



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Σελίδα 1 από 5

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 30

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

A3. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

B1. Με τη βοήθεια των τύπων $\sum v_i = v$ και $f_i\% = \frac{v_i}{v} \cdot 100\%$ έχουμε :

Χρόνος σε λεπτά	Αριθμός υποψηφίων v_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
[0 , 2)	1	5
[2 , 4)	7	35
[4 , 6)	4	20
[6 , 8)	7	35
[8 , 10)	1	5
ΣΥΝΟΛΑ	$v = 20$	100

B2. Σχηματίζουμε τις στήλες x_i και $x_i v_i$

Χρόνος σε λεπτά	Αριθμός υποψηφίων v_i	Κέντρο κλάσης x_i	$x_i v_i$
[0 , 2)	1	1	1
[2 , 4)	7	5	35
[4 , 6)	4	5	20
[6 , 8)	7	7	49
[8 , 10)	1	9	9
ΣΥΝΟΛΑ	$v = 20$	-	100

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{100}{20} = \boxed{5}$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

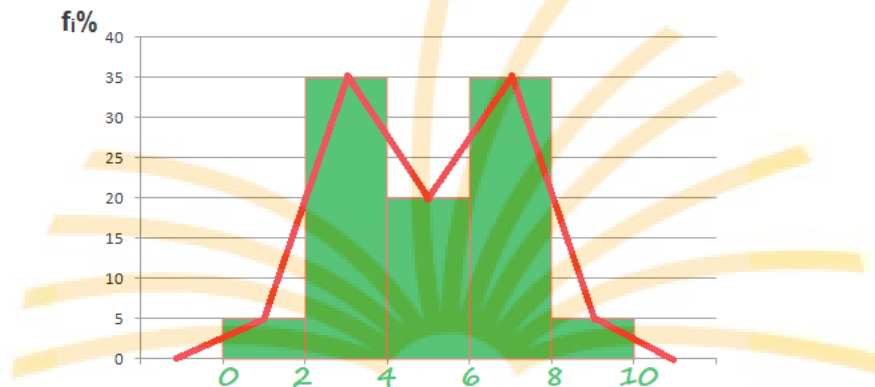
ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



B3. $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 20\% + 35\% + 5\% = \boxed{60\%}$

άρα το 60% των μαθητών χρειάστηκαν τουλάχιστον τέσσερα λεπτά για να απαντήσουν στην ερώτηση.

B4. Ιστόγραμμα και πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων%



B5. Το ζητούμενο εμβαδόν ισούται με το άθροισμα των εμβαδών των ορθογωνίων, δηλαδή με $\boxed{100}$.

ΘΕΜΑ Γ

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$, άρα $f'(x) = (x^3 - 2x^2 + 3x + 2)' = 3x^2 - 4x + 3$

Γ1. $f'(1) + 3 = 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 + 3 = 3 - 4 + 3 + 3 = 5$

$f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 1 - 2 + 3 + 2 = 4$

$f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = 8 - 8 + 6 + 2 = 8$

Επομένως οι παρατηρήσεις είναι : 4, 5, 7, 8, 8, 10

$\bar{x} = \frac{4 + 5 + 7 + 8 + 8 + 10}{6} = \frac{42}{6} = \boxed{7}$

$\delta = \frac{7 + 8}{2} = \frac{15}{2} = \boxed{7,5}$

Γ2. $s^2 = \frac{(4-7)^2 + (5-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (8-7)^2 + (10-7)^2}{6}$

$= \frac{9 + 4 + 0 + 1 + 1 + 9}{6} = \frac{24}{6} = 4$, άρα

$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = \boxed{2}$





Γ3. $R = 1 - 4 = 6$, άρα $\frac{R}{3} = \frac{6}{3} = 2$

$$f\left(\frac{R}{3}\right) = f(2) = 8, \text{ άρα } A(2, 8)$$

Έστω $(\varepsilon) : y = \lambda x + \beta$ η ζητούμενη εφαπτομένη της C_f στο A

$$\lambda = f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 12 - 8 + 3 = 7, \text{ άρα } (\varepsilon) : y = 7x + \beta$$

$$A(2, 8) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow 8 = 7 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow 8 = 14 + \beta \Leftrightarrow \beta = -6$$

Επομένως η ζητούμενη εφαπτομένη έχει εξίσωση $y = 7x - 6$.

