

ΕΝΟΤΗΤΑ 5.1 ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Βοηθητικοί Τύποι:

$$f = \frac{N}{t}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = \frac{\phi}{t}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = 2\pi f$$

♦ Ένταση εναλλασσόμενου ρεύματος:

$$i = I_o \cdot \eta \mu \phi \rightarrow i = I_o \eta \mu \omega t \rightarrow i = I_o \eta \mu \omega \frac{2\pi}{T} t \rightarrow i = I_o \eta \mu \omega 2\pi f t \rightarrow \text{με αρχική φάση } i = I_o \eta \mu(\omega t + \phi_o)$$

♦ Εναλλασσόμενη τάση:

$$v = U_o \eta \mu \phi \rightarrow v = U_o \eta \mu \omega t \rightarrow v = U_o \eta \mu \frac{2\pi}{T} t \rightarrow v = U_o \eta \mu 2\pi f t \rightarrow \text{με αρχική φάση } v = U_o \eta \mu(\omega t + \phi_o)$$

♦ Ενεργός ένταση:

$$I_{\text{ev}} = \frac{I_o}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{ev}} = I_o \cdot 0,707$$

Προσέγγιση Ρεζονάνς

$$① |I_o| = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + 2I_1 I_2 \cos \Delta \phi}$$

$$\tan \theta = \frac{I_2 \cdot \eta \sin \Delta \phi}{I_1 + I_2 \cos \Delta \phi} \rightarrow \theta = \tan^{-1}(\epsilon \varphi \theta)$$

$$\alpha = \theta + \phi_o \quad \phi_{o, \text{ολ}} = \phi_o + \tan^{-1} \left(\frac{I_{o2} \cdot \eta \sin \Delta \phi}{I_{o1} + I_{o2} \cos \Delta \phi} \right)$$

②

♦ Ενεργός τάση:

$$U_{\text{ev}} = \frac{U_o}{\sqrt{2}}$$

$$U_{\text{ev}} = U_o \cdot 0,707$$

Παραλληλές Αντιστάσεις

$$R_o = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

♦ Τιμή από κορυφή σε κορυφή:

$$U_{p-p} = 2U_p = 2U_o$$

♦ Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φάση

$$i_1 = I_{o1} \eta \mu(\omega t + \phi_o) \quad \text{και} \quad i_2 = I_{o2} \eta \mu(\omega t + \phi_o)$$

♦ Εναλλασσόμενα ρεύματα σε φασική απόκλιση

$$i_1 = I_{o1} \eta \mu(\omega t + \phi_{o1}) \quad \text{και} \quad i_2 = I_{o2} \eta \mu(\omega t + \phi_{o2})$$

♦ Διαφορά φάσης

$$\Delta \phi = \phi_{o1} - \phi_{o2}$$

αν $\Delta \phi > 0$ το i_1 προηγείται χρονικά του i_2

αν $\Delta \phi < 0$ το i_2 προηγείται χρονικά του i_1

ΜΕΓΕΘΗ-ΜΟΝΑΔΕΣ

ω – κυκλική συχνότητα (rad/s)

f – συχνότητα (Hz)

ϕ – φάση (rad)

ϕ_o – αρχική φάση (rad)

i – στιγμιαία ένταση (A)

I_o – πλάτος της έντασης = μέγιστη ένταση (A)

I_{ev} – ενεργό ένταση (A)

v – στιγμιαία τάση (V)

v_o – πλάτος της τάσης = μέγιστη τάση (V)

v_{ev} – ενεργός τάση (V)

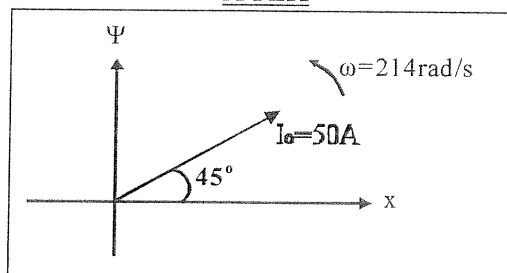
$v_p = v_o$ – τάση κορυφής (V)

v_{pp} – τάση από κορυφή σε κορυφή (V)

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να παρασταθεί διανυσματικά το εναλλασσόμενο ρεύμα $i=50\eta\mu(214t+45)$, χρησιμοποιώντας την κλίμακα 10 A/cm.

ΛΥΣΗ



Παρατήρηση: Το μήκος του διανύσματος I_0 , πρέπει να είναι 5 cm

2. Δίνονται τα εναλλασσόμενα ρεύματα $i_1 = 30\eta\mu(214t+30^\circ)$, $i_2 = 30\eta\mu(128t+30^\circ)$ και $i_3 = 60\eta\mu(214t+30)$ ποια από αυτά μπορούν να θεωρηθούν συμφασικά; Να γράψετε τη στιγμιαία τιμή ενός ρεύματος συμφασικού με το i_2 .

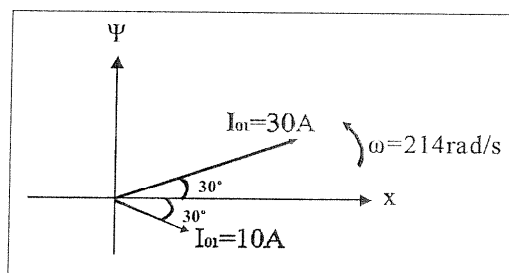
ΛΥΣΗ

- Συμφασικά θεωρούνται τα i_1 και i_3 επειδή έχουν την ίδια συχνότητα ($\omega_1 = \omega_3 = 214\text{Hz}$ άρα $f_1 = f_3$) και την ίδια αρχική φάση $\phi_0 = 30^\circ$.
- $i_4 = 20\eta\mu(128t+30^\circ)$

3. Ποιά είναι η διαφορά φάσης ανάμεσα στα $i_1 = 30\eta\mu(214t+30)$ και $i_2 = 10\eta\mu(214t-30)$. Ποιο ρεύμα προηγείται; Να παραστήσετε διανυσματικά τα δύο ρεύματα.

ΛΥΣΗ

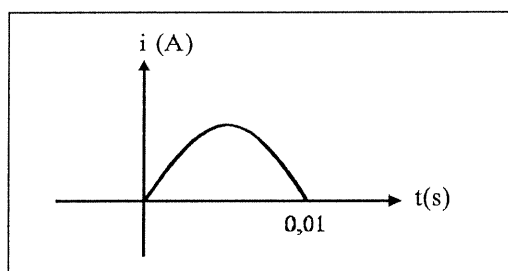
- $\Delta\phi = \phi_{01} - \phi_{02} = 30^\circ - (-30^\circ) = 60^\circ$
- $\Delta\phi > 0$ άρα προηγείται το i_1
- Χρησιμοποιούμε την κλίμακα 5A/cm άρα το 10A αντιστοιχούν σε 2cm και τα 30A σε 6cm.



