ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σελίδα 31 Σχολικό βιβλίο

Α2. α)→Λ
β)→Σ
γ)→Σ

Α3. α) $\left(x^{\rho}\right)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$

β) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

γ) $\bar{x} = \dfrac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \ldots + x_\nu w_\nu}{w_1 + w_2 + \ldots + w_\nu}$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\kappa = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1} \overset{\frac{0}{0}}{=} \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+2)}{x-1} = 1+2=3$

(Το τριώνυμο x^2+x-2 μηδενίζεται στο x = 1 και στο x = -2).

Β2. Οι βαθμοί για κ = 3 είναι οι: 4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4

$$\bar{x} = \frac{4+3+5+6+7+4+6+5+6+4}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

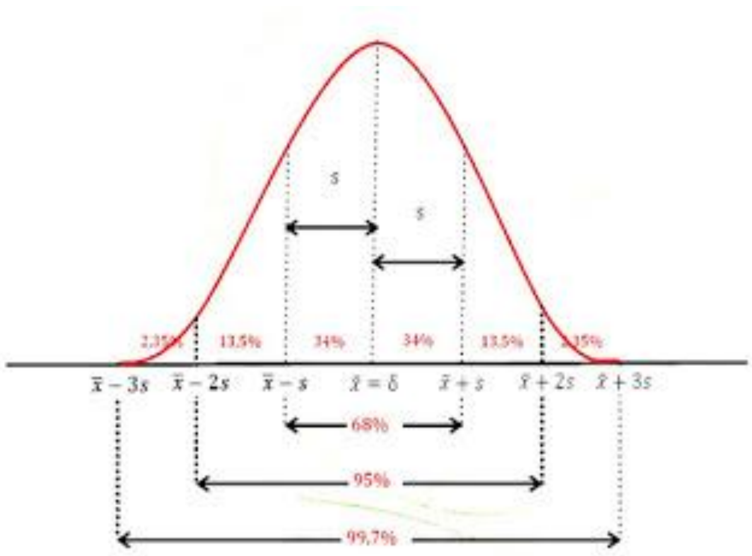
Β3.

$$s^2 = \frac{(4-5)^2\cdot 3 + (3-5)^2 + (5-5)^2\cdot 2 + (6-5)^2\cdot 3 + (7-5)^2}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

B4. $CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,18}{5} \cdot 100\% = 0,236 \cdot 100\% = 23,6\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Το 50% έχει τιμή μεγαλύτερη των 40 ετών Άρα στη μέση(δηλαδή στη μέση τιμή αντιστοιχεί το 40.

Γ2. Παρατηρώ ότι $13,5\% + 2,35\% + 0,15\% = 16\%$ ανήκει στο διάστημα μέχρι την τιμή $\bar{x} - s$ (δηλαδή στο 35).
Άρα $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow s = 40 - 35 \Leftrightarrow s = 5$

Γ3. Ηλικία μεγαλύτερη των 45 → 16%
$\nu_i = f_i \cdot \nu = 0,16 \cdot 400 = 64$ εργαζόμενοι.

Γ4. Ηλικίες στο διάστημα (30,45) → 81,5%
$\nu_i = f_i \cdot \nu = 0,815 \cdot 400 = 326$ εργαζόμενοι.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x) = \ldots = -x^2 + 4x - 3$ $\qquad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$ και $x_2 = 3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
f ’(x)		-	0	+	0	-	
f(x)		□		□		□	

Στο $(-\infty,1]$ η f είναι γνησίως αύξουσα, γιατί στο $(-\infty,1)$ f ’(x)>0.
Στο [1, 3] η f είναι γνησίως φθίνουσα, γιατί στο (1 , 3) f ‘(x)<0.
Στο $[3, +\infty)$ η f είναι γνησίως φθίνουσα, γιατί στο $(3, +\infty)$ f ‘(x)<0.

Δ2. Θέσεις ακροτάτων: $x_1 = 1$ και $x_2 = 3$ (εκεί μηδενίζεται η f '(x)).
Από το κριτήριο εύρεσης ακροτάτων στο $x_1 = 1$ η f(x) έχει Τ.Ε. και στο $x_2 = 3$ η f(x) έχει Τ.Μ.

$$f(1) = -\frac{1}{3}\cdot 1^3 + 2\cdot 1^2 - 3\cdot 1 + 1 = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 \Leftrightarrow f(1) = -\frac{1}{3}$$

$$f(3) = -\frac{1}{3}\cdot 3^3 + 2\cdot 3^2 - 3\cdot 3 + 1 = -\frac{27}{3} + 18 - 9 + 1 \Leftrightarrow f(3) = 1$$

Δ3. Η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία y = x +2017.
Άρα ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι λ = 1.
Δηλαδή $f'(x_0) = 1$ σε ένα σημείο με συντεταγμένες (x_0, y_0)

$$f'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -x_0{}^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow -x_0{}^2 + 4x_0 - 4 = 0$$

Η εξίσωση έχει διπλή ρίζα το $x_0 = 2$ (έχει διακρίνουσα Δ = 0)

$$f(2) = -\frac{1}{3}\cdot 2^3 + 2\cdot 2^2 - 3\cdot 2 + 1 = -\frac{8}{3} + 8 - 6 + 1 \Leftrightarrow f(2) = -\frac{8}{3} + 3 = \frac{1}{3}$$

Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το $A\left(2, \frac{1}{3}\right)$.

Δ4. Είναι $f''(x) = \ldots = -2x + 4$.
Τεταγμένες $y = -2x + 4$. Συνεπώς: $\bar{y} = -2\bar{x} + 4$.

$$s_x{}^2 = 3^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_5 - \bar{x})^2}{5} = 9$$

$$s_y{}^2 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \ldots + (y_5 - \bar{y})^2}{5} =$$

$$= \frac{(-2x_1 + 4 + 2\bar{x} - 4)^2 + (-2x_2 + 4 + 2\bar{x} - 4)^2 + \ldots + (-2x_5 + 4 + 2\bar{x} - 4)^2}{5} =$$

$$= \frac{(-2x_1 + 2\bar{x})^2 + (-2x_2 + 2\bar{x})^2 + \ldots + (-2x_5 + 2\bar{x})^2}{5}$$

$$= \frac{2^2(-x_1 + \bar{x})^2 + 2^2(-x_2 + \bar{x})^2 + \ldots + 2^2(-x_5 + \bar{x})^2}{5} = 4\cdot s_x{}^2 = 4\cdot 9 = 36$$

Άρα $s_y = \sqrt{s_y{}^2} = \sqrt{36} = 6$