτή διπλής ανορθώσεως. Παρατηρούμε και στις δύο περιπτώσεις, ότι η τάση παρουσιάζει μεγάλες κυματώσεις.

Ενα μέτρο της κυματώσεως του κυκλώματος αποτελεί ο **συντελεστής κυματώσεως γ**, που ορίζεται από το πηλίκο της ενεργεύου τιμής του εναλλασσόμενου ρεύματος I_e προς την τιμή του συνεχούς ρεύματος I_0 .

$$\gamma = \frac{I_e}{I_0} \quad (1)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η κυμάτωση τόσο μεγαλύτερο είναι το εναλλασσόμενο ρεύμα I_e συγκριτικά με το συνεχές ρεύμα I_0 , τόσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής κυματώσεως.

Αποδεικνύεται ότι:

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{I_a}{I_0}\right)^2 - 1} \quad (2)$$

όπου I_a η ενεργός τιμή του ανορθωμένου ρεύματος. Έτσι από τη (2) και τις σχέσεις (1) ως (4) της 20.3 παίρνομε για την απλή ανόρθωση $\gamma = 1,21$ και για τη διπλή ανόρθωση, που έχει λιγότερη κυμάτωση, $\gamma = 0,48$.

Για να μειώσουμε την κυμάτωση της ανορθωμένης τάσεως, δηλαδή να επιτύχουμε την **εξομάλυνσή** της, ώστε να πλησιάσει στη μορφή του συνεχούς ρεύματος, χρησιμοποιούμε διάφορα κυκλώματα.

a) Εξομάλυνση με παράλληλο πυκνωτή.

Ένας απλός τρόπος για να επιτύχουμε μια πιο ομαλή μεταβολή της τάσεως είναι να συνδέσουμε ένα πυκνωτή με μεγάλη χωρητικότητα (συνήθως ηλεκτρολυτικό) παράλληλα στον καταναλωτή R, όπως φαίνεται στο σχήμα 20.4a(a).

Στο σχήμα 20.4a(β) παριστάνεται η κυματομορφή της ανορθωμένης τάσεως χωρίς τον πυκνωτή με διακεκομένη γραμμή, ενώ η κυματομορφή με τον πυκνωτή παράλληλα συνδεμένο στο κύκλωμα, με συνεχή γραμμή.

Όταν ο ανορθωτής επιτρέπει τη διέλευση ρεύματος, φορτίζεται ο πυκνωτής μέχρις ότου η τάση του γίνει ίση με τη μέγιστη τιμή U_m της ημιτονικής τάσεως (σημεία a , g , e της καμπύλης). Στη συνέχεια η τάση υπηγής γίνεται μικρότερη από την τάση U_m του πυκνωτή με αποτέλεσμα να σταματήσει η ροή ρεύματος στο κύκλωμα πηγής - πυκνωτή. Αυτό οφείλεται στο ότι η δίοδος εμποδίζει το ρεύμα να κινηθεί αντίθετα από τον πυκνωτή προς την πηγή.

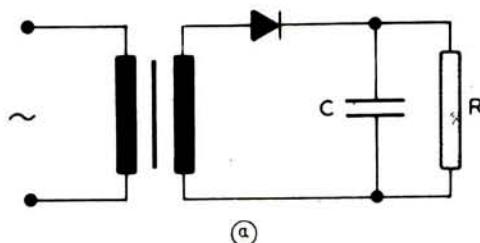
Ο πυκνωτής εκφορτίζεται τώρα μέσω του φορτίου R, έως ότου η τάση στην πηγή γίνει μεγαλύτερη από την τάση στους οπλισμούς του και αρχίσει πάλι να

φορτίζεται.

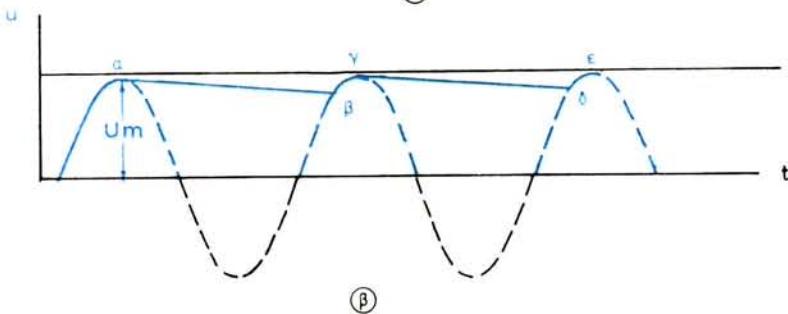
Η εκφόρτιση του πυκνωτή γίνεται αργά, σύμφωνα με τη σταθερά χρόνου RC του πυκνωτή γιατί η αντίσταση R είναι πολύ μεγάλη, όπως επίσης η χωρητικότητα C , με αποτέλεσμα η μείωση της τάσεως στους οπλισμούς του πυκνωτή να είναι μικρή, μέχρι δηλαδή τα σημεία β , δ , της ημιτονικής καμπύλης.

Η τάση στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι ταυτόχρονα και η τάση στον αντιστάτη R . Παρατηρούμε ότι η μεταβολή της ακολουθεί σχεδόν την περιβάλλουσα της ανορθωμένης τάσεως στο σχήμα 20.4a, δηλαδή την καμπύλη που προκύπτει αν ενώσουμε τις κορφές των μισών κυματομορφών (ευθεία γραμμή).

Εξομάλυνση με πυκνωτή – και μάλιστα καλύτερη – επιτυγχάνομε επίσης και στη διάταξη διπλής ανορθώσεως.



(a)



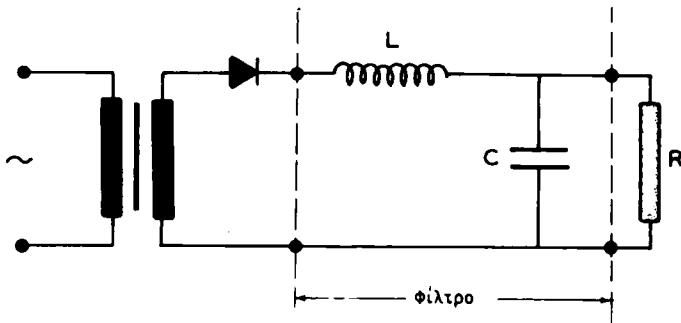
(b)

Σχ. 20.4a.

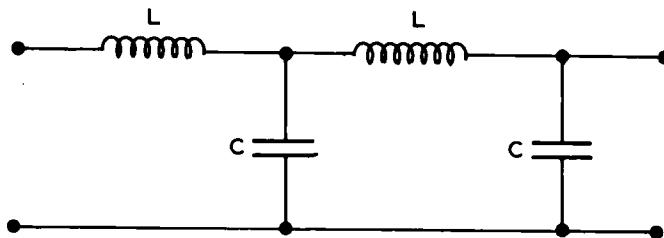
β) Φίλτρο επαγωγικής εισόδου.

Το σχήμα 20.4β δείχνει ένα κύκλωμα με ένα πηνίο L στον οριζόντιο κλάδο και ένα πυκνωτή C στον εγκάρσιο κλάδο. Το κύκλωμα αυτό αποτελεί ένα **φίλτρο επαγωγικής εισόδου**.

Το συνεχές ρεύμα που περιέχεται στο ανορθωμένο ρεύμα περνά ανεμπόδιστα από το πηνίο, όχι όμως και από τον πυκνωτή που αποτελεί διακοπή για ένα κύκλωμα συνεχούς ρεύματος. Ετσι το συνεχές ρεύμα φθάνει στην έξοδο του φίλτρου. Αντίθετα, το εναλλασσόμενο ρεύμα συναντά την αντίσταση ωL του πηνίου και κατόπιν περνά από τον πυκνωτή πιο εύκολα από ότι από τον καταναλωτή R που έχει πολύ μεγαλύτερη αντίσταση. Ο πυκνωτής δηλαδή βραχυκυκλώνει την έξοδο του φίλτρου για το εναλλασσόμενο ρεύμα και έτσι



Σχ. 20.4β.



Σχ. 20.4γ.

στο φορτίο έχουμε ουσιαστικά μόνο το συνεχές ρεύμα.

Το πηνίο επίσης ρυθμίζει τη ροή του εναλλασσόμενου ρεύματος στο φίλτρο και την κάνει πιο ομαλή. Όταν το εναλλασσόμενο ρεύμα αυξάνεται, το πηνίο αντιτίθεται στην αύξηση με την αυτεπαγωγή του και το μειώνει, ενώ όταν μειώνεται το ενισχύει (νόμος του Lenz). Έτσι το ρεύμα που περνά από τον πυκνωτή είναι πιο ομαλό και δεν προσφέρεται με τη μορφή παλμών κατά διαστήματα, όπως όταν έχουμε μόνο του πυκνωτή. Η εξομάλυνση είναι εδώ καλύτερη και η καταπόνηση του ανορθωτή και των άλλων στοιχείων του κυκλώματος μικρότερη.

Όταν δεν επαρκεί ένα μόνο φίλτρο για την εξομάλυνση συνδέεται σε σειρά ένα δεύτερο φίλτρο (σχ. 20.4γ).

γ) Φίλτρο χωρητικής εισόδου.

