

Διαφορικός Λογισμός

1. Τι ονομάζουμε συνάρτηση ; Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής;(σ.10)
2. Τι λέγεται τιμή μίας συνάρτησης f στο x ; (σελίδα.10)
3. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A . Τι ονομάζεται εξαρτημένη και τι ανεξάρτητη μεταβλητή της f ; (σ.10)
4. Έστω οι συναρτήσεις f, g που ορίζονται σε ένα σύνολο A . Πως ορίζονται I. Το άθροισμα $S = f + g$; II. Η διαφορά $D = f - g$; III. Το γινόμενο $P = f \cdot g$; IV. Το πηλίκο $R = f/g$; (σ.11)
5. Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A . Τι ονομάζεται γραφική παράσταση ή καμπύλη της f σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy ; (σ.11)
6. Πότε ένα σημείο $M(x, y)$ του επιπέδου των αξόνων ανήκει στην καμπύλη της συνάρτησης f ; (σ.11)
7. Τι ονομάζεται εξίσωση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f . (σ.11)
8. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (σ.13)
9. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της; (σ.13)
10. Τι ονομάζουμε περιοχή του x_1 ; (σ.14)
11. I. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$; (σ.14)
II. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο $x_2 \in A$; (σ.14)
12. Τι ονομάζονται ακρότατα μίας συνάρτησης; (σ.14)
13. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν στο όρια πραγματικούς αριθμούς, δηλαδή αν (σ.16)
 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$ με $\ell_1, \ell_2 \in \mathbb{R}$ ποια είναι τα όρια :
 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \quad, \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \quad, \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \quad$
 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \quad, \lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \quad, \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[v]{f(x)} = \quad$
14. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής; Ποιο είναι το χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας συνεχούς συνάρτησης σε κλειστό διάστημα; (σ.16)
15. Συμπληρώστε τα κενά : $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \dots, \lim_{x \rightarrow x_0} \sigma \upsilon \nu x = \dots, \lim_{x \rightarrow x_0} \epsilon \phi x = \dots, \lim_{x \rightarrow x_0} \sigma \phi x = \dots, \lim_{x \rightarrow x_0} c = \dots$
16. Έστω f μια συνάρτηση και ένα σημείο $A(x_0, f(x_0))$ της γραφικής της παράστασης C . Ποιος είναι ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της C στο A ; (σ.19)
17. Τι ονομάζεται παράγωγος της f στο x_0 ; (σ.22)
18. Τι ονομάζεται ρυθμός μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς το x , όταν $x = x_0$; (σ.23)
19. Τι ονομάζεται παράγωγος μια συνάρτησης f με πεδίο ορισμού το A ; (σ.27)
20. Τι ονομάζεται δεύτερη παράγωγος μια συνάρτησης f ; (σ.27)
21. **Να αποδείξετε** ότι η παράγωγος της σταθερής συνάρτησης $f(x) = c$ είναι 0 δηλαδή ότι $(c)' = 0$. (σ.28)
22. **Να αποδείξετε** ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι 1 δηλαδή ότι $(x)' = 1$. (σ.28)
23. **Να αποδείξετε** ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι $2x$ δηλαδή ότι $(x^2)' = 2x$. (σ.28)

24. **Να αποδείξετε ότι** : η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{x}$ είναι $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $x > 0$. (σ.29)

25. Ποιες είναι οι παράγωγοι των συναρτήσεων : $(x^p)'$, $\eta \mu x$, $\sigma \nu x$,) ; (σ.29,30)

26. **Να αποδείξετε** ότι $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$. (σ.30)

27. **Να αποδείξετε ότι** $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$. (σ.31)

28. Ποιες είναι οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x) \cdot g(x)$, $\frac{f(x)}{g(x)}$, (σ.31) $f(g(x))$; (σ.32)

29. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ (αντιστοίχως $f'(x) < 0$) για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ τι συμπεραίνουμε για την μονοτονία της στο Δ ; (σ.40)

30. Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (a, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) (αντιστοίχως $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (a, \beta)$, $f'(x) < 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) > 0$ στο (x_0, β)) τι συμπεραίνουμε για τα ακρότατα της f στο (a, β) ; (σ.40)

31. **Να αποδείξετε** ότι : $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ (σ.29) και $(\operatorname{erf} x)' = \frac{1}{\sqrt{\pi} x^2}$ (σ.33)

32. Αν $y = \lambda x + \beta$ η εφαπτόμενη της C_f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$ να βρείτε τα λ , β (σ.26, εφαρμογή 2) δηλαδή την εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται στο σημείο που δόθηκε και να την βρείτε επίσης χρησιμοποιώντας τον τύπο $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$.

33. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = |x|$ δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$. (σ.23)

Κεφάλαιο 2ο

Στατιστική

1. Τι εννοούμε με τον όρο στατιστική; (σ.56)
2. Τι ονομάζεται πληθυσμός, δείγμα, και πότε ένα δείγμα θα ονομάζεται αντιπροσωπευτικό ενός πληθυσμού; (σ.58,60)
3. «Μεταξύ δύο δειγμάτων με μέγεθος n και k ($n < k$) το δείγμα μεγαλύτερου μεγέθους δίνει πάντα καλύτερα αποτελέσματα». Σχολιάστε την παραπάνω πρόταση. (σ.60)
4. Τι ονομάζονται στη στατιστική μεταβλητές και τι τιμές μίας μεταβλητής; (σ.58)
5. Πως διακρίνονται οι μεταβλητές ως προς τις τιμές τους; (σ.59)
6. Τι καλείται απογραφή; Αναφέρετε δυο μειονεκτήματά της. (σ.59)
7. Τι είναι οι στατιστικοί πίνακες, σε ποιες κατηγορίες διακρίνονται και τι περιέχει η σωστή κατασκευή τους; (σ.60)
7. Έστω $x_1 < x_2 < \dots < x_k$, $k \leq n$ οι διαφορετικές τιμές μιας μεταβλητής X , ενός δείγματος μεγέθους n

A. Πως ορίζονται :

- α) Η (απόλυτη) συχνότητα (v_i) της τιμής x_i . (σ.65)
- β) Η σχετική συχνότητα (f_i) της τιμής x_i . (σ.65)
- γ) Η σχετική συχνότητα(%) της τιμής x_i ($f_i\%$) (σ.66)
- δ) Η αθροιστική συχνότητα (N_i) της τιμής x_i (για ποσοτικές μεταβλητές). (σ.66)
- ε) Η αθροιστική σχετική συχνότητα (F_i) της τιμής x_i και το αντίστοιχο ποσοστιαίο μέγεθος ($F_i\%$).

B. Συμπληρώστε τα κενά :

- α) $v_1 + v_2 + \dots + v_k = \dots$
- β) $N_1 = \dots$ και $F_1 = \dots$
- γ) $\dots = N_i - N_{i-1}$ $i = 2, 3, \dots, k$.
- δ) $\dots = F_i - F_{i-1}$, $i = 2, 3, \dots, k$.
- ε) $N_k = \dots$ και $F_k = \dots$ (σ.67)

8. **Να αποδείξετε ότι** για τη σχετική συχνότητα ισχύουν οι ιδιότητες :

- I. $0 \leq f_i \leq 1$ για $i = 1, 2, \dots, k$
- II. $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ (σ.65)

9. Τι ονομάζεται κατανομή συχνοτήτων μίας μεταβλητής με τιμές $x_1, x_2, \dots, x_k$; (σ.66)
10. Πότε χρησιμοποιείται το ραβδόγραμμα; Να δώσετε μία περιγραφή του. (σ.67)