4. Να υπολογίσετε τη τιμή εναλλασσόμενου ρεύματος συχνότητας $f = 50\text{Hz}$ ενεργού τιμής 10A χωρίς αρχική φάση $0,01\text{sec}$ μετά την χρονική στιγμή $t=0$. Να παραστήσετε γραφικά την μεταβολή του ρεύματος στο παραπάνω διάστημα.

ΛΥΣΗ

- $I_{\text{ev}} = \frac{I_o}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_o = I_{\text{ev}} \cdot \sqrt{2} = 10 \cdot 1,4 = 14\text{A}$
- $I_x = 14\eta\mu(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,01) = 14\eta\mu\pi = 0$



5. Δίνεται εναλλασσόμενο ρεύμα $i = 30\eta\mu(314t + 45^\circ)$. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο από τη χρονική στιγμή $t=0$ παίρνει την μέγιστη θετική και σε πόσο την μηδενική τιμή.

ΛΥΣΗ

- Για να πάρει τη μέγιστη θετική τιμή θα πρέπει $\eta\mu(314t + 45) = 1$ δηλαδή
 $314t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 314t = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow 100 \cdot \pi \cdot t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{400} = 0,0025\text{s}$

Άρα $t = 0,0025\text{s}$

- Για να πάρει την μηδενική τιμή θα πρέπει

$\eta\mu(314t + 45) = 0$ δηλαδή

$$314t + \frac{\pi}{4} = \pi \Rightarrow 314t = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow 100 \cdot \pi \cdot t = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{400} = 0,0075\text{s}$$

Άρα $t = 0,0075\text{s}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται το εναλλασσόμενο ρεύμα $i=25\eta\mu(314t+40^\circ)$. Να υπολογίσετε:
 - α) την μέγιστη τιμή της έντασης του ρεύματος
 - β) την ενεργό τιμή της έντασης
 - γ) την κυκλική συχνότητα
 - δ) την συχνότητα
 - ε) την περίοδο
 - στ) την αρχική φάση

2. Δίνεται το εναλλασσόμενο ρεύμα $i=50\eta\mu(314t+60^\circ)$. Να υπολογίσετε την στιγμιαία ένταση όταν $t=0,02\text{sec}$.

3. Δίνεται το εναλλασσόμενο ρεύμα $i=100\eta\mu(314t+30^\circ)$. Να υπολογίσετε:
 - α) την χρονική στιγμή που το ρεύμα γίνεται μέγιστο για πρώτη φορά
 - β) την χρονική στιγμή που το ρεύμα μηδενίζεται για πρώτη φορά.

4. Να παρασταθούν διανυσματικά, με την κατάλληλη κλίμακα τα παρακάτω εναλλασσόμενα ρεύματα.
 - α) $i_1 = 30\eta\mu 314t$
 - β) $i_2 = 30\eta\mu(314t + 30^\circ)$
 - γ) $i_3 = 30\eta\mu(314t - 30^\circ)$
 - δ) $i_4 = 100\eta\mu(628t + 45^\circ)$

5. Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης σε συνάρτηση με το χρόνο για τα ρεύματα:
 - α) $i_1 = 30\eta\mu 314t$
 - β) $i_2 = 10\eta\mu(628t + 30^\circ)$

6. Για τα παρακάτω ζευγάρια να βρεθεί η διαφορά φάσης. Πιο ρεύμα προηγείται σε κάθε περίπτωση:
 - α) $i_1 = 10\eta\mu(314t + 30^\circ)$
 $i_2 = 20\eta\mu(314t - 45^\circ)$
 - β) $i_1 = 5\eta\mu(314t - 90^\circ)$
 $i_2 = 10\eta\mu(314t)$

7. Για τα παρακάτω ζευγάρια εναλλασσόμενων ρευμάτων να υπολογίσετε τα ρεύματα $i_1 + i_2$ και $i_1 - i_2$.

α) $i_1 = 10\eta\mu\omega t$

$i_2 = 20\eta\mu\omega t$

β) $i_1 = 10\eta\mu\omega t$

$i_2 = 20\eta\mu(\omega t + 180^\circ)$

γ) $i_1 = 20\eta\mu\omega t$

$i_2 = 10\eta\mu(\omega t + 180^\circ)$

δ) $i_1 = 30\eta\mu(\omega t + 90^\circ)$

$i_2 = 40\eta\mu(\omega t)$

ε) $i_1 = 15\eta\mu(\omega t - 30^\circ)$

$i_2 = 15\eta\mu(\omega t + 30^\circ)$

στ) $i_1 = 10\eta\mu(\omega t + 30^\circ)$

$i_2 = 20\eta\mu(\omega t + 45^\circ)$

ζ) $i_1 = 30\eta\mu(\omega t - 45^\circ)$

$i_2 = 40\eta\mu(\omega t + 45^\circ)$

ΕΝΟΤΗΤΑ 5.2 ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Κύκλωμα με ωμική αντίσταση στο Ε.Ρ:

$$v = U_o \eta \mu \omega t$$

$$i = I_o \eta \mu \omega t$$

$$i = \frac{v}{R}$$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I_{\text{εV}} = \frac{U_{\text{εV}}}{R}$$

♦ Κύκλωμα με πηνίο στο Ε.Ρ.:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$v = U_o \eta \mu \omega t$$

$$i = I_o \eta \mu(\omega t - 90^\circ)$$

$$i = \frac{v}{X_L}$$

$$I_o = \frac{U_o}{X_L}$$

$$I_{\text{εV}} = \frac{U_{\text{εV}}}{X_L}$$

♦ Κύκλωμα με πυκνωτή στο Ε.Ρ.:

$$X_C = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

$$v = U_o \eta \mu \omega t$$

$$i = I_o \eta \mu(\omega t + 90^\circ)$$

$$i = \frac{v}{X_C}$$

$$I_o = \frac{U_o}{X_C}$$

$$I_{\text{εV}} = \frac{U_{\text{εV}}}{X_C}$$

♦ Κύκλωμα RL σε σειρά:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\varepsilon \phi \phi_z = \frac{U_L}{U_R} = \frac{\omega L}{R}$$

♦ Κύκλωμα RC σε σειρά:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\varepsilon \phi \phi_z = \frac{U_C}{U_R} = \frac{1}{\omega RC}$$

♦ Κύκλωμα RLC σε σειρά:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C^2)}$$

$$\varepsilon \phi \phi_z = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

♦ Κύκλωμα RLC παράλληλα:

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

$$\varepsilon\phi\phi_z = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{R}$$

ΜΕΓΕΘΗ-ΜΟΝΑΔΕΣ

R – ωμική αντίσταση (Ω)

X_L – επαγωγική αντίσταση (Ω)

X_C – χωρητική αντίσταση (Ω)

L – συντελεστή αυτεπαγωγής (H)

C – χωρητικότητα πυκνωτή (F)

Z – σύνθετη αντίσταση ή εμπίδηση (Ω)

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Πυκνωτής με $C=5\text{mF}$ τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση $v=100\eta\mu(314t-45^\circ)$. Να υπολογίσετε την ενεργή τιμή της έντασης που διαρρέει τον πυκνωτή και να σχεδιάσετε τον διανυσματικό διάγραμμα τάσης – έντασης του κυκλώματος.

