

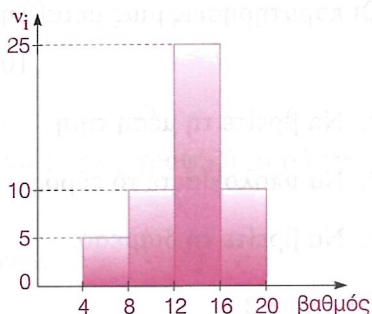
A. Κανονική Κατανομή

4. Οι βαθμοί που έγραψαν οι μαθητές μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα είναι πάνω από 4, έχουν μέσο όρο 12 και τυπική απόκλιση 2. Υποθέτοντας ότι έχουμε περίπου κανονική κατανομή, να βρείτε κατά προσέγγιση, το ποσοστό των μαθητών που έχει βαθμό:
- α. κάτω από 10
 - β. πάνω από 16
 - γ. από 8 έως 14
 - δ. το πολύ 8
 - ε. τουλάχιστον 10.
5. Η μέση τιμή μιας κανονικής κατανομής είναι 20 και η τυπική απόκλιση 4. Ποιο ποσοστό των παρατηρήσεων είναι:
- α. πάνω από 28
 - β. κάτω από 16
 - γ. μεταξύ 16 και 28
 - δ. τουλάχιστον 12
 - ε. το πολύ 12 ή τουλάχιστον 24.
6. Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Αν το 16% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες ή ίσες του 10 και το 50% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες του 12, τότε:
- α. Να βρείτε τη μέση και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.
 - β. Να βρείτε το εύρος και τη διάμεσο των παρατηρήσεων.
 - γ. Να εξετάσετε, αν το δείγμα είναι ομοιογενές.
7. Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Αν το 2,5% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες του 30 και η διάμεσος είναι 20, να βρείτε:
- α. τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων
 - β. το ποσοστό των παρατηρήσεων από 5 έως 25.

8. Οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους 800 ακολουθούν την κανονική κατανομή. Το εύρος των παρατηρήσεων είναι 36 και το 16% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες του 36 .
- α. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση του δείγματος
 - β. Να εξετάσετε, αν το δείγμα των παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.
 - γ. Να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι τουλάχιστον 36 .
9. Η βαθμολογία 200 μαθητών σε ένα διαγώνισμα είναι περίπου κανονική. Εκατό μαθητές έχουν βαθμό, το πολύ, 12 και το 16% των μαθητών τουλάχιστον, 14.
- α. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.
 - β. Να βρείτε πόσοι μαθητές έχουν βαθμό από 8 έως 16 .
 - γ. Να εξετάσετε, αν το δείγμα των βαθμών είναι ομοιογενές.
10. Η κατανομή συχνοτήτων των σωλήνων που παράγει μια μηχανή ως προς το μήκος τους είναι περίπου κανονική. Έστω ότι η διάμεσος των μηκών των σωλήνων είναι 3 m και ο συντελεστής μεταβολής είναι $CV = \frac{2}{300}$.
- α. Να βρείτε:
 - i. τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και το εύρος
 - ii. το ποσοστό των σωλήνων που έχουν μήκος από 2,96 m έως 3,02 m .
 - β. Μια σωλήνα θεωρείται ελαττωματική, όταν έχει μήκος μεγαλύτερο από 3,06 m ή μικρότερο από 2,94 m . Αν η μηχανή παράγει 4000 σωλήνες και οι 18 είναι ελαττωματικές, να εξετάσετε αν η λειτουργία της μηχανής έχει βλάβη.
11. Η κατανομή συχνοτήτων των δίσκων που παράγει μια μηχανή ως προς τη διάμετρό τους είναι περίπου κανονική. Έστω ότι η τυπική απόκλιση των δίσκων είναι 2 cm και ότι το 50% των δίσκων έχουν διάμετρο, το πολύ, 22 cm .
- α. Αν αγοράσουμε ένα τέτοιο δίσκο, σε ποιο διάστημα είναι σχεδόν βέβαιο ότι θα βρίσκεται η διάμετρός του;
 - β. Αν διαλέξουμε ένα τέτοιο δίσκο στην τύχη, ποια πρέπει να είναι η διάμετρος του, ώστε να ελέγξουμε τη λειτουργία της μηχανής για πιθανή βλάβη;

Θέμα 15

Σε ένα διαγωνισμό Μαθηματικών η βαθμολογία των μαθητών δίνεται από τον διπλανό ιστόγραμμα συχνοτήτων v_i :



α. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$x_i v_i$
[4, 8)						
[8, 12)						
[12, 16)						
[16, 20)						
Σύνολο						

β. Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών.

γ. Πόσοι μαθητές έχουν βαθμό μέχρι 10 ;

Θέμα 16

Οι χρόνοι αναμονής σε λεπτά 20 μαθητών στις στάσεις λεωφορείων για να πάνε σχολείο φαίνονται στο διπλανό πίνακα.