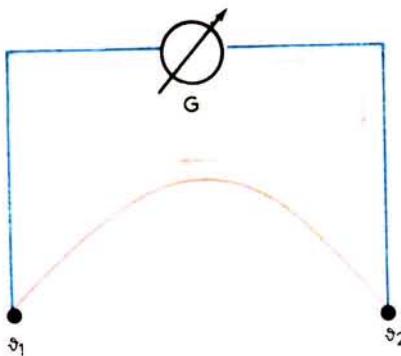
Αν αναστρέψουμε το φίλτρο του σχήματος 20.4β έρχεται ο πυκνωτής C στην είσοδο του φίλτρου και σχηματίζεται ένα φίλτρο **χωρητικής εισόδου**. Η τάση στην έξοδο του φίλτρου αυτού είναι υψηλότερη από την τάση του φίλτρου επαγωγικής εισόδου για μικρά ρεύματα φορτίου και πλησιάζει στη μέγιστη τιμή της ημιτονικής τάσεως. Προϋπόθεση όμως είναι ότι το φορτίο παραμένει σταθερό. Όταν το φορτίο μεταβάλλεται και απαιτείται σταθερή τάση, το φίλτρο χωρητικής εισόδου είναι ακατάλληλο και χρησιμοποιούνται φίλτρα επαγωγικής εισόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ ΠΡΩΤΟ

ΘΕΡΜΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

21.1 Θερμοηλεκτρική τάση – Θερμοστοιχεία.

Εκτελούμε το εξής πείραμα: Παίρνουμε δύο σύρματα από διαφορετικό μέταλλο, π.χ. από σίδηρο και κονσταντάν και τα ενώνουμε στα άκρα τους, είτε με συγκόλληση είτε με σύντηξη, ώστε να σχηματισθεί ένας βρόχος όπως φαίνεται στο σχήμα 21.1. Στο βρόχο αυτό παρεμβάλλομε ένα γαλβανόμετρο G.



Σχ. 21.1.

Αν τώρα θερμάνουμε τη μία από τις δύο θέσεις επαφής των δύο μετάλλων, ώστε να αποκτήσει υψηλότερη θερμοκρασία από την άλλη θέση, θα παρατηρήσουμε ότι από το γαλβανόμετρο περνά ρεύμα. Η ένταση του ρεύματος αυτού είναι τόσο μεγαλύτερη, όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ των δύο θέσεων. Αν αντίθετα ψύξουμε την ίδια θέση επαφής, ώστε να αποκτήσει χαμηλότερη θερμοκρασία από την άλλη θέση, παρατηρούμε ότι από το γαλβανόμετρο περνά πάλι ρεύμα αλλά σε αντίθετη κατεύθυνση από την προηγούμενη. Η έγκαση και στην περίπτωση αυτή αυξάνει, όσο αυξάνει η διαφορά θερμοκρασίας των δύο θέσεων επαφής.

Η εμφάνιση ρεύματος στις δύο περιπτώσεις σημαίνει ότι στο κύκλωμα αναπτύσσεται ορισμένη τάση που έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία του ρεύμα-

τος. Την τάση αυτή ονομάζομε **θερμοηλεκτρική τάση** και αντίστοιχα το ρεύμα, **θερμοηλεκτρικό ρεύμα**.

Το φαινόμενο της εμφανίσεως τάσεως σε ένα κλειστό κύκλωμα από δύο διαφορετικά μέταλλα, όταν οι θέσεις επαφής των μετάλλων έχουν διαφορετική θερμοκρασία ονομάζεται θερμοηλεκτρικό φαινόμενο.

Το θερμοηλεκτρικό φαινόμενο ερμηνεύεται ως εξής: Όταν φέρομε σε επαφή δύο διαφορετικά μέταλλα, ελεύθερα ηλεκτρόνια από το ένα μέταλλο εισέρχονται, λόγω της θερμικής τους κινήσεως, στο άλλο μέταλλο και αντίστροφα. Όμως, ανάλογα με το είδος των δύο μετάλλων, τα ηλεκτρόνια κινούνται ευκολότερα προς τη μία κατεύθυνση από ότι στην άλλη. Αυτό έχει σαν συνέπεια να περάσουν αρχικά περισσότερα ηλεκτρόνια στο ένα μέταλλο από ότι στο άλλο και να αναπτυχθεί μεταξύ των δύο μετάλλων διαφορά δυναμικού. Η διαφορά αυτή δυναμικού (ή τάση) ονομάζεται **τάση επαφής** και αναχαιτίζει την επί πλέον συσσώρευση ηλεκτρονίων στο μέταλλο που έχει αρνητικό δυναμικό, ενώ διευκολύνει την κίνηση ηλεκτρονίων (με την επιτάχυνση που τους προσδίνει) προς το μέταλλο με το θετικό δυναμικό. Ετσι όταν η τάση επαφής πάρει την τελική της τιμή, έχει αποκατασταθεί ισορροπία στις εναλλαγές ηλεκτρονίων, δηλαδή ίσος αριθμός ηλεκτρονίων περνά συνεχώς από το ένα μέταλλο στο άλλο.

Η τάση επαφής εξαρτάται από τη θερμοκρασία της επαφής, γιατί όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία, τόσο μεγαλύτερη είναι η θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων και τόσο μεγαλύτερος αριθμός ηλεκτρονίων μπορεί να περάσει από το ένα μέταλλο στο άλλο.

Σε ένα κλειστό κύκλωμα από δύο διαφορετικά μέταλλα, όπως στο σχήμα 21.1, υπάρχουν δύο θέσεις επαφών, που η τάση επαφής τους έχει **αντίθετη** πολιτικότητα. Ετσι όταν οι δύο επαφές έχουν την ίδια θερμοκρασία, οι δύο τάσεις επαφής είναι ίσες και αντίθετες και στο κύκλωμα δεν εμφανίζεται θερμοηλεκτρική τάση. Αντίθετα, όταν οι επαφές έχουν διαφορετική θερμοκρασία οι τάσεις επαφής είναι διαφορετικές. Η διαφορά τότε των δύο τάσεων είναι ίση με τη **θερμοηλεκτρική τάση** που εμφανίζεται στο κύκλωμα.

Τα διάφορα μέταλλα μπορούμε να τα ταξινομήσουμε σε μία σειρά κατά τέτοιο τρόπο, ώστε όταν συνδέονται δύο οποιαδήποτε μέταλλα της σειράς το θερμοηλεκτρικό ρεύμα να ρέει από το μέταλλο που προηγείται προς το μέταλλο που έπεται στη σειρά, ενώ όταν ψύχεται η επαφή να ρέει το ρεύμα αντίστροφα. Η σειρά αυτή ονομάζεται **θερμοηλεκτρική σειρά τάσεως** και είναι π.χ. η εξής για τα μέταλλα που ακολουθούν:

Βισμούθιο, κονσταντάν, νικέλιο, πλατίνη, μόλυβδος, χρυσός, άργυρος, χαλκός, σίδηρος, αντιμόνιο.

Όσο πιο μεγάλη είναι η απόσταση στη σειρά μεταξύ των δύο μετάλλων που έρχονται σε επαφή, τόσο μεγαλύτερη είναι η τάση επαφής που δημιουργείται για ορισμένη διαφορά θερμοκρασίας. Π.χ. στην επαφή των ακραίων μετάλλων

της σειρας «βισμούθιο - αντιμόνιο» δημιουργούνται $10 \cdot 10^{-5}$ V/°C, ενώ στην επαφή «κονσταντάν - σίδηρος» $5 \cdot 10^{-5}$ V/°C μέχρι μία οριακή θερμοκρασία 1173 °C.

Το ζεύγος των δύο διαφορετικών μετάλλων σε επαφή ονομάζεται **θερμοστοιχείο**.

Το αντίστροφο του θερμοηλεκτρικού φαινομένου ονομάζεται **φαινόμενο Peltier** (Πελτιέ): *Όταν ρέει ρεύμα από τη θέση επαφής δύο διαφορετικών μετάλλων, παρουσιάζεται ανάλογα με τη φορά του ρεύματος αυξηση ή μείωση της θερμοκρασίας της επαφής.*

21.2 Χρήση των θερμοστοιχείων.

Η τάση που δημιουργούν τα θερμοστοιχεία είναι πολύ μικρή, γι' αυτό δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Χρησιμοποιούνται όμως ευρύτατα για τη μέτρηση θερμοκρασιών σε διατάξεις που ονομάζονται **θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα**, διότι από τη θερμοηλεκτρική τάση προσδιορίζεται η διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ μεταξύ των δύο θέσεων επαφής των μετάλλων και εφόσον η μία θερμοκρασία είναι γνωστή βρίσκεται η άλλη θερμοκρασία.

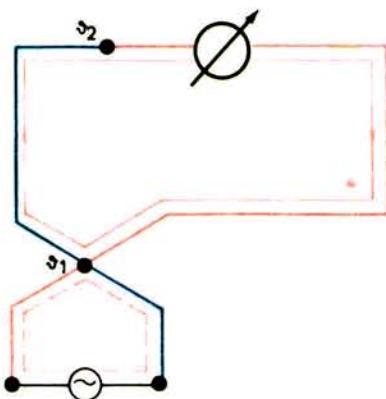
Το θερμοηλεκτρικό θερμόμετρο αποτελείται από ένα θερμοστοιχείο και ένα μιλλιβολτόμετρο συνδεμένα σε σειρά. Το μιλλιβολτόμετρο είναι βαθμολογημένο σε βαθμούς °C ώστε να δείχνει αμέσως τη θερμοκρασία. Η μία θέση επαφής του θερμοστοιχείου τοποθετείται στο σώμα του οποίου μετράται η θερμοκρασία, ενώ η άλλη βρίσκεται στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

Μετρήσεις με θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα είναι κατά πολύ πιο ακριβείς από τις μετρήσεις με κοινά θερμόμετρα και εφαρμόζονται επίσης σε πολλές περιπτώσεις που δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα θερμόμετρα αυτά. Π.χ. για τη μέτρηση πολύ υψηλών ή πολύ χαμηλών θερμοκρασιών ή σε τηλεμετρήσεις της θερμοκρασίας. Ιδιαίτερα έχουν το πλεονέκτημα ότι μπορούν να πραγματοποιούνται σε σημεία με δύσκολη προσπέλαση, π.χ. μέσα σε στενά ανοίγματα, επειδή το θερμοστοιχείο αποτελείται από λεπτά σύρματα, που δεν πιάνουν πολύ χώρο.