ΛΥΣΗ

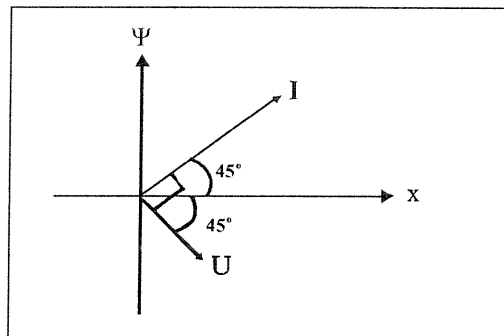
$$\left. \begin{aligned} v &= 100\eta\mu(314t - 45^\circ) \\ v &= U_0\eta\mu(\omega t + 90^\circ) \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_0 = 100\text{V}, \omega = 314 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{314 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 0,64\Omega$$

$$U_{\text{ev}} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 100 = 70\text{V}$$

$$I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{X_C} = \frac{70}{0,64} = 109\text{A}$$

Άρα $I_{\text{ev}} = 109\text{A}$



2. Κύκλωμα RL σειράς έχει $R=95,4\Omega$ και $L=0,001\text{H}$. Αν η τάση της πηγής είναι $v=100\eta\mu(31400t)$ να υπολογίσετε την σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος και την πτώση τάσης στα άκρα της αντίστασης.

ΛΥΣΗ

$$X_L = \omega \cdot L = 31400 \cdot 0,001 = 31,4\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{95,4^2 + 31,4^2} = \sqrt{9101,16 + 985,96} = \sqrt{10087,12} \approx 100\Omega$$

$$U_{\text{ev}} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 100 = 70\text{V}$$

$$I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{Z} = \frac{70}{100} = 0,7\text{A}$$

$$U_R = I_{\text{ev}} \cdot R = 0,7 \cdot 95,4 = 66,78\text{V}$$

Άρα $Z = 100\Omega$ και $U_R = 66,78\text{V}$

3. Κύκλωμα RC σειράς έχει $R=31,8\Omega$ και $C=1\mu F$ και τροφοδοτείται με τάση $u=100\eta\mu(31400t)$. Να υπολογίσετε την πτώση τάσης στα άκρα του πυκνωτή.

ΛΥΣΗ

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{31400 \cdot 10^{-6}} = \frac{1000000}{31400} = 31,85\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{31,8^2 + 31,8^2} = \sqrt{2 \cdot 31,8^2} = 31,8 \cdot \sqrt{2} = 1,42 \cdot 31,8 = 45,16\Omega$$

$$U_{ev} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 100 = 70V$$

$$I_{ev} = \frac{U_{ev}}{Z} = \frac{70}{45,16} = 1,55A$$

$$U_C = I_{ev} \cdot X_C = 1,55 \times 31,85 = 49,36V$$

Άρα $U_C = 49,36v$

4. Κύκλωμα RLC σειράς έχει $R=95,4\Omega$ και $L=0,002H$ και $C=1\mu F$ και τροφοδοτείται με τάση $u=10\eta\mu(31400t)$. Να υπολογίσετε την σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος, την εφαπτόμενη της διαφοράς φάσης μεταξύ τάσης και έντασης και την πτώση τάσης στα άκρα του πηνίου.

ΛΥΣΗ

$$X_L = \omega \cdot L = 31400 \cdot 0,002 = 62,8\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{31400 \cdot 10^{-6}} = \frac{1000000}{31400} = 31,85\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{95,4^2 + (62,8 - 31,8)^2} = 100\Omega$$

$$\epsilon\phi\phi_Z = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{62,8 - 31,85}{95,4} = 0,32$$

$$U_{ev} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 10 = 7V$$

$$I_{ev} = \frac{U_{ev}}{Z} = \frac{7}{100} = 0,07A$$

$$U_L = I_{ev} \cdot X_L = 0,07 \cdot 62,8 = 4,4V$$

Άρα $Z=100\Omega$, $\epsilon\phi\phi_Z = 0,32$ και $U_L = 4,4V$

5. Κύκλωμα RL παράλληλα έχει $R=10\Omega$, $L=0,1H$ και τροφοδοτείται με τάση $v=100\eta\mu(100t)$.

Να υπολογίσετε τα ρεύματα (ενεργές τιμές) I_R, I_L και I , την επαπτόμενη της διαφοράς φάσης $U-I$ και να σχεδιάσετε το διανυσματικό διάγραμμα των εναλλασσόμενων μεγεθών του κυκλώματος.

ΛΥΣΗ

$$U_{ev} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 100 = 70V$$

$$I_R = \frac{U_{ev}}{R} = \frac{70}{10} = 7A$$

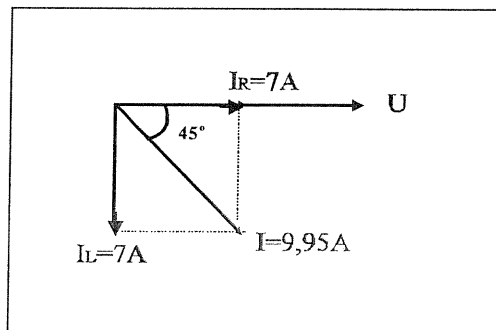
$$X_L = \omega \cdot L = 100 \cdot 0,1 = 10\Omega$$

$$I_L = \frac{U_{ev}}{X_L} = \frac{70}{10} = 7A$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{2 \cdot 7^2} = 7 \cdot \sqrt{2} = 9,95A$$