11. Πότε χρησιμοποιείται το διάγραμμα συχνοτήτων; Να δώσετε μία περιγραφή του. (σ.69)
12. Πότε χρησιμοποιείται το πολύγωνο συχνοτήτων; Να δώσετε μία περιγραφή του. (σ.69)
13. Πότε χρησιμοποιείται το κυκλικό διάγραμμα; Να δώσετε μία περιγραφή του. (σ.70)
14. Με τι είναι ίσο το τόξο ai ενός κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην τιμή x_i ; (σ.70)
15. Τι είναι το σημειόγραμμα ; (σ.70)
16. Τι είναι το χρονόγραμμα ή χρονολογικό διάγραμμα ; (σ.71)
17. Τι είναι οι κλάσεις και τα όρια των κλάσεων ; (σ.71)
Τι είναι η κεντρική τιμή, το πλάτος και η συχνότητα μίας κλάσης ; (σ.71)
18. Σε ομαδοποιημένα δεδομένα με τι ισούται η διαφορά δυο διαδοχικών κεντρικών τιμών ;
19. Τι είναι το ιστόγραμμα συχνοτήτων ; Πως κατασκευάζεται ; Τι είναι το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων ; (σ.73,74)
20. Ποια είναι η αριθμητική τιμή του εμβαδού του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα; (σ.74)
21. Τι ονομάζεται καμπύλη συχνοτήτων ; (σ.76)
22. Τι λέγεται ομοιόμορφη κατανομή και ποια η καμπύλη συχνοτήτων της ; (σ.76)
23. Τι λέγεται κανονική κατανομή και ποια η καμπύλη συχνοτήτων της ; (σ.76)
24. Ποιά κατανομή λέγεται ασύμμετρη; Ποια είναι τα είδη ασυμμετρίας ; (σ.76)
Σχεδιάστε τις καμπύλες συχνοτήτων τους .
25. Τι καλούμε μέτρα θέσης ; (σ.84)
26. Τι καλούμε μέτρα διασποράς ; (σ.84)
27. Τι καλούνται μέτρα ασυμμετρίας ; (σ.84)
28. Πως ορίζεται η μέση τιμή μίας ποσοτικής μεταβλητής X , σε ένα δείγμα τιμών $t_1, t_2, \dots, t_n$ μεγέθους n ; (σ.85)
29. Πως εκφράζεται η μέση τιμή μίας ποσοτικής μεταβλητής X , σε ένα δείγμα τιμών $x_1, x_2, \dots, x_n$ μεγέθους n , με αντίστοιχες συχνότητες $v_1, v_2, \dots, v_k$; (σ.85)
30. Τι ονομάζουμε σταθμισμένο αριθμητικό μέσο ή σταθμικό μέσο των τιμών $x_1, x_2, \dots, x_n$ με συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας) $w_1, w_2, \dots, w_n$; (σ.87)
31. Πως εκφράζεται η μέση τιμή μίας ποσοτικής μεταβλητής X , σε ένα δείγμα τιμών $x_1, x_2, \dots, x_k$, μεγέθους n από τις τιμές της μεταβλητής και τις σχετικές συχνότητες τους $f_1, f_2, \dots, f_k$; (σ.85)
32. Πως ορίζεται η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί κατά αύξουσα σειρά ; (σ.87)
33. Πως ορίζεται η διάμεσος σε ομαδοποιημένα δεδομένα ; (σ.88)
34. Τι ονομάζεται εύρος ή κύμανση (R) μιας κατανομής ; Πως ορίζεται το εύρος σε ομαδοποιημένα δεδομένα; (σ.92)
Αναφέρατε ένα σημαντικό μειονέκτημά του .
35. **Δείξτε ότι** ο αριθμητικός μέσος των αποκλίσεων των παρατηρήσεων ενός δείγματος από τη μέση τιμή του είναι ίσος με το μηδέν . (σ.93)
36. Τι ονομάζεται διακύμανση ή διασπορά (s^2) μιας κατανομής (σε ένα δείγμα τιμών $t_1, t_2, \dots, t_n$ μεγέθους n); (σ.93)
37. Αναφέρατε ένα σημαντικό μειονέκτημα της διακύμανσης εξαιτίας του οποίου προτιμάμε την θετική ρίζα της . (σ.95)
38. Τι ονομάζεται τυπική απόκλιση (s) μιας κατανομής ; (σ.95)
39. Αν η μεταβλητή X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή ($\bar{x}$) και τυπική απόκλιση (S), να αναφέρετε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκεται στο διάστημα :
i) $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ ii) $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ iii) $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$ (σ.95)
40. Ποιο είναι κατά προσέγγιση το εύρος R μίας κανονικής κατανομής ; (σ.95)
41. Πως ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής ή συντελεστής μεταβλητότητας CV ; (σ.96)
42. Πως συγκρίνονται ως προς την ομοιογένεια δύο δείγματα A, B με βάση τους συντελεστές μεταβολής ; (σ.97)
43. Πότε ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής θα είναι ομοιογενές ; (σ.97)
44. Από τα $\bar{x}, \delta, s, s^2, R$ ποια είναι μέτρα θέσης και ποια μέτρα διασποράς ;
45. α) Αν $y_i = x_i + c$ τότε : $\bar{y} = \dots$ και $S_y = \dots$
β) Αν $y_i = \lambda x_i$ τότε : $\bar{y} = \dots$ και $S_y = \dots$ (σ.99 εφαρμογή3)