Με θερμοηλεκτρικά θερμόμετρα μετράται π.χ. η θερμοκρασία στην επιφάνεια τοίχων για διαπίστωση της θερμομονωτικής τους ικανότητας, η θερμοκρασία των μετάλλων σε χυτήρια, η θερμοκρασία των τυλιγμάτων ηλεκτρικών μηχανών και μετασχηματιστών κ.ο.κ.

Μία άλλη χρήση των θερμοστοιχείων είναι η μέτρηση της τάσεως και εντάσεως ρευμάτων υψηλής συχνότητας σε συνδυασμό με ένα όργανο στρεφόμενου πηνίου (σχ. 21.2). Το εναλλασσόμενο ρεύμα (— —) διοχετεύεται μέσα από την επαφή των δύο μετάλλων και τη θερμαίνει με αποτέλεσμα να δημιουργηθεί θερμοηλεκτρικό ρεύμα συνεχές (—) που περνά μέσα από το όργανο στρεφόμενου πηνίου. Η αύξηση της θερμοκρασίας της επαφής και το αναπτυσσό-

μενο θερμοηλεκτρικό ρεύμα εξαρτώνται από την ενεργό τιμή της τάσεως ή εντάσεως του εναλλασσόμενου ρεύματος όχι όμως από τη συχνότητά του. Είσι με το όργανο στρεφόμενου πηνίου μπορούμε να μετρήσουμε τάσεις και εντάσεις υψηλής συχνότητας (μέχρι 1 MHz περίπου).



Σχ. 21.2.

Αριθμητικό παράδειγμα.

Το μιλλιβολτόμετρο ενός θερμοηλεκτρικού θερμομέτρου δείχνει ρεύμα $I = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ A}$, όταν η θερμοκρασία αυξάνεται κατά $\Delta\theta = 15^\circ\text{C}$. Να υπολογισθεί η αναπτυσσόμενη θερμοηλεκτρική τάση U ανά $^\circ\text{C}$, αν η αντίσταση του κυκλώματος είναι $R = 200 \Omega$.

Λύση.

$$\frac{U}{\Delta\theta} = \frac{IR}{\Delta\theta} = \frac{200 \cdot 4,5 \cdot 10^{-6}}{15} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}$$

$$\underline{\underline{\frac{U}{\Delta\theta} = 6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}}{^\circ\text{C}}}}$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

- 1) Σφαίρα με φορτίο Q είναι βυθισμένη σε δοχείο με λάδι (ϵ_r του λαδιού: 2,3). Στο εξωτερικό της σφαίρας και σε απόσταση $r = 30$ cm από το κέντρο της μετράται ένταση πεδίου $E = 2 \cdot 10^5$ N/C. Να υπολογισθεί το φορτίο Q .

Απάντηση.

$$Q = 4,6 \text{ } \mu\text{C}$$

- 2) Μία δέσμη ηλεκτρονίων διανύει σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο απόσταση μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού 200 V. Τα ηλεκτρόνια ξεκινούν με ταχύτητα μηδέν, κινούνται κατά μήκος των ηλεκτρικών γραμμών του πεδίου και προσκρούουν στο τέρμα της διαδρομής σε μία μεταλλική επιφάνεια. Ολόκληρη η κινητική τους ενέργεια μετατρέπεται εδώ σε θερμότητα: $Q = 2,15 \cdot 10^{-3}$ kcal ($e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, $m_0 = 9,1083 \cdot 10^{-31}$ · kg). Να βρεθούν:
- Η ταχύτητα v με την οποία προσκρούουν τα ηλεκτρόνια στη μεταλλική επιφάνεια.
 - Ο αριθμός n των ηλεκτρονίων της δέσμης.

Απάντηση.

$$v = 8,39 \cdot 10^3 \text{ km/s}$$

$$n = 2,81 \cdot 10^{17} \text{ ηλεκτρόνια.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

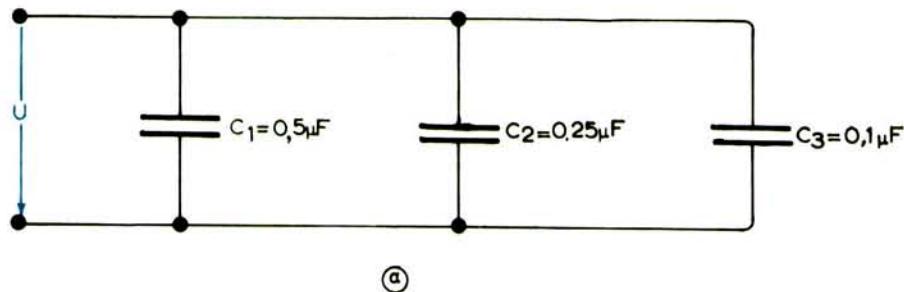
- 3) Να προσδιορισθεί η συνολική χωρητικότητα των συνδεσμολογιών του παρακάτω σχήματος 1.

Απάντηση.

Για τη συνδεσμολογία (α): $C_{o\lambda} = 0,85 \text{ } \mu\text{F}$

Για τη συνδεσμολογία (β): $C_{o\lambda} = 100 \text{ pF}$

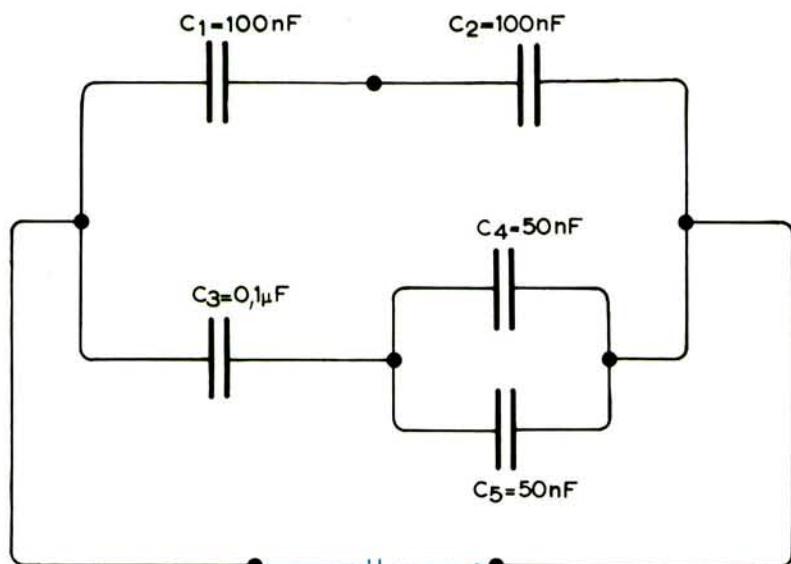
Για τη συνδεσμολογία (γ): $C_{o\lambda} = 100 \text{ pF}$



(a)



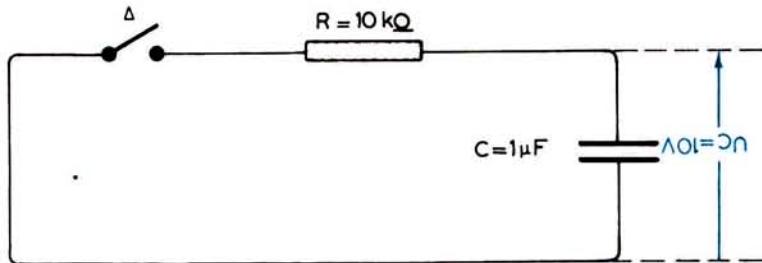
(b)



(c)

Σχ. 1.

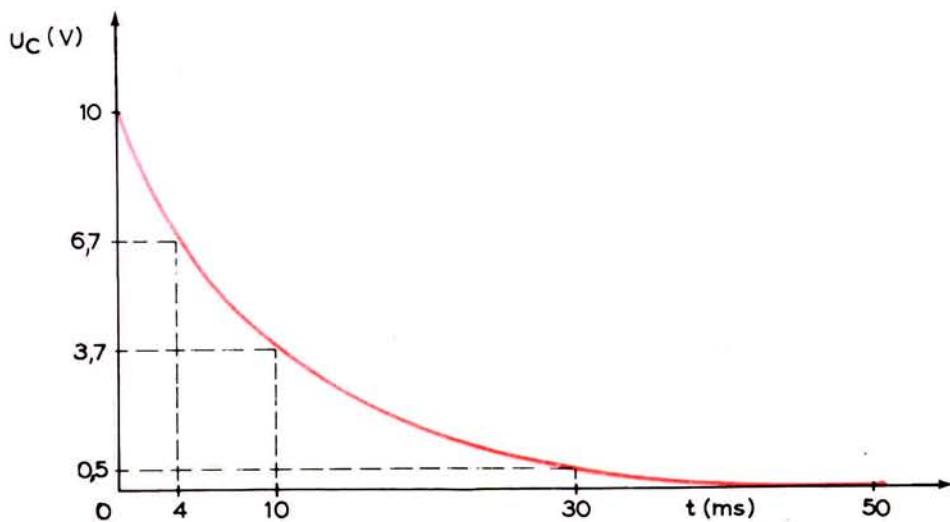
- 4) Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κλείνεται ο διακόπτης Δ του σχήματος 2. Να σχεδιάσετε η τάση εκφορτίσεως του πυκνωτή σε συνάρτηση με το χρόνο. (Να υπολογισθούν οι τιμές της τάσεως για $t = 4, 10, 30$ και 50 ms).