$$\varepsilon\phi\phi = \frac{R}{X_L} = \frac{10}{10} = 1$$

Άρα $I_R = 7A, I_L = 7A, I = 9,95A$ και $\varepsilon\phi\phi=1$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Εναλλασσόμενη τάση της μορφής $v=100\eta\mu 314t$ εφαρμόζεται σε ωμική αντίσταση $R=10\Omega$. Να υπολογίσετε:
 - α) την συχνότητα και την περίοδο
 - β) την ενεργό τιμή της τάσης και της έντασης
 - γ) την στιγμιαία τιμή της έντασης
 - δ) τις τιμές της έντασης και της τάσης την χρονική στιγμή $t=0,01\text{sec}$
2. Μια αντίσταση $R=10\Omega$ διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα με μέγιστη ένταση $I_0=24,2\text{A}$. Να υπολογίσετε την μέγιστη τιμή της τάσης και την ενεργό τιμή της τάσης.
3. Πηνίο με $L=20\text{mH}$ διαρρέεται από ρεύμα τάσης $v=100\eta\mu 314t$. Να υπολογίσετε:
 - α) την επαγωγική αντίδραση
 - β) την στιγμιαία τάση
 - γ) να σχεδιάσετε το διάγραμμα τάσης – έντασης
4. Πυκνωτής διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα $i=10\eta\mu 314t$ και έχει χωρητική αντίδραση $X_C=62,7\Omega$. Να υπολογίσετε την χωρητικότητα του πυκνωτή και να σχεδιάσετε το διανυσματικό διάγραμμα τάσης – έντασης.
5. Πηνίο αμελητέας αντίστασης έχει συντελεστή αυτεπαγωγής $L=\frac{1}{\pi}\text{H}$ και συνδέεται σε σειρά με αντίσταση $R=100\Omega$ (κύκλωμα RL). Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση συχνότητας $f=50\text{Hz}$ και ενεργού τιμής $U_{\text{εν}}=100\text{V}$. Να υπολογιστούν:
 - α) η σύνθεση αντίστασης του κυκλώματος
 - β) η ενεργός τιμή και η μέγιστη τιμή της έντασης
 - γ) τις τάσεις στα άκρα της αντίστασης και του πηνίου
 - δ) την διαφορά φάσης - τάσης και ρεύματος
 - ε) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων – ρεύματος
 - στ) την στιγμιαία τάση και την στιγμιαία ένταση
6. Σε κύκλωμα RL εφαρμόζεται τάση της μορφής $v=100\sqrt{2}\cdot\eta\mu 314t$ και διαρρέεται από ρεύμα $i=10\sqrt{2}\eta\mu(314t-\frac{\pi}{3})$. Να υπολογίσετε την αντίσταση R και τον συντελεστή αυτεπαγωγής L.

7. Κύκλωμα RC σε σειρά αποτελείται από αντίσταση $R=200\Omega$ και πυκνωτή χωρητικότητας $C=10\mu F$. Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση με συχνότητα $f=50\text{Hz}$ και ενεργό τιμή $U_{\text{ev}}=100\text{V}$. Να υπολογιστούν:

- α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
- β) η ενεργός τιμή και η μέγιστη τιμή της έντασης
- γ) τις τάσεις στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή
- δ) την διαφορά φάσης - τάσης και ρεύματος
- ε) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων – ρεύματος
- στ) την στιγμιαία τάση και την στιγμιαία ένταση

8. Κύκλωμα RLC σε σειρά αποτελείται από αντίσταση $R=60\Omega$ πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής

$$L = \frac{1}{10\pi} \text{ H και πυκνωτή χωρητικότητας } C = \frac{1}{9000\pi} \text{ F και τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη}$$

τάση συχνότητας $f=50\text{Hz}$ και ενεργού τιμής $U_{\text{ev}}=200\text{V}$. Να υπολογιστούν:

- α) η σύνθετη αντίσταση του κυκλώματος
- β) η ενεργός τιμή και η μέγιστη τιμή της έντασης
- γ) τις τάσεις στα άκρα της αντίστασης και του πηνίου του πυκνωτή
- δ) την διαφορά φάσης - τάσης και ρεύματος
- ε) το διανυσματικό διάγραμμα τάσεων – ρεύματος
- στ) την στιγμιαία τάση και την στιγμιαία ένταση

9. Κύκλωμα RLC παράλληλα αποτελείται από αντίσταση $R=50\Omega$ πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=5\text{mH}$ και πυκνωτή χωρητικότητας C . Αν η σύνθετη αντίδραση του κυκλώματος είναι $Z=1,65\Omega$ και το κύκλωμα τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση $U_{\text{ev}}=50\text{V}$ και συχνότητας $f=50\text{Hz}$. Να υπολογίσετε:

- α) την χωρητικότητα του πυκνωτή
- β) τα ρεύματα I_R, I_L, I_C
- γ) την διαφορά φάσης ρεύματος – τάσης
- δ) το διανυσματικό διάγραμμα εντάσεων – τάσης

ΕΝΟΤΗΤΑ 5.3 ΙΣΧΥΣ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Στιγμιαία ισχύς: $p = u \cdot i$

♦ Ισχύς σε ωμική αντίσταση (ενεργός ή μέση ισχύς):

$$P = \frac{U_o \cdot I_o}{2}$$

$$P = U_{EV} \cdot I_{EV}$$

♦ Ενέργεια που καταναλώνει η ωμική αντίσταση:

$$W = P \cdot t$$

$$W = \frac{U_o \cdot I_o}{2} t$$

$$W = U_{EV} \cdot I_{EV} \cdot t$$

♦ Ισχύς σε επαγωγική αντίδραση (άεργος ισχύς):

$$Q = U_{EN} \cdot I_{EN}$$

$$Q = \frac{U_o \cdot I_o}{2}$$

♦ Ισχύς σε χωρητική αντίδραση (άεργος ισχύς):

$$Q = U_{EN} \cdot I_{EN}$$

$$Q = \frac{U_o \cdot I_o}{2}$$

♦ Πραγματική ισχύς σε κύκλωμα RLC:

$$P = U_{EN} \cdot I_{EN} \cdot \cos \phi$$

$$P = \frac{U_o \cdot I_o}{2} \cdot \cos \phi$$

♦ Άεργος ισχύς σε κύκλωμα RLC:

$$Q = U_{EV} \cdot I_{EV} \cdot \eta \mu \phi$$

$$Q = \frac{U_o \cdot I_o}{2} \cdot \eta \mu \phi$$

♦ Φαινομενή ισχύς σε κύκλωμα RLC:

$$S = U_{EV} \cdot I_{EV}$$

$$S = \frac{U_o \cdot I_o}{2}$$

♦ Σχέση πραγματικής – άεργης – φαινόμενης ισχύος:

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

♦ Συντελεστής ισχύος:

$$\cos \phi = \frac{P}{S}$$

ΜΕΓΕΘΗ-MONΑΔΕΣ

p, P – ισχύς (W)

Q – άεργος ισχύς (Var)

S – φαινόμενη ισχύς (VA)

W – ενέργεια, έργο (J)

Αντιστάθμιση

$$C = \frac{Q_c}{U^2 \cdot \omega}$$

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε κύκλωμα με τάση τροφοδοσίας $u=100\eta\mu(\omega t-45^\circ)$ το ρεύμα είναι $i=7\eta\mu(\omega t)$. Να υπολογίσετε την πραγματική, την φαινόμενη και την άεργη ισχύ. Ποιος είναι ο χαρακτήρας του κυκλώματος; Δίνεται $\sin 45^\circ = \eta\mu 45^\circ = 0,7$

ΛΥΣΗ

$$U_{\text{ev}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 0,7 \cdot U_0 = 0,7 \cdot 100 = 70\text{V}$$

$$I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,7 \cdot I_0 = 0,7 \cdot 7 = 4,9\text{A}$$

$$\phi = \phi_u - \phi_i = -45 - 0 = -45$$

$$\cos \phi = 0,7$$

$$\eta\mu \phi = -0,7$$

$$P = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \cos \phi = 70 \cdot 4,9 \cdot 0,7 = 245\text{W}$$

$$S = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} = 70 \cdot 4,9 = 343\text{VA}$$

$$Q = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \eta\mu \phi = 70 \cdot 4,9 \cdot (-0,7) = -245\text{Var}$$

$$\text{Άρα } P = 245\text{W}, S = 343\text{VA} \text{ και } Q = -245\text{Var}$$

$Q < 0$ άρα ο χαρακτήρας είναι χωρητικός.