Χρόνος	Μαθητές
[1, 3)	2
[3, 5)	5
[5, 7)	6
[7, 9)	7

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή

β. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που περιμένουν στη στάση από 1 έως 6 λεπτά

γ. Να βρείτε τη διάμεσο

δ. Να κάνετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων

Θέμα 17

Εξετάσαμε τους μαθητές του τμήματος Γ₁ ως προς τις ημέρες απουσίας από το σχολείο το μήνα Μάρτιο και προέκυψε ο διπλανός πίνακας.

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$F_i\%$
0	2				
1	8				
2	6				
3	4				
Σύνολο					

α. Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα.

- β. Ποιο είναι το πλήθος των μαθητών που έλλειπε από το σχολείο το πολύ 2 ημέρες;
- γ. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έλλειπε από το σχολείο τουλάχιστον 2 ημέρες;
- δ. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων.

Θέμα 18

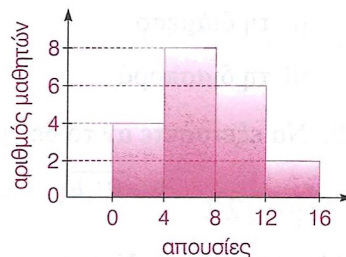
Ο διπλανός πίνακας παρουσιάζει τα χρόνια εργασίας ενός δείγματος 40 εργαζομένων σε μια εταιρεία.

Κλάσεις	x_i	v_i	N_i	f_i	$f_i\%$	$F_i\%$
[0, 10)		4				
[10, 20)			16			
[20, 30)		16				
[30, 40)						
Σύνολο						

- α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.
- β. Πόσοι εργαζόμενοι έχουν λιγότερο από 30 χρόνια εργασίας;
- γ. Ποιο είναι το ποσοστό των εργαζομένων με τουλάχιστον 25 χρόνια εργασίας;

Θέμα 19

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων, το οποίο παριστάνει τις απουσίες των μαθητών του τμήματος Γ_1 κατά τον μήνα Δεκέμβριο.



- α. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών του τμήματος Γ_1 .
- β. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.
- γ. Να κατασκευάσετε το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων.
- δ. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έκανε τουλάχιστον 10 απουσίες.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i
[,)				
[,)				
[,)				
[,)				
Σύνολο				

Θέμα 20

Σε ένα εκλογικό τμήμα προσήλθαν και ψήφισαν πολίτες ένα από τα πέντε ψηφοδέλτια Α, Β, Γ, Δ, Ε.

Τα αποτελέσματα γράφονται στο διπλανό πίνακα.

α. Να υπολογίσετε την τιμή του λ και το πλήθος των πολιτών που πήγαν να ψηφίσουν

β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα

γ. Να κάνετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων

δ. Να βρείτε τη γωνία α_3 του κυκλικού διαγράμματος

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$
A		7λ	
B		6λ	
Γ		4λ	
Δ	20	2λ	
E		λ	
Σύνολο			

Θέμα 21

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε έξι μαθήματα είναι οι εξής:

15, 16, 14, 13, 14, 18

α. Για τις παρατηρήσεις αυτές, να βρείτε:

i. τη μέση τιμή

ii. τη διάμεσο

iii. τη διασπορά

β. Να εξετάσετε αν το δείγμα των βαθμών είναι ομοιογενές. (Δίνεται $\sqrt{2,6} \approx 1,6$).

Θέμα 22

Μια μεταβλητή X παίρνει τις τιμές:

8, 6α , 4, 8α , 5α

οι οποίες έχουν μέση τιμή 10.

α. Να βρείτε την τιμή του α .

β. Να βρείτε τη διάμεσο και το εύρος των τιμών.

γ. Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση.

δ. Να εξετάσετε, αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

Θέμα 23

Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές x_i και οι αντίστοιχες συχνότητες v_i που προέκυψαν από παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X .

x_i	v_i
2	6
3	7
5	3
8	4

α. Για τις παρατηρήσεις αυτές να υπολογίσετε:

- i. τη μέση τιμή
- ii. το εύρος και τη διάμεσο
- iii. τη διακύμανση

β. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

(Δίνεται $\sqrt{4,9} \approx 2,2$).

Θέμα 24

Είκοσι παρατηρήσεις τις έχουμε ομαδοποιήσει όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα.

Κλάσεις	v_i
$[0, 2)$	2
$[2, 4)$	4
$[4, 6)$	8
$[6, 8)$	5
$[8, 10)$	1

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

β. Να βρείτε τη διάμεσο.

γ. Να υπολογίσετε τη διακύμανση.

δ. Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

$$\text{Δίνεται ότι } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}, \quad 98^2 = 9.604 \quad \text{και} \quad \sqrt{4,19} \approx 2.$$

Θέμα 25

Μια μεταβλητή X παίρνει τις τιμές:

$$3, 2\kappa, \kappa, 3, 3\kappa, 3, 5, 3\kappa$$

των οποίων η μέση τιμή είναι 4.

α. Να βρείτε το κ .