Σχ. 2.

Απάντηση.

$t(\text{ms})$	4	10	30	50
$u_C (\text{V})$	6,7	3,7	0,5	0,07



Σχ. 3.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

- 5) Να υπολογισθεί η φάση φ εναλλασσόμενου ρεύματος, συχνότητας $f = 50$ Hz, τη χρονική στιγμή $t = 10^{-2}$ s, αν η αρχική του φάση είναι μηδέν. Η φ να δοθεί σε ακτίνια και μοίρες.

Απάντηση.

$$\phi = \pi \text{ ή } 180^\circ$$

- 6) Εναλλασσόμενο ρεύμα έχει συχνότητα 50 Hz. Να υπολογισθεί η κυκλική συχνότητα ω και η περίοδος του T .

Απάντηση.

$$\omega = 314 \text{ s}^{-1}$$

$$T = 0,02 \text{ s}$$

- 7) Δίδονται τα εναλλασσόμενα ρεύματα:

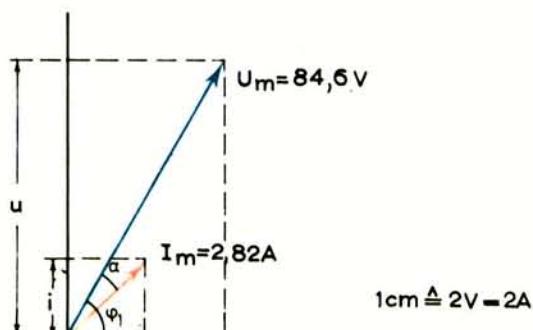
$$i_1 = I_{\text{im}} \eta \mu (\omega t + \frac{3\pi}{4}) \quad \text{και} \quad i_2 = I_{\text{2m}} \eta \mu (\omega t - \frac{\pi}{2}).$$

Να υπολογισθεί η διαφορά φάσεώς τους φ.

Απάντηση.

$$\text{Το } i_1 \text{ προηγείται κατά } \phi = \frac{5\pi}{4} \text{ του } i_2$$

- 8) Δίδεται ημιτονική τάση $U = 60$ V με αρχική φάση $\phi_1 = \frac{\pi}{3}$ και ημιτονικό ρεύμα $I = 2$ A, που έπειται της τάσεως κατά $\alpha = \frac{\pi}{12}$. Να σχεδιασθεί το διανυσματικό διάγραμμα των μεγίστων τιμών τάσεως και εντάσεως και να προσδιορισθούν από αυτό οι στιγμιαίες τιμές u και i .



Σχ. 4.

Απάντηση.

$$u = 27 \text{ V}$$

$$i = 2 \text{ A}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

- 9) Ηλεκτρική εγκατάσταση απορροφά πραγματική ισχύ $P = 25 \text{ kW}$ με συντελεστή ισχύος συνφ = 0,5 και τάση $U = 1 \text{ kV}$. Να υπολογισθούν η φαινόμενη ισχύς P_ϕ και η άεργη ισχύς P_a της εγκαταστάσεως.

Απάντηση.

$$P_\phi = 50 \text{ kVA}$$

$$P_a = 43,3 \text{ kVAR}$$

- 10) Ηλεκτροκινητήρας συνδέεται με δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος, τάσεως $U = 220 \text{ V}$ (ενεργός τιμή) και απορροφά πραγματική ισχύ $P = 2,64 \text{ kW}$ με συντελεστή ισχύος συνφ = 0,7. Να βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I , που περνά από τον κινητήρα.
 - Το βαττικό και άεργο ρεύμα I_β και I_a .
 - Η φαινόμενη και άεργη ισχύς του κινητήρα.

Απάντηση.

$$\text{a)} I = 17,14 \text{ A}, \text{ b)} I_\beta = 12 \text{ A}, I_a = 12,24 \text{ A}.$$

$$\text{γ)} P_\phi = 3,770 \text{ kVA}, P_a = 2,692 \text{ kVAR}$$

- 11) Με ηλεκτρική γραμμή είναι συνδεμένοι οι εξής καταναλωτές:

1) 80 λαμπτήρες των 100 W (συνφ₁ = 1).

2) 1 κινητήρας ισχύος $P_2 = 2 \text{ kW}$ με συντελεστή αποδόσεως $\eta_2 = 0,8$ και με συντελεστή ισχύος συνφ₂ = 0,65.

3) 1 κινητήρας ισχύος $P_3 = 0,8 \text{ kW}$ με συντελεστή αποδόσεως $\eta_3 = 0,5$ και με συντελεστή ισχύος συνφ₃ = 0,7.

4) 1 θερμάστρα ισχύος $P_4 = 3,4 \text{ kW}$ με συνφ₄ = 1.

Η τάση λειτουργίας όλων των καταναλωτών είναι $U = 220 \text{ V}$.

Να υπολογισθούν:

a) Η απορροφούμενη πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς κάθε καταναλωτή, καθώς και ολόκληρης της εγκαταστάσεως.

β) Ο συντελεστής ισχύος της εγκαταστάσεως.

γ) Το ρεύμα κάθε καταναλωτή (ολικό, βαττικό και άεργο) και το ολικό ρεύμα της εγκαταστάσεως.

Απάντηση.**a) Λαμπτήρες.**

$$P_1 = 8000 \text{ W}$$

$$P_{a_1} = 0, \quad P_{\varphi_1} = P_1 = 8000 \text{ W}$$

Κινητήρας 1:

$$P_2 = 2500 \text{ W}$$

$$P_{\varphi_2} = 3850 \text{ VA}$$

$$P_{a_2} = 2925 \text{ VAr}$$

Κινητήρας 2:

$$P_3 = 1600 \text{ W}$$

$$P_{\varphi_3} = 2290 \text{ VA}$$

$$P_{a_3} = 1638 \text{ VAr}$$

Θερμάστρα:

$$P_4 = 3400 \text{ W}, \quad P_{\varphi_4} = P_4 = 3400 \text{ W}, \quad P_{a_4} = 0$$

Ολική ισχύς εγκαταστάσεως:

$$P = \sum P_i = 15.500 \text{ W}$$

$$P_a = \sum P_{ai} = 4563 \text{ VAr}$$

$$P_{\varphi} = 16.140 \text{ VA}$$

$$\beta) \text{ συνφ} = 0,962$$

γ) **Αμπτήρες:**

$$I_1 = I_{\beta_1} = 36,3 \text{ A}, \quad I_{a_1} = 0$$

Κινητήρας 1:

$$I_2 = 17,5 \text{ A}$$

$$I_{\beta_2} = 11,37 \text{ A}$$

$$I_{a_2} = 13,32 \text{ A}$$

Κινητήρας 2:

$$I_3 = 10,4 \text{ A}$$

$$I_{\beta_3} = 7,28 \text{ A}$$

$$I_{a_3} = 7,42 \text{ A}$$

Θερμάστρα:

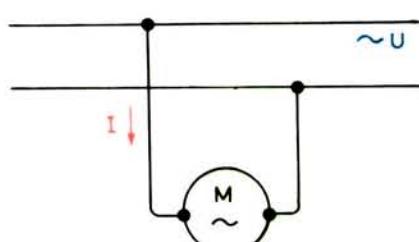
$$I_4 = I_{\beta_4} = 15,45 \text{ A}, \quad I_{a_4} = 0$$

Ολικό ρεύμα της εγκαταστάσεως:

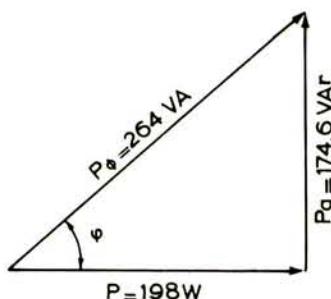
$$I_{\beta} = \sum I_{\beta i} = 70,4 \text{ A}$$

$$I_a = \sum I_{ai} = 20,74 \text{ A}$$

$$I = 73,4 \text{ A}$$



Σχ. 5.



Σχ. 6.

- 12) Ηλεκτροκινητήρας συνδέεται με δίκτυο εναλλασσόμενου ρεύματος (σχ. 5). Η ενεργός τιμή της τάσεως του δικτύου είναι $U = 220 \text{ V}$, η συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$, η ενεργός τιμή του ρεύματος που ρέει μέσα από τον κινητήρα

$I = 1,2 \text{ A}$ και ο συντελεστής ισχύος σύνφ = 0,75. Να βρεθούν:

- Η φαινόμενη ισχύς, που απορροφάται από τον κινητήρα.
- Η πραγματική ισχύς που απορροφάται από τον κινητήρα.
- Η άεργη ισχύς του κινητήρα.
- Η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
- Να σχεδιασθεί το τρίγωνο των ισχύων.

Απάντηση.

- a) $P_\phi = 264 \text{ VA}$, b) $P = 198 \text{ W}$, c) $P_a = 174,6 \text{ VAr}$, d) $\varphi = 41,4^\circ$, e) Σχήμα 6.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΚΤΟ

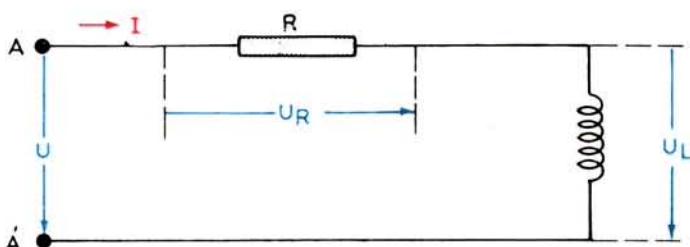
13) Αν τα άκρα ενός πηνίου συνδεθούν με μια πηγή συνεχούς ρεύματος, πολικής τάσεως $U = 10 \text{ V}$, θα περάσει από το πηνίο συνεχές ρεύμα $I_0 = 5 \text{ A}$.