2. Να υπολογίσετε την ενέργεια σε kWh που απορροφάται από κύκλωμα με $S=10\text{KVA}$, $\cos \phi = 0,8$ σε χρόνο 15 λεπτών.

ΛΥΣΗ

$$\left. \begin{array}{l} P = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \cos \phi \\ S = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \end{array} \right\} \Rightarrow P = S \cdot \cos \phi$$

$$P = S \cdot \cos \phi = 10 \cdot 0,8 = 8\text{kW}$$

$$15\text{λεπτά} = 0,25 \text{ ώρες}$$

$$W = P \cdot t = 8 \cdot 0,25 = 2\text{kWh}$$

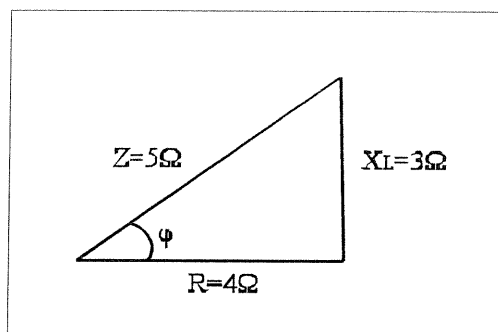
$$\text{Άρα } W = 2\text{kWh}$$

3. Δίνεται κύκλωμα με $R=4\Omega$ και $X_L=3\Omega$ σε σειρά που τροφοδοτείται με τάση ενεργού τιμής $50V$. Να υπολογίσετε την πραγματική, την φαινομένη και την άεργη ισχύ του κυκλώματος. Να σχεδιάσετε το τρίγωνο των ισχύων.

ΛΥΣΗ

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5\Omega$$

$$I_{\text{ev}} = \frac{U_{\text{ev}}}{Z} = \frac{50}{5} = 10A$$



$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{4}{5} = 0,8$$

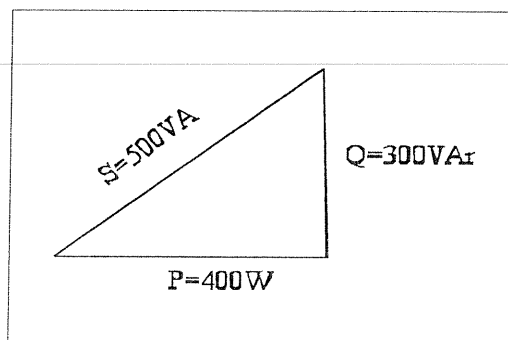
$$\sin\phi = \frac{X_L}{Z} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$S = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} = 50 \cdot 10 = 500VA$$

$$P = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \cos\phi = 50 \cdot 10 \cdot 0,8 = 400W$$

$$Q = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \sin\phi = 50 \cdot 10 \cdot 0,6 = 300Var$$

Άρα $S = 500VA$, $P = 400W$ και $Q = 300Var$



4. Δίνεται καταναλωτής που τροφοδοτείται με τάση ενεργού τιμής 100V και απορροφά ρεύμα 5A με συντελεστή ισχύος 0,5. Να υπολογίσετε την πραγματική, την φαινομένη και την άεργη ισχύ του κυκλώματος.

ΛΥΣΗ

$$S = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} = 100 \cdot 5 = 500 \text{VA}$$

$$P = U_{\text{ev}} \cdot I_{\text{ev}} \cdot \cos \phi = 100 \cdot 5 \cdot 0,5 = 250 \text{W}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{500^2 - 250^2} = 432,8 \text{Var}$$

$$\text{Άρα } S = 500 \text{VA}, P = 250 \text{W}, Q = 432,8 \text{Var}$$

5. Δίνεται κύκλωμα με αντίσταση $R=5 \Omega$ και πυκνωτή με $X_c=10\Omega$ παράλληλα που τροφοδοτούνται με τάση ενεργού τιμής 100V. Να υπολογίσετε τις ισχύς που απορροφά το κάθε στοιχείο του κυκλώματος καθώς και το κύκλωμα συνολικά.

ΛΥΣΗ

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{100}{5} = 20 \text{A}$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{100}{10} = 10 \text{A}$$

$$P_R = U \cdot I_R = 100 \cdot 20 = 2000 \text{W}$$

$$Q_R = 0 \quad (\eta \mu \phi = 0)$$

$$S_R = U \cdot I_R = 100 \cdot 20 = 2000 \text{VA}$$

$$P_C = 0, \quad (\cos \phi = 0)$$

$$Q_C = U \cdot I_C = 100 \cdot 10 = 1000 \text{Var}$$

$$S = U \cdot I_C = 100 \cdot 10 = 1000 \text{VA}$$

$$P_{\text{ολ}} = P_R + P_C = 2000 + 0 = 2000 \text{W}, \quad Q_{\text{ολ}} = Q_R + Q_C = 0 + 1000 = 1000 \text{Var}$$

$$S_{\text{ολ}} = \sqrt{P_{\text{ολ}}^2 + Q_{\text{ολ}}^2} = \sqrt{2000^2 + 1000^2} = \sqrt{5000000} = 1000 \cdot \sqrt{5} = 2250 \text{VA}$$

6. Δίνεται κύκλωμα με φαινομένη ισχύ 10 VA συντελεστή ισχύος 0,6. Να υπολογίσετε την άεργη ισχύ που πρέπει να απορροφά παράλληλα συνδεδεμένος πυκνωτής ώστε ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος να γίνει 1. Ποια πρέπει να είναι η χωρητικότητα του πυκνωτή αν τη τάση τροφοδοσίας είναι 10V και η κυκλική συχνότητα του ρεύματος είναι $\omega=800$ rads;

ΛΥΣΗ

$$P = S \cdot \cos\phi = 10 \cdot 0,6 = 6W$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8VA$$

Άρα η άεργη ισχύς που θα πρέπει να απορροφά ο πυκνωτής είναι $Q_c = 8VA$

$$Q_c = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{X_c}$$

$$Q_c = \frac{U^2}{X_c} = U^2 \cdot \omega \cdot C \rightarrow C = \frac{Q_c}{\omega \cdot U^2} = \frac{8}{800 \cdot 10^2} = \frac{1}{10000} = 100 \cdot 10^{-6} = 100[\mu F]$$

