Γ. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΟ ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ

Ι. Να χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

15. α. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν κοινό πεδίο ορισμού το A, τότε η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ έχει πάντοτε πεδίο ορισμού το A.

β. Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

γ. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_1.

δ. Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_2)$ για κάθε x σε μια περιοχή του x_2.

ε. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο.

α.	β.	γ.	δ.	ε.
Λ	Λ	Σ	Λ	Σ

16. α. Αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell_1$ και $\lim\limits_{x\to x_0} g(x) = \ell_2$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} (f(x)\cdot g(x)) = \ell_1\ell_2$

β. Αν οι συναρτήσεις f, g έχουν στο x_0 όρια πραγματικούς αριθμούς, τότε

$$\lim_{x\to x_0}\left(f(x)\cdot g(x)\right) = \lim_{x\to x_0} f(x)\cdot \lim_{x\to x_0} g(x) .$$

γ. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο έναν πραγματικό αριθμό ℓ, δηλαδή αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell$ τότε για κάθε φυσικό αριθμό ν μεγαλύτερο του 1 θα ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0}\left(f(x)\right)^{\nu} = \nu\ell^{\nu-1}$.

δ. Αν η συνάρτηση f έχει στο x_0 όριο έναν πραγματικό αριθμό ℓ_1, δηλαδή αν $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = \ell_1$, τότε $\lim\limits_{x\to x_0} (f(x))^{\nu} = \ell_1^{\nu}$ (ν θετικός ακέραιος).

ε. Αν x_0 είναι ένας πραγματικός αριθμός τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \eta\mu x = \eta\mu x_0$

στ. Ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} (\sigma\upsilon\nu x) = \sigma\upsilon\nu x_0$.

ζ. Χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας συνεχούς συνάρτησης σε ένα κλειστό διάστημα είναι ότι η γραφική της παράσταση είναι μια συνεχής καμπύλη.

η. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.
Σ	Σ	Λ	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

17. α. $(x^{\rho})' = \rho\cdot x^{\rho-1}$, ρ ρητός, $x > 0$

β. Για κάθε $x > 0$ ισχύει $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.

γ. Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

δ. Για τη συνάρτηση $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $x \neq 0$ ισχύει ότι $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}$.

ε. Για τη συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$ ισχύει ότι $(\eta\mu x)' = -\sigma\upsilon\nu x$.

στ. $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

ζ. $(\sigma\upsilon\nu x)' = \eta\mu x$

η. $(\sqrt{3})' = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$

θ. $(x^{\nu})' = (\nu-1)\cdot x^{\nu}$, όπου ν φυσικός αριθμός

α.	Σ
β.	Λ
γ.	Σ
δ.	Λ
ε.	Λ
στ.	Σ
ζ.	Λ
η.	Λ
θ.	Λ

18. α. $(cf(x))' = cf'(x)$

β. $(f(x)g(x))' = f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)$

γ. Για το γινόμενο δύο παραγωγίσιμων συναρτήσεων f, g ισχύει ότι

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) + f(x)g(x)$$

δ. Ισχύει $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + g'(x)\cdot f(x)$, όπου f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

ε. $\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x) + g'(x)\cdot f(x)}{(g(x))^2}$, $(g(x) \neq 0)$

στ. Αν f, g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις με $g(x) \neq 0$, τότε ισχύει

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

ζ. Αν f, g είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της συνθέτης συνάρτησης ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))\cdot g'(x)$$

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.
Σ	Λ	Λ	Σ	Λ	Σ	Σ

19. α. Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς x, όταν $x = x_0$.

β. Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση $x = f(t)$, τη χρονική στιγμή t_0 είναι $\upsilon(t_0) = f'(t_0)$.

γ. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη στο σημείο x_0. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $(x_0, f(x_0))$ είναι $f'(x_0)$.

δ. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$, για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ.

στ. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει ότι $f'(x)<0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ.

ζ. Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0) = 0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β), τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

η. Αν για τη συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0)=0$ για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, $f'(x)>0$ στο (α, x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0, β), τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (α, β) για $x=x_0$ μέγιστο.

θ. Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(x_0)=0$, για $x_0 \in (\alpha, \beta)$, και η παράγωγός της f' διατηρεί πρόσημο εκατέρωθεν του x_0, τότε η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) και δεν παρουσιάζει ακρότατο στο διάστημα αυτό.

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.	θ.
Σ	Σ	Σ	Σ	Λ	Σ	Λ	Σ	Σ

ΙΙ. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

20. Μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχει το:

α. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(h)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ και το όριο αυτό είναι πραγματικός αριθμός.

β. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$

γ. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$ και το όριο αυτό είναι πραγματικός αριθμός.

δ. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x_0+h)+f(h)}{h}$, $h \in \mathbb{R}$, $h \neq 0$.

Απάντηση

Σωστό το γ. .

Γ. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

I. Να χαρακτηρίστε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

33. α. Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.

β. Οι ποιοτικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

γ. Η συχνότητα της τιμής x_i μιας μεταβλητής X είναι αρνητικός αριθμός.

δ. Αν διαιρέσουμε τη συχνότητα ν_i μιας μεταβλητής X με το μέγεθος ν του δείγματος, προκύπτει η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i

ε. Για τη σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i μιας μεταβλητής X, ισχύει ότι $0 \leq f_i \leq 1$.

στ. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, εκτός από τις συχνότητες f_i και ν_i, χρησιμοποιούνται και οι λεγόμενες αθροιστικές συχνότητες F_i, N_i

ζ. Αν x_i είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X, τότε η αθροιστική συχνότητα N_i εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i.

η. Η αθροιστική συχνότητα N_i μίας κατανομής εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i.

θ. Αν x_i είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X, τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i.

ι. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.	θ.	ι.
Λ	Λ	Λ	Σ	Σ	Σ	Λ	Σ	Λ	Σ

34. α. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποσοτικής μεταβλητής.

β. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

γ. Σε μια ποσοτική μεταβλητή αντί του ραβδογράμματος χρησιμοποιείται το διάγραμμα συχνοτήτων.

δ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για τη γραφική παράσταση των ποσοτικών μεταβλητών.

ε. Το κυκλικό διάγραμμα είναι ένας κυκλικός δίσκος χωρισμένος σε κυκλικούς τομείς, τα εμβαδά ή, ισοδύναμα, τα τόξα των οποίων είναι ανάλογα προς τις αντίστοιχες συχνότητες ν_i ή τις σχετικές συχνότητες f_i των τιμών x_i της μεταβλητής.

στ. Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους ν και ότι f_i , $i = 1, 2, \dots, \kappa$ είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών x_i μιας μεταβλητής. Αν α_i είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε:

$$\alpha_i = 360 \cdot f_i \;, \text{ για } i = 1, 2, \dots, \kappa$$

ζ. Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

η. Σε ομαδοποιημένα δεδομένα το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι πάντοτε ίσο με ένα.

θ. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

ι. Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος ν του δείγματος.

α.	β.	γ.	δ.	ε.	στ.	ζ.	η.	θ.	ι.
Λ	Λ	Σ	Λ	Σ	Σ	Σ	Λ	Σ	Λ