Αν τα άκρα του ίδιου πηνίου συνδεθούν με μια εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $U = 10 \text{ V}$, συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$, θα περάσει από το πηνίο εναλλασσόμενο ρεύμα με ενεργό τιμή $I = 2,69 \text{ A}$. Να βρεθούν:

- Η ωμική αντίσταση R της πηνίου.
- Η φαινόμενη αντίσταση Z του πηνίου.
- Η αυτεπαγωγή L του πηνίου.
- Η διαφορά φάσεως φ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .

Απάντηση.

- a) $R = 2\Omega$, b) $Z = 2,72 \Omega$, c) $L = 10 \text{ mH}$, d) $\varphi = 57,5^\circ$



Σχ. 7.

14) Το κύκλωμα του σχήματος 7 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 150 \Omega$ και από ένα πηνίο $L = 0,8 \text{ H}$, συνδεμένα σε σειρά. Στους ακροδέκτες Α - Α' εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 120 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 60 \text{ Hz}$. Να βρεθούν:

- Η επαγωγική αντίσταση X_L του πηνίου.
- Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
- Η ενεργός τιμή των τάσεων U_R και U_L .
- Η διαφορά φάσεως φ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .

Απάντηση.

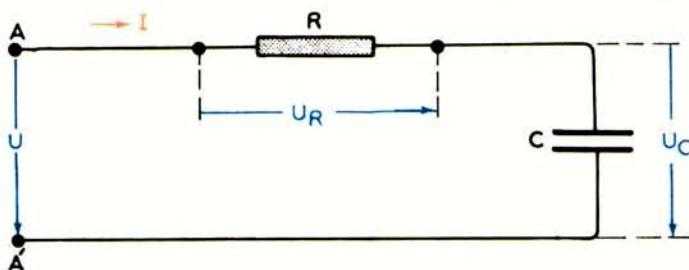
- α) $X_L = 301,5 \Omega$, β) $Z = 336,5 \Omega$, γ) $I = 0,3566 \text{ A}$, δ) $U_R = 53,5 \text{ V}$,
 $U_L = 107,5 \text{ V}$ ε) $\phi = 63,5^\circ$

- 15) Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 84 \Omega$ και ένα πηνίο L συνδεμένα σε σειρά. Ποια πρέπει να είναι η τιμή της επαγωγικής αντιστάσεως ωL , ώστε η διαφορά φάσεως μεταξύ της τάσεως και του ρεύματος του κυκλώματος να είναι 60° ;

Απάντηση.

$$\omega L = 145,5 \Omega$$

- 16) Το κύκλωμα του σχήματος 8 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 25 \Omega$ κατ



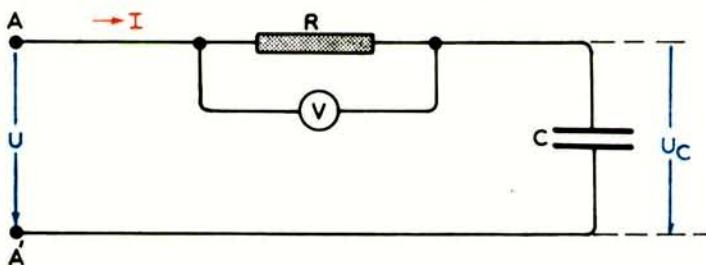
Σχ. 8.

ένα πυκνωτή $C = 25 \mu\text{F}$ συνδεμένους σε σειρά. Στους ακροδέκτες $A-A'$ εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Να βρεθούν:

- α) Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
 β) Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
 γ) Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
 δ) Η ενεργός τιμή της τάσεως U_R , που εμφανίζεται στα άκρα του αντιστάτη R , και της τάσεως U_C στα άκρα του πυκνωτή C .

Απάντηση.

- α) $Z = 129,82 \Omega$, β) $I = 1,7 \text{ A}$, γ) $\phi = 78,9^\circ$, δ) $U_R = 42,5 \text{ V}$, $U_C = 216,6 \text{ V}$



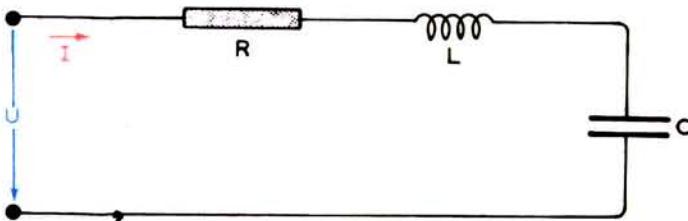
Σχ. 9.

- 17) Το κύκλωμα του σχήματος 9 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 10 \text{ k}\Omega$ και ένα πυκνωτή χωρητικότητας C , συνδεμένους σε σειρά. Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$, και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Το βολτόμετρο, που είναι συνδεμένο στα άκρα του αντιστάτη R , δείχνει τάση $U_R = 97 \text{ V}$ (ενεργός τιμή). Να βρεθούν:
- Η τιμή της χωρητικότητας C .
 - Η ενεργός τιμή της τάσεως που παρουσιάζεται μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή U_C .
 - Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .

Απάντηση.

a) $C = 0,156 \mu\text{F}$, b) $U_C = 197,4 \text{ V}$ c) $\phi = 63,8^\circ$

- 18) Ένα κύκλωμα αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 10 \Omega$, ένα πηνίο $L = 0,015 \text{ mH}$ και ένα πυκνωτή $C = 1 \mu\text{F}$ σε σειρά (σχ. 10). Στα άκρα του κυ-



Σχ. 10.

κλώματος εφαρμόζεται μία εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 80 \text{ kHz}$. Να βρεθούν:

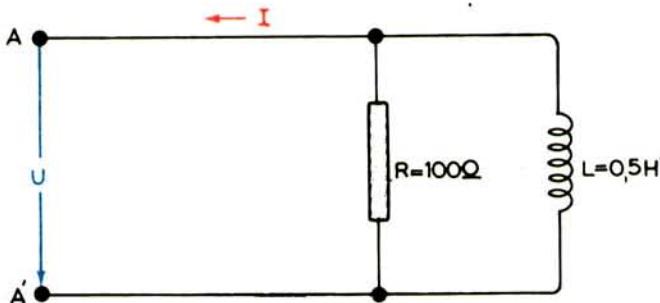
- Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
- Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ του ρεύματος I και της τάσεως U .
- Η φαίνομενη, πραγματική και άεργη ισχύς του κυκλώματος.

Απάντηση.

a) $Z = 11,44 \Omega$, b) $I = 19,23 \text{ A}$, c) $\phi = 29^\circ$, d) $P_\phi = 4,23 \text{ kVA}$, $P = 3,7 \text{ kW}$, $P_a = 2,050 \text{ kVAr}$

- 19) Το κύκλωμα του σχήματος 11 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 100 \Omega$ και ένα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ με παράλληλη σύνδεση. Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
- Η φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
- Το βαττικό ρεύμα I_b και το άεργο ρεύμα I_a του κυκλώματος.

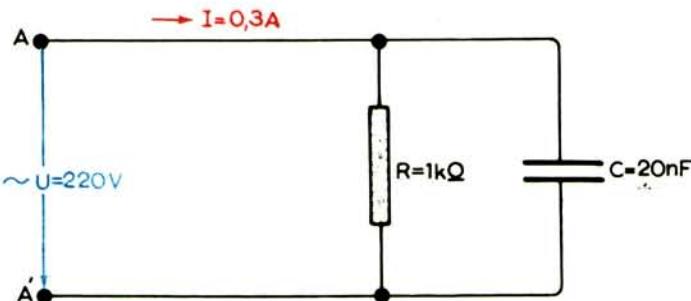


Σχ. 11.

Απάντηση.

α) $I = 2,6 \text{ A}$, β) $Z = 84,6 \Omega$, γ) $I_B = 2,2 \text{ A}$, $I_a = 1,4 \text{ A}$

- 20) Το κύκλωμα του σχήματος 12 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 1 \text{ k}\Omega$ και ένα πυκνωτή $C = 20 \text{ nF}$, συνδεμένους παράλληλα. Στους ακροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$. Η ενεργός τιμή του ρεύματος, που ρέει στο κύκλωμα είναι $I = 0,3 \text{ A}$. Να βρεθεί η συχνότητα f του ρεύματος.



Σχ. 12.

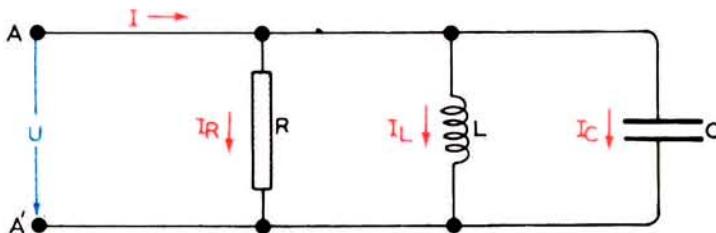
Απάντηση.

$f = 7,4 \text{ kHz}$

- 21) Το κύκλωμα του σχήματος 13 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 100 \Omega$, ένα πηνίο $L = 0,5 \text{ H}$ και ένα πυκνωτή $C = 10 \mu\text{F}$ με παράλληλη σύνδεση. Στους ακροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 220 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Να βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή των ρευμάτων I_R , I_L , I_C και το ολικό ρεύμα I .
 - Η φαινόμενη αντίσταση του κυκλώματος Z .
 - Η διαφορά φάσεως ϕ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .

Απάντηση.