Γ4. $f'(x) = 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 3$

$$\text{Το τριώνυμο έχει } \Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 16 - 36 = -20 < 0$$

άρα είναι θετικό για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Είναι $f'(x) > 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, επομένως

η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Δ

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(x^2 + \frac{4s^2}{x} + \bar{x} - 27 \right)' = (x^2)' + 4s^2 \left(\frac{1}{x} \right)' + (\bar{x})' - (27)' \\ &= 2x + 4s^2 \left(-\frac{1}{x^2} \right) + 0 - 0 = 2x - \frac{4s^2}{x^2}, x \neq 0 \end{aligned}$$

Δ1. • Η εφαπτομένη της C_f στο σημείο $M(2, f(2))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, άρα $f'(2) = 0 \Leftrightarrow$

$$2 \cdot 2 - \frac{4s^2}{2^2} = 0 \Leftrightarrow 4 - \frac{4s^2}{4} = 0 \Leftrightarrow s^2 = 4 \Leftrightarrow \boxed{s = 2}$$

• Το σημείο $K(1, 0)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της f

$$\text{άρα } f(1) = 0 \Leftrightarrow 1^2 + \frac{4s^2}{1} + \bar{x} - 27 = 0 \Leftrightarrow$$

$$1 + 16 + \bar{x} - 27 = 0 \Leftrightarrow \bar{x} - 10 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\bar{x} = 10}$$





Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Σελίδα 4 από 5

Για $s = 2$ και $\bar{x} = 10$ είναι :

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x} - 17, x \neq 0 \quad \text{και} \quad f'(x) = 2x - \frac{16}{x^2} = \frac{2x^3 - 16}{x^2}, x \neq 0$$

$$\Delta 2. f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^3 - 16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 - 16 = 0 \Leftrightarrow 2x^3 = 16 \Leftrightarrow$$

$$x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{8} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{2^3} \Leftrightarrow x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-	+
$f(x)$				

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στα $(-\infty, 0)$ και $(0, 2]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[2, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 2$ την τιμή

$$f(2) = 2^2 + \frac{16}{2} - 17 = 4 + 8 - 17 = -5$$

$$\begin{aligned} \Delta 3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 \cdot f'(x)}{\sqrt{4x+1}-3} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{x^2} \cdot \frac{2x^3 - 16}{\cancel{x^2}}}{\sqrt{4x+1}-3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 16}{\sqrt{4x+1}-3} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x^3 - 8) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)}{(\sqrt{4x+1}-3) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x^3 - 2^3) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)}{(\sqrt{4x+1})^2 - 3^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)}{4x - 8} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(\cancel{x-2}) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)}{4(\cancel{x-2})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 + 2x + 4) \cdot (\sqrt{4x+1} + 3)}{2} \\ &= \frac{(2^2 + 2 \cdot 2 + 4) \cdot (\sqrt{4 \cdot 2 + 1} + 3)}{2} = \frac{12 \cdot 6}{2} = \boxed{36} \end{aligned}$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

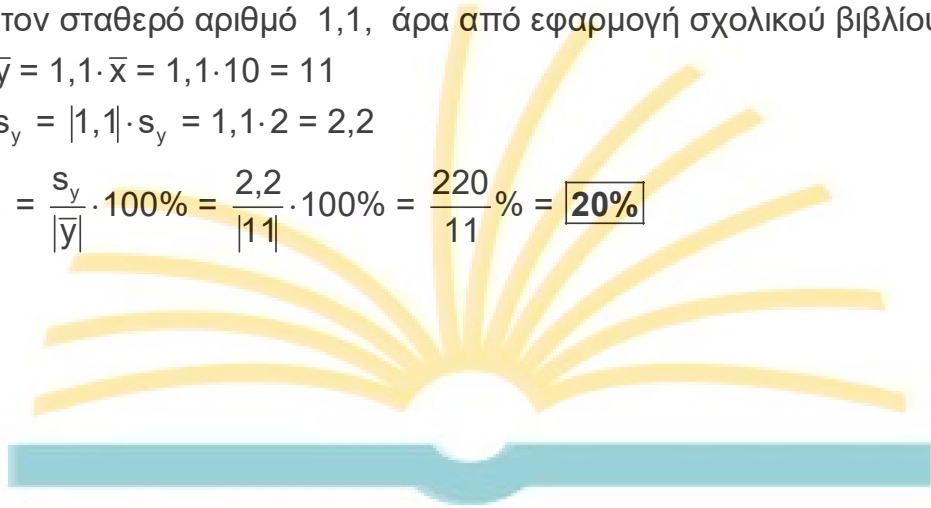
ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710

Δ4. Είναι $y_i = x_i + \frac{10}{100} \cdot x_i = x_i + 0,1 \cdot x_i = (1 + 0,1) \cdot x_i = 1,1 \cdot x_i$

Οι τιμές y_i προκύπτουν από τις τιμές x_i αν πολλαπλασιάσουμε επί τον σταθερό αριθμό 1,1, άρα από εφαρμογή σχολικού βιβλίου

- $\bar{y} = 1,1 \cdot \bar{x} = 1,1 \cdot 10 = 11$
- $s_y = 1,1 \cdot s_x = 1,1 \cdot 2 = 2,2$

$$CV_y = \frac{s_y}{|\bar{y}|} \cdot 100\% = \frac{2,2}{11} \cdot 100\% = \frac{220}{11}\% = \boxed{20\%}$$



Κελάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