Άρα η χωρητικότητα του πυκνωτή πρέπει να είναι $C = 100\mu F$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Η πραγματική ισχύς ενός ηλεκτροκινητήρα είναι 8kW και η φαινόμενη ισχύς είναι 10kVA . Να υπολογίσετε:
 - α) τον συντελεστή ισχύος
 - β) την άεργη ισχύ.
2. Στα άκρα κυκλώματος με ωμική αντίσταση $R=40\Omega$ σε σειρά πηνίου με συντελεστή αυτεπαγωγής $L=0,12\text{H}$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $40\text{V}-50\text{Hz}$. Να υπολογίσετε:
 - α) την σύνθετη αντίσταση
 - β) την στιγμιαία τάση και ένταση
 - γ) τον συντελεστή ισχύος
 - δ) την πραγματική, την φαινόμενη και την άεργη ισχύ
 - ε) να σχεδιάσετε το τρίγωνο της ισχύος
3. Στα άκρα κυκλώματος με ωμική αντίσταση $R=140\Omega$ σε σειρά με χωρητική αντίσταση $X_c=212\Omega$ εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση $220\text{V}-50\text{Hz}$. Να υπολογίσετε:
 - α) την σύνθετη αντίσταση
 - β) την στιγμιαία τάση και ένταση
 - γ) τον συντελεστή ισχύος
 - δ) την πραγματική, την φαινόμενη και την άεργη ισχύ
 - ε) να σχεδιάσετε το τρίγωνο της ισχύος
4. Σε κύκλωμα με τάση τροφοδοσίας $u=100\sqrt{2}\cdot\eta\mu 100\pi t$, το ρεύμα είναι της μορφής $i=10\sqrt{2}\cdot\eta\mu(100\pi t-60^\circ)$. Να υπολογίσετε:
 - α) την πραγματική ισχύ
 - β) την φαινόμενη ισχύ
 - γ) την άεργη ισχύ.

Ποιος είναι ο χαρακτήρας του κυκλώματος;
5. Ένα πηνίο τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής 90V και ενεργού έντασης $0,9\text{A}$. Η κυκλική συχνότητα είναι 400rad/s . Ο συντελεστής ισχύος είναι $\cos\varphi=0,8$. Να υπολογιστεί η ωμική αντίσταση του πηνίου και ο συντελεστής αυτεπαγωγής του.
6. Κύκλωμα με ωμική αντίσταση $R=12\Omega$ και συντελεστή αυτεπαγωγής $L=\frac{0,12}{\pi}$, τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση $u=72\eta\mu 100\pi t$.
 - α) να υπολογίσετε την στιγμιαία τιμή της έντασης
 - β) να κάνετε την γραφική παράσταση της στιγμιαίας ισχύος
 - γ) να καθορίσετε μέσα στην πρώτη περίοδο τα χρονικά διαστήματα που το κύκλωμα απορροφά ενέργεια.

7. Σε ένα κύκλωμα η πραγματική ισχύς είναι $P=300\text{W}$ και η άεργος επαγωγική ισχύς $Q=400\text{Var}$.

Να υπολογίσετε:

α) τον συντελεστή ισχύος του κυκλώματος

β) την χωρητική άεργη ισχύ που πρέπει να προστεθεί ώστε ο συντελεστής ισχύος του αντισταθμισμένου συστήματος να είναι 0,8.

γ) την χωρητικότητα του πυκνωτή, αν η τάση τροφοδοσίας είναι 20V και η κυκλική συχνότητα του ρεύματος είναι $400\frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 5.4 ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Συντονισμός σε κύκλωμα RLC σειράς:

$$U_L = U_C$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$Z_{\min} = R$$

$$I_{\max} = \frac{U}{R}$$

♦ Συντελεστής ποιότητας:

$$Q_\pi = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

$$Q_\pi = \frac{\omega_o L}{R}$$

$$Q_\pi = \frac{I}{\omega_o \cdot R \cdot C}$$

$$Q_\pi = \frac{I}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

♦ Ζώνη διέλευσης ή ζώνη συντονισμού:

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

$$\Delta f = \frac{f_o}{Q_\pi}$$

f_2, f_1 : οι συχνότητες για τις οποίες $I=0,707I_{\max}$

♦ Συντονισμός σε παράλληλο κύκλωμα RLC:

$$I = I_{\min} = \frac{UR}{(\omega_o L)^2}$$

$$C = \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$f_o = \frac{1}{2\pi} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

$$Z_{\max} = Q_\pi^2 \cdot R$$

$$Z_{\max} = Q_\pi \cdot \omega_o \cdot L$$

$$Q_\pi = \frac{\omega_o L}{R}$$

κατά προσέγγιση

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$I_L = I_C = Q_\pi \cdot I_{\min}$$

$$f_1 = f_o - \frac{\Delta f}{2}$$

$$f_2 = f_o + \frac{\Delta f}{2}$$

♦ Ζώνη διέλευσης:

$$\Delta f = f_2 - f_1$$

$$\Delta f = \frac{f_o}{Q_\pi}$$

f_2, f_1 : οι συχνότητες για τις οποίες $I=1,41I_{\min}$

ΜΕΓΕΘΗ-ΜΟΝΑΔΕΣ

ω_o – κυκλική συχνότητα συντονισμού (rad/s)

f_o – συχνότητα συντονισμού (Hz)

Q_π – συντελεστής ποιότητας

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται κύκλωμα RLC σε σειρά με $R=10\ \Omega$, $L=0,01\ \text{H}$ και $C=4\ \mu\text{F}$. Να υπολογίσετε τα ω_0 , f_0 και Q_π .

ΛΥΣΗ

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{0,01 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-8}} = \frac{10000}{2} = 5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{5000}{6,28} = 796,18\text{Hz}$$

$$Q_\pi = \frac{\omega_0 \times L}{R} = \frac{5000 \times 0,01}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

Άρα $\omega_0 = 5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $f_0 = 796,18\text{Hz}$ και $Q_\pi = 5$

2. Στο παραπάνω κύκλωμα να υπολογίσετε τα U_R , U_L και U_C στο συντονισμό του κυκλώματος αν η ενεργός τιμή της εφαρμοζόμενης τάσης είναι 10 V.

ΛΥΣΗ

Έχουμε $U_R = U = 10\text{V}$

$$U_L = U_C = Q_\pi \times U = 5 \times 10 = 50\text{V}$$

Άρα $U_R = 10\text{V}$, $U_L = U_C = 50\text{V}$

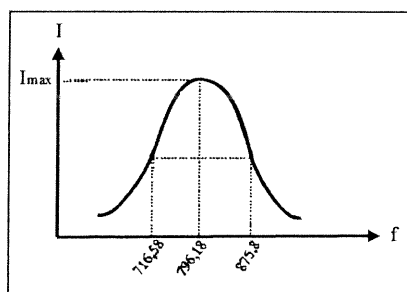
3. Στο παραπάνω κύκλωμα να υπολογίσετε τα Δf και f_1 , f_2 και να σχεδιάσετε τη ζώνη διελεύσεως.