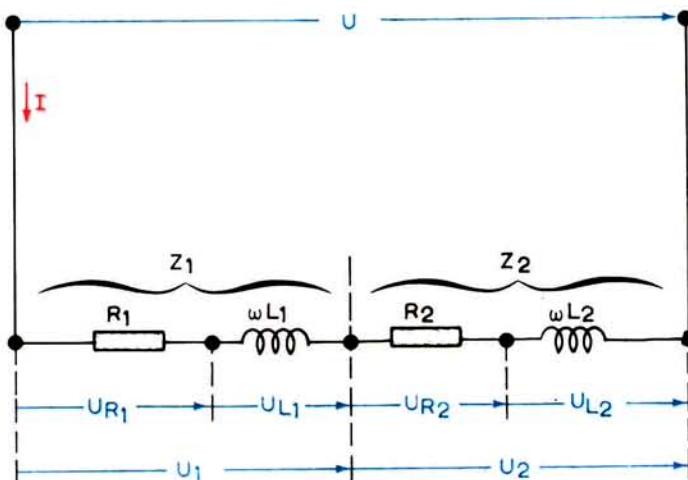
α) $I_R = 2,2 \text{ A}$, $I_L = 1,4 \text{ A}$, $I_C = 0,69 \text{ A}$, $I = 2,3 \text{ A}$, β) $Z = 95,5 \Omega$, γ) $\phi = 17^\circ$



Σχ. 13.

22) Στους ακροδέκτες $A - A'$ της συνδεσμολογίας του σχήματος 14 εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 200 \text{ V}$ και συχνότητα $f = 50 \text{ Hz}$. Δίδεται ότι: $R_1 = 30 \Omega$, $\omega L_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 17 \Omega$ και $\omega L_2 = 40 \Omega$. Να βρεθούν:

- Οι αντιστάσεις Z_1 , Z_2 και η ολική φαινόμενη αντίσταση Z του κυκλώματος.
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I .
- Οι τάσεις U_1 και U_2 .
- Η διαφορά φάσεως φ_1 μεταξύ της τάσεως U_1 και του ρεύματος I , η διαφορά φάσεως φ_2 μεταξύ της τάσεως U_2 και του ρεύματος I και η διαφορά φάσεως φ μεταξύ της τάσεως U και του ρεύματος I .
- Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς του κυκλώματος.
- Η πραγματική ισχύς που καταναλίσκεται στους αντιστάτες R_1 και R_2 .



Σχ. 14.

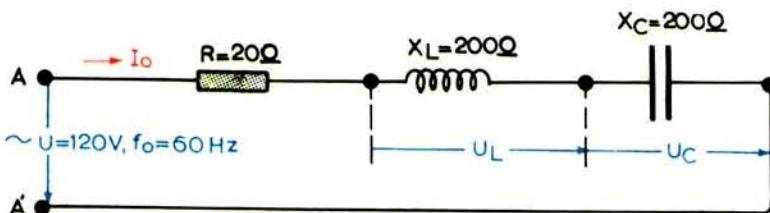
Απάντηση.

- $Z_1 = 31,62 \Omega$, $Z_2 = 43,46 \Omega$, $Z = 68,62 \Omega$
- $I = 2,914 \text{ A}$
- $U_1 = 92,2 \text{ V}$, $U_2 = 126,7 \text{ V}$

- δ) $\phi_1 = 18,4^\circ$, $\phi_2 = 67^\circ$, $\varphi = 46,8^\circ$
 ε) $P_\phi = 583 \text{ VA}$, $P = 399 \text{ W}$, $P_a = 425 \text{ VA}$
 στ) $P_1 = 254,8 \text{ W}$, $P_2 = 144,2 \text{ W}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

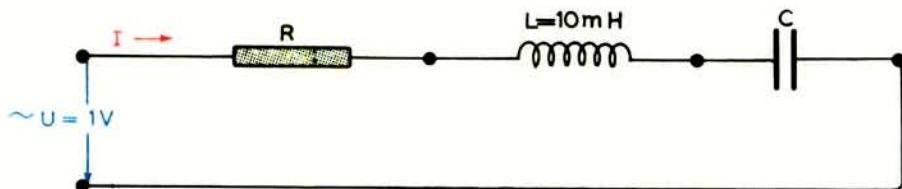
- 23) Το κύκλωμα συντονισμού του σχήματος 15 αποτελείται από ένα αντιστάτη $R = 20 \Omega$, ένα πυκνωτή χωρητικής αντιστάσεως $X_C = 200 \Omega$ και ένα πηνίο επαγωγικής αντιστάσεως $X_L = 200 \Omega$ σε σειρά. Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση, ενεργού τιμής $U = 120 \text{ V}$ και συχνότητας $f_0 = 60 \text{ Hz}$. Στη συχνότητα αυτή επιτυγχάνεται συντονισμός. Να βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_0 .
 - Η ενεργός τιμή των τάσεων U_L και U_C .
 - Ο συντελεστής ποιότητας Q .
 - Η ζώνη διελεύσεως Δf .
 - Η ισχύς του συντονισμένου αυτού κυκλώματος.



Σχ. 15.

Απάντηση.

- α) $I_0 = 6 \text{ A}$, β) $U_L = U_C = 1200 \text{ V}$, γ) $Q = 10$, δ) $\Delta f = 6 \text{ Hz}$
 ε) $P = P_\phi = 720 \text{ W (VA)}$, $P_a = 0$



Σχ. 16.

- 24) Το κύκλωμα συντονισμού του σχήματος 16 αποτελείται από ένα αντιστάτη R , ένα πυκνωτή C και ένα πηνίο $L = 10 \text{ mH}$ σε σειρά. Στους ακροδέκτες A - A' εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U = 1 \text{ V}$.

Η ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος είναι $f_0 = 100 \text{ kHz}$ και ο συντελεστής ποιότητάς του $Q = 50$. Να βρεθούν:

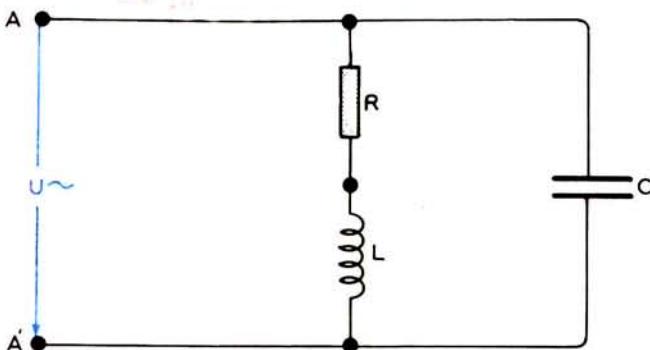
- α) Η χωρητικότητα C του πυκνωτή.
- β) Η ζώνη διελεύσεως Δf .

γ) Οι πλευρικές συχνότητες f_1 και f_2 (συχνότητες που το ρεύμα I παίρνει την τιμή $I_0/\sqrt{2}$).

Απάντηση.

- α) $C = 253 \text{ pF}$, β) $\Delta f = 2 \text{ kHz}$, γ) $f_1 = 99 \text{ kHz}$, $f_2 = 101 \text{ kHz}$

25) Δίδεται το κύκλωμα του σχήματος 17, όπου $L = 6,36 \text{ mH}$, $R = 40 \Omega$ και $C = 1590 \text{ pF}$. Στους ακροδέκτες $A - A'$ εφαρμόζεται μια εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή U . Να βρεθούν:



Σχ. 17.

- α) Η ιδιοσυχνότητα f_0 του κυκλώματος.
- β) Ο συντελεστής ποιότητας Q .
- γ) Η ζώνη διελεύσεως Δf καθώς και οι πλευρικές συχνότητες f_1 και f_2 .

Απάντηση.

- α) $f_0 = 50 \text{ kHz}$, β) $Q = 50$, γ) $\Delta f = 1 \text{ kHz}$

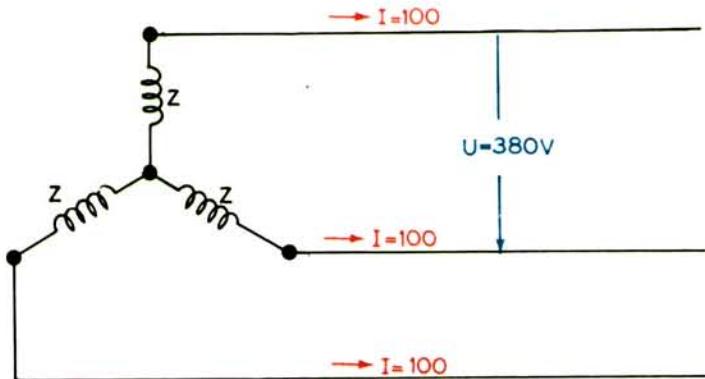
ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΟΟ

26) Μια τριφασική γεννήτρια, σε σύνδεση αστέρα, αναπτύσσει πολική τάση με ενεργό τιμή $U = 380 \text{ V}$ και παρέχει ρεύμα στις γραμμές της $I = 100 \text{ A}$ (σχ. 18). Ο συντελεστής ισχύος είναι συνφ = 0,85. Να βρεθούν:

- α) Η φαινόμενη, πραγματική και άεργη ισχύς της γεννήτριας.
- β) Η φαινόμενη αντίσταση Z κάθε φάσεως.

