

Ερωτήσεις Κατανόησης

K1. Να δώσετε τον ορισμό του κύκλου (O, ρ) . Πότε δύο κύκλοι λέγονται ίσοι; Πώς ελέγχεται η ισότητα δύο κύκλων;

Απάντηση:

Δύο κύκλοι λέγονται ίσοι, όταν ο ένας με κατάλληλη μετατόπιση ταυτίζεται με τον άλλον. Είναι φανερό ότι δύο κύκλοι είναι ίσοι, αν και μόνο αν έχουν ίσες ακτίνες.

K2. Πότε ένα σημείο λέγεται **εσωτερικό** σημείο ενός κύκλου και πότε **εξωτερικό**;

Απάντηση:

Ενα σημείο M του επιπέδου ενός κύκλου (O, ρ) λέγεται **εσωτερικό** σημείο του κύκλου όταν $OM < \rho$.

Ενα σημείο M του επιπέδου ενός κύκλου (O, ρ) λέγεται **εξωτερικό** σημείο του κύκλου όταν $OM > \rho$.

K3. Τι λέγεται γεωμετρικός τόπος;

Απάντηση:

Γεωμετρικός τόπος ονομάζεται το σύνολο των σημείων του επιπέδου που έχουν μια (κοινή) χαρακτηριστική ιδιότητα.

Παραδείγματα:

- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου απέχουν από ένα σημείο O απόσταση ίση με ρ , είναι ο κύκλος (O, ρ) .
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι η μεσοκάθετος του ευθυγράμμου τμήματος.
- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας είναι η διχοτόμος της γωνίας.

K4. Τι λέγεται διάμετρος ενός κύκλου και ποια η σχέση της με την ακτίνα του κύκλου;

Απάντηση:

Διάμετρος ενός κύκλου λέγεται μια χορδή που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου.

K5. Τι λέγεται τόξο κύκλου με άκρα Α,Β και τι χορδή του; Πώς ορίζεται η ισότητα και η ανισότητα δύο τόξων ενός κύκλου;

Απάντηση:

Αν θεωρήσουμε έναν κύκλο και δύο σημεία του Α και Β.Τα σημεία αυτά χωρίζουν τον κύκλο σε δύο μέρη καθένα από τα οποία λέγεται **τόξο** με άκρα Α και Β και συμβολίζεται με $\widehat{AB}$.

Το ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από τα άκρα Α, Β ενός τόξου λέγεται **χορδή** του τόξου.

Δύο τόξα ΑΒ και ΓΔ του ίδιου κύκλου ή ίσων κύκλων λέγονται **ίσα**, όταν με κατάλληλη μετατόπιση το ένα ταυτίζεται με το άλλο και γράφουμε $AB=ΓΔ$ (σχ.45α).

Το τόξο ΑΒ λέγεται **μεγαλύτερο** από το τόξο ΓΔ (ή το τόξο ΓΔ μικρότερο του ΑΒ) και γράφουμε $AB > ΓΔ$ όταν μετά από κατάλληλη μετατόπιση το ΓΔ ταυτίζεται με μέρος του ΑΒ (σχ.45β).

K6.α) Τι λέγεται επίκεντρη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

β) Ποια σχέση ισότητας - ανισότητας υπάρχει μεταξύ επίκεντρων γωνιών και αντίστοιχων τόξων;

Απάντηση:

α) Μια γωνία λέγεται **επίκεντρη** όταν η κορυφή της είναι το κέντρο ενός κύκλου.

β) Δύο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα, αν και μόνο αν οι επίκεντρες γωνίες που βαίνουν σε αυτά είναι ίσες. (Θεώρημα Ι)

Δύο τόξα ενός κύκλου είναι άνισα, όταν οι αντίστοιχες επίκεντρες γωνίες που βαίνουν σε αυτά είναι ομοιοτρόπως άνισες. (Πόρισμα iii)

K7.i) Τι λέγεται μέσο τόξου;

ii) Αν τα σημεία Μ,Ν είναι μέσα ενός τόξου ΑΒ , τι συμπεραίνετε γι' αυτά;

Απάντηση:

i) **Μέσο** ενός τόξου $\widehat{AB}$ λέγεται ένα εσωτερικό σημείο του Μ, όταν $\widehat{AM} = \widehat{MB}$.

ii) Επειδή το μέσο ενός τόξου είναι μοναδικό, συμπεραίνω ότι τα Μ και Ν ταυτίζονται.

K8. Στο διπλανό σχήμα είναι $K1 = K2$. Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι $AB = ΓΔ$;

Εικόνα

Ασκήσεις Εμπέδωσης

Ε1. Σχεδιάστε έναν κύκλο ακτίνας ρ , που να διέρχεται από σταθερό σημείο K . Πόσους τέτοιους κύκλους μπορούμε να χαράξουμε στο επίπεδο; Πού βρίσκονται τα κέντρα τους;

Απάντηση:

Ε2. Σχεδιάστε δύο κύκλους (O, ρ) και (O, R) με $R > \rho$. Να βρείτε τα σημεία του επιπέδου που είναι εσωτερικά του κύκλου (O, R) και εξωτερικά του κύκλου (O, ρ) .

Απάντηση:

Αποδεικτικές Ασκήσεις

A1. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι (O, K) και (O, ρ) με $R > \rho$. Μία ευθεία ε διέρχεται από το O και τέμνει τους κύκλους στα διαδοχικά σημεία A, B, Γ, Δ . Να αποδείξετε ότι $AB = \Gamma\Delta$ και $A\Gamma = B\Delta$.

Απάντηση:

A2. Αν δύο διάμετροι σχηματίζουν δύο εφεξής γωνίες ίσες, τότε να αποδείξετε ότι διαιρούν τον κύκλο σε τέσσερα ίσα τόξα.

Απάντηση:

Εστω $AB, \Gamma\Delta$ δύο διάμετροι ενός κύκλου (O, R) τέτοιες ώστε $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$. Τότε η $O\Gamma$ είναι διχοτόμος της ευθείας γωνίας