ΛΥΣΗ

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} = \frac{796,18}{5} = 159,23\text{Hz}$$

$$f_1 + \frac{\Delta f}{2} = f_0 \rightarrow f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 796,18 - \frac{159,23}{2} = 716,58[\text{Hz}]$$

$$f_2 = f_1 + \Delta f = 716,58 + 159,23 = 875,8\text{Hz}$$



4. Δίνεται κύκλωμα RLC παράλληλα με $R=10 \ \Omega$, $L=0,01 \ \text{H}$ και $C=9\mu\text{F}$. Να υπολογίσετε τα f_0 (προσεγγιστικά) και Q_π .

ΛΥΣΗ

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{0,01 \cdot 9 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot \sqrt{10^{-8}}} = \frac{10000}{2 \cdot 3,14 \cdot 3} = 530,8\text{Hz}$$

$$Q_\pi = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L}{R} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 530,8 \cdot 0,01}{10} = 3,33$$

Άρα $f_0 = 530,8\text{Hz}$ και $Q_\pi = 3,33$

5. Στο παρακάτω κύκλωμα να υπολογίσετε το $Z_{\max}$, $I_{\min}$, I_L αν η ενεργός τιμή της τάσης τροφοδότησης είναι $U=1000\text{V}$.

ΛΥΣΗ

$$Z_{\max} = Q_\pi^2 \cdot R = 3,33^2 \cdot 10 = 110\Omega$$

$$I_{\min} = \frac{U}{Z_{\max}} = \frac{1000}{110} = 9\text{A}$$

$$I_L = Q_\pi \cdot I_{\min} = 3,33 \cdot 9 = 30\text{A}$$

Άρα $Z_{\max} = 110\Omega$, $I_{\min} = 9\text{A}$ και $I_L = 30\text{A}$

6. Στο παραπάνω κύκλωμα να υπολογίσετε Δf και f_1, f_2 .

ΛΥΣΗ

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q_\pi} = \frac{530,8}{3,33} = 159,4 \text{ Hz}$$

$$f_1 + \frac{\Delta f}{2} = f_0 \rightarrow f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 530,8 - \frac{159,4}{2} = 451,1 \text{ Hz}$$

$$f_2 = f_1 + \Delta f = 451,1 + 159,4 = 610,5 \text{ Hz}$$

Άρα $\Delta f = 159,4 \text{ Hz}$, $f_1 = 451,1 \text{ Hz}$ και $f_2 = 610,5 \text{ Hz}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Συνδέουμε σε σειρά πηνίο, αντίσταση και μεταβλητό πυκνωτή. Στις άκρες του κυκλώματος εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $v = 90\sqrt{2}\mu 314t$ και προκύπτει ρεύμα $i = 12\mu(314t - \phi)$. Αν η μέση (ενεργός) ισχύς που καταναλώνεται είναι 540W, να υπολογίσετε:
 - α) την ωμική αντίσταση R
 - β) την διαφορά φάσης της έντασης σε σχέση με την τάση
 Αν έχουμε συντονισμό για $C' = 15\mu F$, να υπολογίσετε:
 - γ) τον συντελεστή αυτεπαγωγής L
 - δ) την αρχική χωρητικότητα C
 - ε) την μέση ισχύ στο συντονισμό
2. Συνδέουμε σε σειρά αντίσταση $R = 5\Omega$, πυκνωτή $C = 2\mu F$ και πηνίο $L = 0,02H$. Να υπολογίσετε:
 - α) την κυκλική συχνότητα συντονισμού
 - β) την συχνότητα συντονισμού
 - γ) τον συντελεστή ποιότητας
3. Στα άκρα κυκλώματος με πηνίο $L = \frac{1}{\pi}H$ σε σειρά με ωμική αντίσταση $R = 100\Omega$ εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση 100V, 50Hz. Να υπολογίσετε:
 - α) την ισχύ που απορροφά το πηνίο
 - β) την ισχύ που απορροφά η αντίσταση
 - γ) την χωρητικότητα πυκνωτή που πρέπει να τοποθετηθεί σε σειρά με το σύστημα, ώστε το ρεύμα να γίνει συμφασικό με την τάση
 - δ) την συχνότητα συντονισμού
4. Κύκλωμα που αποτελείται από πυκνωτή και πηνίο σε σειρά βρίσκεται σε συντονισμό. Να βρεθεί η ενεργός τιμή της τάσης στο κύκλωμα αν $U_{C,EN} = 120V$ και $U_{L,EN} = 130V$.
5. Σε κύκλωμα RLC παράλληλα με $R = 1\Omega$, $L = 4\mu H$ και $C = 4\mu F$ και πηγή τάσης 10V, έχουμε συντονισμό. Να υπολογίσετε:
 - α) την συχνότητα συντονισμού
 - β) τον συντελεστή ποιότητας
 - γ) την ζώνη διέλευσης
 - δ) την εμπίδηση
 - ε) τα μερικά ρεύματα I_R και I_C .

ΕΝΟΤΗΤΑ 5.5 ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΡΕΥΜΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Εξισώσεις των τριών τάσεων:

$$v_1 = U_o \eta \mu \omega t$$

$$v_2 = U_o \eta \mu(\omega t - 120^\circ)$$

$$v_3 = U_o \eta \mu(\omega t - 240^\circ)$$

♦ Αθροισμα τάσεων: $v_1 + v_2 + v_3 = 0$ ♦ Αθροισμα εντάσεων: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ με $i_1 = \frac{v_1}{Z_1}$ $i_2 = \frac{v_2}{Z_2}$ $i_3 = \frac{v_3}{Z_3}$ ♦ Πολική τάση: $v_\pi = \sqrt{3} v_\phi$ ♦ Διαφορά φάσης πολικής και φασικής τάσης: $\phi = 30^\circ$ ♦ Ρεύμα αστέρα: $I_{\text{αστέρα}} = \frac{U_\phi}{Z}$ ♦ Ρεύμα γραμμής σε σύνδεση αστέρα: $I_{\text{γραμμής}} = I_{\text{αστέρα}}$ ♦ Ρεύμα γραμμής σε σύνδεση τριγώνου: $I_{\text{γραμμής}} = \sqrt{3} I_{\text{τριγώνου}}$ $I_{\text{γραμμής (τριγώνου)}} = 3 I_{\text{γραμμής (αστέρα)}}$ ♦ Ισχύς τριφασικού ρεύματος: $P = 3 U_\kappa \cdot I_\kappa \cdot \cos \phi$

$$P = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \cos \phi$$

♦ Φαινόμενη ισχύς: $S = \sqrt{3} U \cdot I$ ♦ Άεργος ισχύς: $Q = \sqrt{3} U \cdot I \cdot \eta \mu \phi$ ♦ Σχέση ισχύων: $S^2 = P^2 + Q^2$

ΜΕΓΕΘΗ-ΜΟΝΑΔΕΣ

 v_ϕ – φασική τάση (V) v_π – πολική τάση (V)

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται τριφασικός καταναλωτής σε σύνδεση αστέρα με $Z=10\Omega$ που τροφοδοτείται από τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση αστέρα με τάση στα άκρα των τυλιγμάτων της $U=100V$. Να υπολογίσετε το ρεύμα γραμμής και το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση του καταναλωτή.