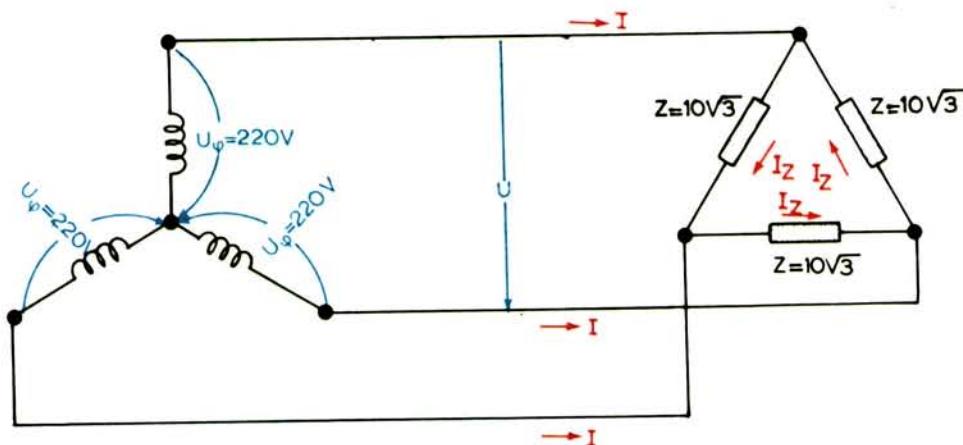
Απάντηση.

- α) $P_\phi = 65,8 \text{ kVA}$, $P = 56 \text{ kW}$, $P_a = 34,6 \text{ kVAr}$, β) $Z = 2,2 \Omega$



Σχ. 18.

- 27) Τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση αστέρα, τροφοδοτεί τρεις όμοιους καταναλωτές με τριγωνική σύνδεση, όπως δείχνει το σχήμα 19. Να βρεθούν:



Σχ. 19.

- a) Η ενεργός τιμή της πολικης τάσεως U .
 β) Η ενεργός τιμή του ρεύματος στους καταναλωτές I_Z .

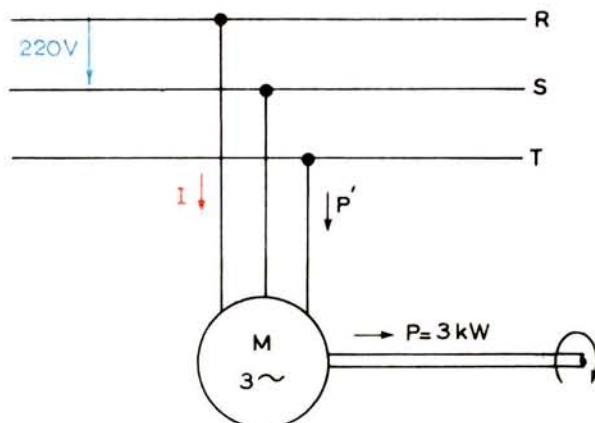
Απάντηση.

α) $U = 380 \text{ V}$, β) $I_Z = 22 \text{ A}$

- 28) Τριφασικός κινητήρας παρέχει στον άξονά του ισχύ $P = 3 \text{ kW}$. Ο κινητήρας αυτός τροφοδοτείται από τριφασικό δίκτυο πολικης τάσεως $U = 220 \text{ V}$ (ενεργός τιμή), συχνότητας $f = 50 \text{ Hz}$ και απορροφά ρεύμα με ενεργό τιμή $I = 11,5 \text{ A}$ (σχ. 20). Ο βαθμός αποδόσεως του κινητήρα είναι $\eta = 80\%$.

Να βρεθούν:

- Η πραγματική ισχύς P' που απορροφά ο κινητήρας.
- Η φαινόμενη ισχύς P_ϕ .
- Ο συντελεστής ισχύος συνφ.
- Η άεργη ισχύς P_a .
- Το βαττικό και άεργο ρεύμα I_β και I_α .



Σχ. 20.

Απάντηση.

- $P' = 3,75 \text{ kW}$, $\beta) P_\phi = 4,382 \text{ kVA}$, $\gamma) \text{συνφ} = 0,8557$,
- $P_a = 2,267 \text{ kVar}$, $\varepsilon) I_\beta = 9,84 \text{ A}$, $I_\alpha = 5,95 \text{ A}$
- Τριφασικός κινητήρας έχει φάσεις με αντίσταση $R = 9 \Omega$ και συντελεστή ισχύος συνφ = 0,82. Ο κινητήρας συνδέεται με δίκτυο πολικής τάσεως 380 V. Για τις δύο περιπτώσεις που οι φάσεις του κινητήρα είναι συνδεμένες σε αστέρα και σε τρίγωνο να υπολογισθούν:
 - Η φασική τάση U_ϕ .
 - Το φασικό ρεύμα I_ϕ .
 - Η πραγματική ισχύς P , που απορροφά ο κινητήρας.
 - Ο λόγος της ισχύος σε σύνδεση με αστέρα προς την ισχύ σε σύνδεση με τρίγωνο.

Απάντηση.

Αστέρας (λ):

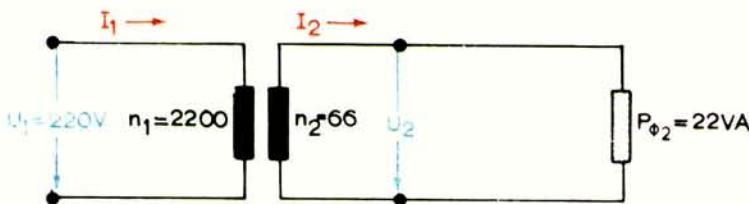
- $U_\phi = 219,6 \text{ V}$
- $I_\phi = 24,4 \text{ A}$
- $P_\lambda = 13.181 \text{ W}$
- $\delta) \frac{P_\lambda}{P_\Delta} = \frac{1}{3}$

Τρίγωνο (Δ):

- $U_\phi = 380 \text{ V}$
- $I_\phi = 42,3 \text{ A}$
- $P_\Delta = 39.543 \text{ W}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

- 30) Ο αριθμός των σπειρών του πρωτεύοντος ενός μονοφασικού μετασχηματιστή ηλεκτρικού κουδουνιού είναι $n_1 = 2200$ και του δευτερεύοντος $n_2 = 66$. Στο πρωτεύον εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U_1 = 220 \text{ V}$ (σχ. 21). Να βρεθούν:
- Ο λόγος μετασχηματισμού λ_μ .
 - Η ενεργός τιμή της τάσεως U_2 , που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος.
 - Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_2 , αν στο δευτερεύον συνδεθεί κατανάλωση με φαινόμενη ισχύ $P_{\phi_2} = 22 \text{ VA}$.
 - Η ενεργός τιμή του ρεύματος στο πρωτεύον I_1 .



Σχ. 21.

Απάντηση.

- a) $\lambda_\mu = 33,333$, b) $U_2 = 6,6 \text{ V}$, c) $I_2 = 3,333 \text{ A}$, d) $I_1 = 0,1 \text{ A}$
- 31) Ο λόγος μετασχηματισμού ενός μονοφασικού μετασχηματιστή, που χρησιμοποιείται για εγκαταστάσεις «φωτεινών επιγραφών» είναι $\lambda_\mu = 1/45$. Στο πρωτεύον εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με ενεργό τιμή $U_1 = 220 \text{ V}$ (χαμηλότερη τάση). Να βρεθούν:
- Η ενεργός τιμή της τάσεως U_2 που εμφανίζεται στα άκρα του δευτερεύοντος.
 - Η ισχύς σε VA που καταναλίσκεται, αν για να διεγερθούν οι φωτόβόλοι σωλήνες απαιτείται ρεύμα με ενεργό τιμή $I_2 = 50 \text{ mA}$.
 - Η ενεργός τιμή του ρεύματος στο πρωτεύον I_1 .

Απάντηση.

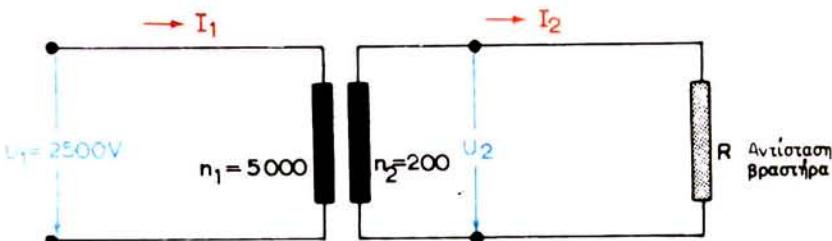
- a) $U_2 = 9,9 \text{ kV}$, b) $P_{\phi_2} = 495 \text{ VA}$, c) $I_1 = 2,25 \text{ A}$
- 32) Ένας μονοφασικός μετασχηματιστής υποβιβασμού τάσεως έχει στο πρωτεύον $n_1 = 5000$ σπείρες και στο δευτερεύον $n_2 = 200$ σπείρες. Το πρωτεύον συνδέεται με δίκτυο εναλλασσόμενης τάσεως με ενεργό τιμή $U_1 = 2500 \text{ V}$. Το ρεύμα που ρέει στο δευτερεύον περνά μέσα από ένα ηλεκτρικό βραστήρα χωρητικότητας 20 λίτρων καθαρού νερού και ανεβάζει τη θερ-

μοκρασία του από 14°C σε 100°C σε διάστημα $12'$. Αν υποθέσουμε ότι δεν υπάρχουν απώλειες, να βρεθούν:

- Η ενεργός τιμή του ρεύματος του πρωτεύοντος I_1 .
- Η αντίσταση του βραστήρα R (σχ. 22).

Απάντηση.

- $I_1 = 4 \text{ A}$, β) $R = 1 \Omega$



Σχ. 22.

- 33) Στο πρωτεύον ενός μονοφασικού μετασχηματιστή $2200/200 \text{ V}$, που είναι συνδεμένο με υψηλή τάση, ρέει ρεύμα κενού $I_0 = 0,923 \text{ A}$, όταν στο δευτερόν δεν υπάρχει φορτίο. Το ρεύμα I_0 έπειται της τάσεως U_1 του πρωτεύοντος κατά 90° . Όταν στο δευτερόν συνδεθεί ορισμένο φορτίο, ρέει σε αυτό ρεύμα $I_2 = 50 \text{ A}$, που έπειται της τάσεως U_2 κατά γωνία $\varphi_2 = 36,67^{\circ}$ (συνφ $\varphi_2 = 0,8$).

