



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ' ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 24 ΙΟΥΝΙΟΥ 2016
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 30

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 13

A3. α. Λάθος, β. Λάθος, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

B1. Έστω ότι : $x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8, x + 10, x + 12$

είναι οι ζητούμενοι 7 περιττοί αριθμοί, με $x =$ περιττός.

Η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση, άρα $\delta = x + 6 = 13 \Rightarrow$

$$x = 13 - 6 \Leftrightarrow x = 7$$

Επομένως οι ζητούμενοι περιττοί αριθμοί είναι οι

7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

$$\text{B2. } \bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19}{7} = \frac{71}{7} = 13$$

$$\begin{aligned} \text{B3. } s^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} \\ &= \frac{(7-13)^2 + (9-13)^2 + (11-13)^2 + (13-13)^2 + (15-13)^2 + (17-13)^2 + (19-13)^2}{7} \\ &= \frac{(-6)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2}{7} = \frac{112}{7} = 16 \end{aligned}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{16} = 4$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

B4. 1^{ος} τρόπος

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου έχουμε :

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x}' = \bar{x} + 3 = 13 + 3 = 16 \\ s' = s = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow CV' = \frac{s'}{\bar{x}'} \cdot 100\% = \frac{4}{16} \cdot 100\% = 25\%$$

2^{ος} τρόπος

Οι νέες παρατηρήσεις είναι : 10 , 12 , 14 , 16 , 18 , 20 , 22

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22}{7} = \frac{112}{7} = 16$$

$$\begin{aligned} s'^2 &= \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} \\ &= \frac{(10-16)^2 + (12-16)^2 + (14-16)^2 + (16-16)^2 + (18-16)^2 + (20-16)^2 + (22-16)^2}{7} \\ &= \frac{(-6)^2 + (-4)^2 + (-2)^2 + 0^2 + 2^2 + 4^2 + 6^2}{7} = \frac{112}{7} = 16 \end{aligned}$$

$$s' = \sqrt{s'^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$CV' = \frac{s'}{\bar{x}'} \cdot 100\% = \frac{4}{16} \cdot 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{4}{3}$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{4}{3} \right)' = x^2 - 2x - 3$$

$$f''(x) = (x^2 - 2x - 3)' = 2x - 2$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

$$\begin{aligned}\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + f''(x) + 4}{\sqrt{x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \cancel{2x} - 3 + \cancel{2x} - 2 + 4}{\sqrt{x} - 1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\sqrt{x} - 1} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(\sqrt{x} + 1)}{\cancel{x-1}} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} [(x+1)(\sqrt{x} + 1)] = 4\end{aligned}$$

Γ3. Πρέπει $f'(x_0) = \lambda_\epsilon = -4 \Rightarrow$

$$x_0^2 - 2x_0 - 3 = -4 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$$

$$f(1) = \frac{1}{3} \cdot 1^3 - 1^2 - 3 \cdot 1 - \frac{4}{3} = \frac{1}{3} - 1 - 3 - \frac{4}{3} = -5$$

άρα το ζητούμενο σημείο είναι το **A(1, -5)**.

Γ4. $\lambda = f'(1) = -4$

$$(\epsilon) : y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow (\epsilon) : y = -4x + \beta$$

$$A(1, -5) \in (\epsilon) \Leftrightarrow -5 = -4 \cdot 1 + \beta \Leftrightarrow \beta = -1$$

Επομένως **(ε): y = -4x - 1** είναι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $x_0 = 1$.



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. • $f(0) = 2019 \Leftrightarrow 0^4 + \alpha \cdot 0 + \beta = 2019 \Leftrightarrow \beta = 2019$

• $f(x) = x^4 + \alpha x + 2019, x \in \mathbb{R}.$

• $f'(x) = (x^4 + \alpha x + 2019)' = 4x^3 + \alpha, x \in \mathbb{R}.$

• $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h} = 0 \Leftrightarrow f'(-1) = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot (-1)^3 + \alpha = 0 \Leftrightarrow$
 $-4 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 4$

Δ2. $f(x) = x^4 + 4x + 2019, x \in \mathbb{R}.$

$f'(x) = (x^4 + 4x + 2019)' = 4x^3 + 4, x \in \mathbb{R}.$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 4 = 0 \Leftrightarrow 4x^3 = -4 \Leftrightarrow x^3 = -1 \Leftrightarrow x = -1$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
f(x)			

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -1]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[-1, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό και ολικό ελάχιστο για $x = -1$ την τιμή $f(-1) = (-1)^4 + 4 \cdot (-1) + 2019 = 1 - 4 + 2019 = 2016$.

Δ3. Είναι $f(x) \geq f(-1)$, για κάθε $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$x^4 + 4x + 2019 \geq 2016$, για κάθε $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$x^4 + 4x \geq -3$, για κάθε $x \in \mathbb{R}.$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