ΛΥΣΗ

Η φασική και η πολική τάση του δικτύου τροφοδότησης του καταναλωτή είναι:
 $100V$ και $\sqrt{3} \cdot 100 = 173V$ αντίστοιχα.

Η τάση σε κάθε αντίσταση είναι φασική άρα είναι $100V$.

Επομένως το ρεύμα σε κάθε αντίσταση θα είναι $I_{\alpha\sigma\tau} = \frac{100}{10} = I_{\alpha\sigma\tau}$ και επειδή έχουμε σύνδεση αστέρα αυτό θα είναι και το ρεύμα γραμμής.

Άρα $I_{\alpha\sigma\tau} = 10A$, $I_{\gamma\pi} = 10A$

2. Δίδεται τριφασικός καταναλωτής σε σύνδεση τριγώνου με $Z=10\Omega$ που τροφοδοτείται από τριφασική γεννήτρια σε σύνδεση αστέρα με τάση στα άκρα των τυλιγμάτων της $U=100V$. Να υπολογίσετε το ρεύμα γραμμής και το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση του καταναλωτή.

ΛΥΣΗ

Η φασική και η πολική τάση του δικτύου τροφοδότησης του καταναλωτή είναι:
 $100V$ και $\sqrt{3} \cdot 100 = 173V$ αντίστοιχα.

Η τάση σε κάθε αντίσταση είναι πολική άρα είναι: $173V$

Επομένως το ρεύμα σε κάθε αντίσταση θα είναι $I_{\tau\pi} = \frac{173}{10} = 17,3A$ και επειδή θα

έχουμε σύνδεση τριγώνου το ρεύμα γραμμής θα είναι $I_{\gamma\pi\alpha} = \sqrt{3} \cdot I_{\tau\pi} = 1,73 \cdot 17,3 = 30A$

Άρα $I_{\tau\pi} = 17,3A$, $I_{\gamma\pi} = 30A$

3. Τριφασικό ηλεκτρικό κινητήριο απορροφά ρεύμα $10A$ όταν τροφοδοτείται από δίκτυο πολικής τάσης $400V$. Να υπολογίσετε τον συντελεστή ισχύος του κινητήρα αν ισχύς που απορροφά από το δίκτυο είναι $P=5882W$.

ΛΥΣΗ

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi \rightarrow \cos\phi = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot I} = \frac{5882}{\sqrt{3} \cdot 400 \cdot 10} = 0,85$$

Άρα $\cos\phi=0,85$

4. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας με σύνδεση των τυλιγμάτων σε αστέρα απορροφά ρεύμα γραμμής 10A. Να υπολογίσετε το ρεύμα γραμμής και το ρεύμα του κάθε τυλίγματος του κινητήρα όταν τα τυλίγματα του συνδέονται σε τρίγωνο.

ΛΥΣΗ

Το ρεύμα γραμμής στη σύνδεση τριγώνου είναι: $I_{\tau\phi} = 3 \cdot I_{\alpha\sigma\tau} = 3 \cdot 10 = 30\text{A}$

Το ρεύμα γραμμής στη σύνδεση τριγώνου είναι:

$$I_{\tau\phi} = \sqrt{3} \cdot I_{\tau\omega\lambda} \Rightarrow I_{\tau\omega\lambda} = \frac{I_{\tau\phi}}{\sqrt{3}} = \frac{30}{1,73} = 17,34\text{A}$$

Άρα $I_{\tau\phi} = 30\text{A}$ και $I_{\tau\omega\lambda} = 17,34\text{A}$

5. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας απορροφά πραγματική ισχύ 8kW με συντελεστή ισχύος $\cos\phi=0,8$. Να υπολογίσετε την φαινόμενη και την άεργη ισχύ του κινητήρα.

ΛΥΣΗ

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi \rightarrow \sqrt{3} \cdot U \cdot I = S = \frac{P}{\cos\phi} = \frac{8}{0,8} = 10\text{KVA}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6\text{Var}$$

Άρα $S = 10\text{KVA}$ και $Q = 6\text{Var}$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Σε τριφασικό δίκτυο πολικής τάσης 240V συνδέονται σε τρίγωνο τρεις όμοιες αντιστάσεις $R=60\Omega$.
Να υπολογίσετε:
 - α) το ρεύμα I_R σε κάθε αντίσταση
 - β) το ρεύμα γραμμής $I_{\gamma\mu}$
 - γ) την πραγματική ισχύ που απορροφά από το δίκτυο ο τριφασικός καταναλωτής
2. Να λυθεί η προηγούμενη άσκηση στην περίπτωση που οι αντιστάσεις συνδέονται σε αστέρα.
3. Τρεις όμοιες αντιστάσεις συνδέονται:
 - α) σε αστέρα
 - β) σε τρίγωνοΑν τροφοδοτείται από τάση 300V και το ρεύμα κάθε αντίστασης είναι 10A να υπολογίσετε την αντίσταση κάθε φάσης.
4. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας με συντελεστή ισχύος 0,6 και φαινόμενη ισχύ 10kVA. Να υπολογίσετε:
 - α) την πραγματική ισχύ
 - β) την άεργη ισχύ
5. Τριφασικός ηλεκτρικός κινητήρας σε σύνδεση αστέρα με πραγματική ισχύ 40kW και συντελεστή ισχύ 0,6 τροφοδοτείται από τάση 400V, 50Hz. Να υπολογίσετε:
 - α) το πολικό ρεύμα
 - β) την φαινόμενη ισχύ
 - γ) την άεργη ισχύ
6. Τριφασική τάση με πολική τιμή $V_{\pi} = 240\sqrt{3}V$ τροφοδοτεί τρεις όμοιες αντιστάσεις 6Ω η κάθε μία. Οι αντιστάσεις συνδέονται:
 - α) σε τρίγωνο
 - β) σε αστέρα.Να υπολογίσετε σε κάθε περίπτωση:
 - α) την τάση στα άκρα κάθε αντίστασης
 - β) το ρεύμα που διαρρέει κάθε αντίσταση
 - γ) την πραγματική ισχύ του κυκλώματος

ΕΝΟΤΗΤΑ 6.1 ΑΝΟΡΘΩΣΗ ΤΟΥ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

♦ Μέση τιμή της ανορθωμένης τάσης στην απλή ανόρθωση: $U_{\mu\sigma\sigma} = 0,45U$

♦ Ενεργός τιμή της ανορθωμένης τάσης στην απλή ανόρθωση: $U_{\epsilon\nu} = 0,5U$

♦ Μέση τιμή της ανορθωμένης τάσης στην πλήρη ανόρθωση: $U_{\mu\sigma\sigma} = 0,9U$

♦ Ενεργός τιμή της ανορθωμένης τάσης στην πλήρη ανόρθωση: $U_{\epsilon\nu} = U$