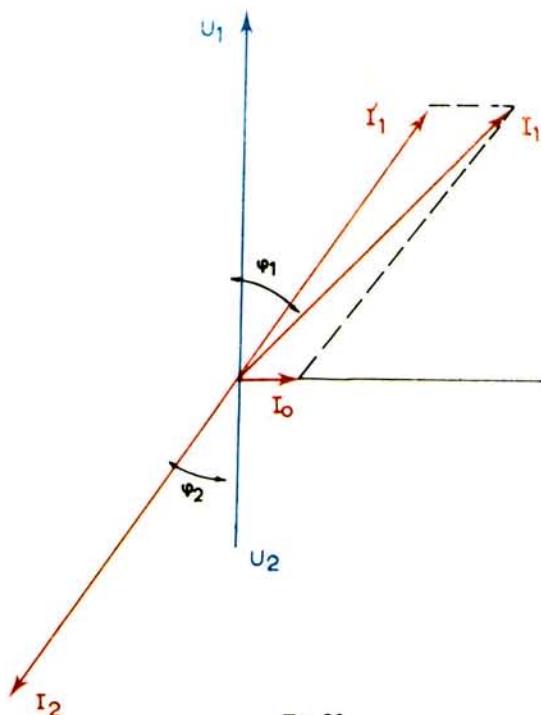
- Να υπολογισθεί το ρεύμα I'_1 , που ρέει στο πρωτεύον και που η μαγνητική του ροή εξουδετερώνει τη ροή του ρεύματος I_2 .
- Να σχεδιασθεί το διανυσματικό διάγραμμα των ρευμάτων και των τάσεων πρωτεύοντος - δευτερόντος και να προσδιορισθεί από αυτό το ολικό ρεύμα I_1 που ρέει στο πρωτεύον. Επίσης η διαφορά φάσεως φ_1 του I_1 ως προς την τάση U_1 .

Απάντηση.

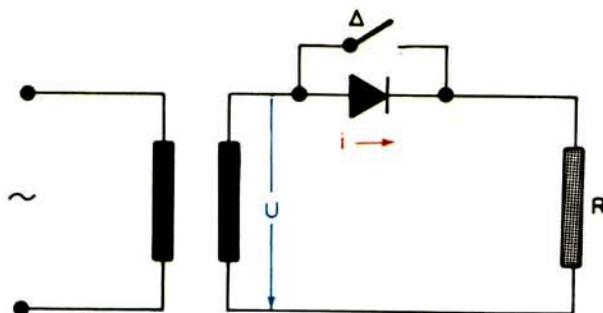
- $I'_1 = 4,55 \text{ A}$, β) $I_1 = 5,1 \text{ A}$, $\varphi_1 = 45,2^{\circ}$ (σχ. 23).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

- 34) Δίδεται το κύκλωμα απλής ανορθώσεως του σχήματος 24, όπου $u = \sqrt{2} \sin \omega t \text{ (V)}$ και $R = 5 \text{ (\Omega)}$. Να υπολογισθούν:
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_R του αντιστάτη R και η ενεργός τιμή της τάσεως U_R στα άκρα του αντιστάτη, όταν ο ανορθωτής είναι βραχυκυκλωμένος (διακόπτης Δ κλειστός).
 - Η μέση τιμή του ανορθωμένου ρεύματος I_0 και της τάσεως U_0 στα άκρα του αντιστάτη R , όταν ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός.



Σχ. 23.



Σχ. 24.

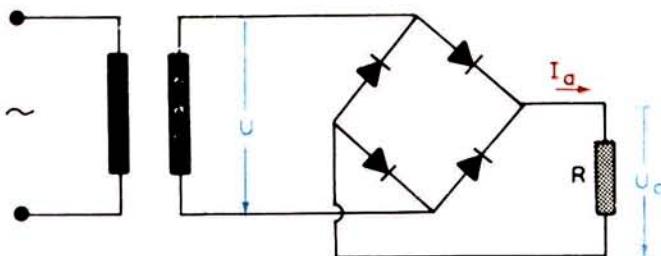
- γ) Η ενεργός τιμή I_a του ανορθωμένου ρεύματος και της τάσεως U_a στα άκρα του αντιστάτη R , επίσης όταν ο διακόπτης Δ είναι ανοικτός.

Απάντηση.

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| α) $I_R = 200 \text{ mA}$ | $U_R = 1 \text{ V}$ |
| β) $I_o = 89,8 \text{ mA}$ | $U_0 = 0,45 \text{ V}$ |
| γ) $I_a = 141 \text{ mA}$ | $U_a = 0,7 \text{ V}$ |

35) Δίδεται η γέφυρα ανορθώσεως (γέφυρα Grätz) του σχήματος 25. Η μέση τιμή I_0 του ρεύματος του αντιστάτη $R = 10 \Omega$ είναι 500 mA . Να υπολογισθούν:

- Η ενεργός τιμή U της τάσεως στο δευτερεύον του μετασχηματιστή.
- Η ενεργός τιμή του ρεύματος I_a και της τάσεως U_a στα άκρα του αντιστάτη R .



Σχ. 25.

Απάντηση.

α) $U = 5,56 \text{ V}$, β) $I_a = 556,7 \text{ mA}$, $U_a = 5,56 \text{ V}$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟ ΤΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ – ΠΥΚΝΩΤΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΩΔΕΚΑΤΟ

Το ηλεκτρικό πεδίο

12.1 Ορισμός του ηλεκτρικού πεδίου	1
12.2 Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου	2
12.3 Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές	6
12.4 Ηλεκτρικό πεδίο στο εσωτερικό αγωγών – Ηλεκτροστατική επίδραση	8
12.5 Δυναμικό και διαφορά δυναμικού	10
12.6 Σχέση μεταξύ τάσεως και εντάσεως ηλεκτρικού πεδίου	12

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΡΙΤΟ

Πυκνωτές

13.1 Εισαγωγή	15
13.2 Χωρητικότητα πυκνωτή – Μονάδες χωρητικότητας	16
13.3 Η σημασία της διηλεκτρικής σταθερας – Διηλεκτρική πόλωση	18
13.4 Ο επίπεδος πυκνωτής	21
13.5 Ηλεκτροστατική ενέργεια πυκνωτή	25
13.6 Τρόποι συνδέσεως πυκνωτών – Ισοδύναμη χωρητικότητα	27
13.7 Τύποι πυκνωτών	37
13.8 Καμπύλες φορτίσεως και εκφορτίσεως πυκνωτή – Σταθερά χρόνου φορτίσεως, εκφορτίσεως	39

ΜΕΡΟΣ ΠΕΜΠΤΟ

ΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

Παραγωγή εναλλασσόμενου ρεύματος – Χαρακτηριστικές τιμές και παράταση εναλλασσομένων μεγεθών

14.1 Μεταβαλλόμενα και εναλλασσόμενα ρεύματα	46
14.2 Παραγωγή εναλλασσόμενου ρεύματος	50
14.3 Συχνότητα, φάση και κυκλική συχνότητα εναλλασσομένων μεγεθών	55
14.4 Διανυσματική παράσταση εναλλασσομένων μεγεθών – Διαφορά φάσεως	59
14.5 Ενεργός τιμή εναλλασσομένων μεγεθών	68

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΠΕΜΠΤΟ

Ισχύς και ενέργεια του εναλλασσόμενου ρεύματος

15.1 Στιγμιαία ισχύς	73
15.2 Ενέργεια εναλλασσόμενου ρεύματος	75
15.3 Πραγματική, άεργη και φαινόμενη ισχύς	77
15.4 Βαττικό άεργο ρεύμα	81

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΚΤΟ

Κυκλώματα εναλλασσόμενου κυκλώματος

16.1 Στοιχεία κυκλωμάτων εναλλασσόμενου ρεύματος	84
16.2 Σύνθετα κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος	98

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΒΔΟΜΟ

Συντονισμός κυκλώματος

17.1 Γενικά	119
17.2 Συντονισμός σειρας	119
17.3 Παράλληλος συντονισμός	128

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΟΓΔΟΟ

Τριφασικά ρεύματα

18.1 Παραγωγή τριφασικού ρεύματος → Ανεξάρτητα τριφασικά συστήματα	135
18.2 Άλληλένδετα τριφασικά συστήματα	138
18.3 Ισχύς του τριφασικού ρεύματος	144
18.4 Σύνδεση καταναλωτών	146

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΚΑΤΟ ΕΝΑΤΟ

Μετασχηματιστές

19.1 Γενικά	151
19.2 Μονοφασικοί μετασχηματιστές	152
19.3 Τριφασικοί μετασχηματιστές	169

ΜΕΡΟΣ ΕΚΤΟ

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ

Ανορθωτές

20.1 Γενικά	180
20.2 Ειδή ανορθωτών	181
20.3 Συνδεσμολογίες ανορθωτών	192
20.4 Εξομάλυνση της ανορθωμένης τάσεως	196

ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΙΚΟΣΤΟ ΠΡΩΤΟ

Θερμοηλεκτρικό φαινόμενο

21.1 Θερμοηλεκτρική τάση – Θερμοστοιχεία	199
21.2 Χρήση των θερμοστοιχείων	201

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ	203
----------------	-----

COPYRIGHT ΙΔΡΥΜΑΤΟΣ ΕΥΓΕΝΙΔΟΥ