Για $\kappa=2$ στις παραπάνω παρατηρήσεις, να βρείτε:

β. i. το εύρος και τη διάμεσο

ii. τη διακύμανση

γ. αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

(Δίνεται $\sqrt{2} \approx 1,4$).

Θέμα 49

Οι τιμές των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X είναι:

9, 13, 15, 17, 21

Να βρείτε:

- Τη μέση τιμή του δείγματος.
- Τη διάμεσο του δείγματος.
- Την τυπική απόκλιση του δείγματος.
- Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, αν καθεμιά από τις παρατηρήσεις του δείγματος ελαττωθεί κατά 3 μονάδες

Θέμα 50

Οι μέγιστες θερμοκρασίες σε μια πόλη το Μάρτη για δέκα συνεχείς ημέρες ήταν:

α , 14, 14, 14, 16, 15, 13, 13, 10, 8

και είχαν μέση τιμή 13.

- Να βρείτε τη τιμή του α .
- Για $\alpha = 13$:
 - να βρείτε τη διάμεσο, το εύρος και τη διασπορά των παρατηρήσεων
 - να εξετάσετε αν το δείγμα των παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

(Δίνεται $\sqrt{5} \approx 2,2$).

Θέμα 51

Οι βαθμοί ενός μαθητή σε οκτώ μαθήματα είναι οι εξής:

15, $9 + \alpha$, 14, 19, $8\alpha + 1$, 18, 10, 16

- Αν η μέση τιμή των βαθμολογιών είναι 15, να υπολογίσετε την τιμή του α .
- Για $\alpha = 2$, στις παραπάνω παρατηρήσεις, να υπολογίσετε:
 - το εύρος R
 - τη διάμεσο δ
 - την τυπική απόκλιση
- Για $\alpha = 2$, αν αυξήσουμε καθέναν από τους βαθμούς κατά 2, να εξετάσετε αν το δείγμα που θα προκύψει είναι ομοιογενές.

Θέμα 52

Οι βαθμοί των γραπτών εξετάσεων της περιόδου Ιουνίου ενός μαθητή ήταν:

15, 18, 17, 15, α , 12, 9

- α.** Αν το εύρος R των βαθμών είναι 10 και ο μεγαλύτερος βαθμός είναι το α , να βρείτε το α .
- β.** Για $\alpha = 19$, να υπολογίσετε στις παραπάνω παρατηρήσεις:
- Την μέση τιμή
 - Τη διάμεσο
 - Την τυπική απόκλιση
- γ.** Για $\alpha = 19$, αν ο ίδιος μαθητής έγραφε σε 4 μαθήματα από 2 μονάδες περισσότερο και σ' ένα μάθημα μια μονάδα λιγότερο, ποιος θα ήταν μέσος όρος των βαθμών του; (Δίνεται $\sqrt{10,57} \approx 3,2$).

Θέμα 53

Οι απουσίες που έκαναν 20 μαθητές σε μία εβδομάδα είναι:

2	1	0	1	0	0	3	0	0	0
1	0	2	4	0	3	0	1	0	1

- α.** Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα
- β.** Να βρείτε τη διάμεσο
- γ.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την διακύμανση
- δ.** Να βρείτε:
- το πλήθος των μαθητών που έκανε πάνω από 2 απουσίες.
 - το ποσοστό των μαθητών που έκανε κάτω από 3 απουσίες.

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
Σύνολο					

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}.$$

Θέμα 54

Στον επόμενο πίνακα δίνονται οι τιμές x_i , $i=1, 2, 3, 4$ μιας μεταβλητής X με αντίστοιχες συχνότητες v_i , $i=1, 2, 3, 4$. Η συχνότητα v_2 που αντιστοιχεί στην τιμή $x_2 = 3$ είναι άγνωστη. Δίνεται ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι ίση με $\bar{x} = 4$.

x_i	v_i
2	6
3	;
5	3
8	4

α. Να αποδείξετε ότι $v_2 = 7$.

β. Να αποδείξετε ότι η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι ίση με 4,9.

γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των τιμών της μεταβλητής X είναι ομοιογενές.

(Δίνεται ότι $\sqrt{4,9} \approx 2,2$).

Θέμα 55

Δίνεται ο διπλανός πίνακας κατανομής συχνοτήτων μιας μεταβλητής X και η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι 1,9.

α. Να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων n , τις v_1 , v_4 και να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

Για $n = 50$, $v_1 = 5$ και $v_4 = 15$:

β. Να βρείτε τη διάμεσο

γ. Να υπολογίσετε τη διακύμανση

δ. Να κάνετε το πολύγωνο συχνοτήτων

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right\}.$$

x_i	v_i	f_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
0				
1	10			
2	20	0,4		
3				
Σύνολο				

Θέμα 56

Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι τιμές x_i και οι αντίστοιχες συχνότητες v_i , ενός δείγματος n παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X που έχουν διάμεσο $\delta = 2,5$.

α. Να βρείτε τις τιμές των a και n .

Για $n = 20$ και $a = 6$:

β. Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διακύμανση

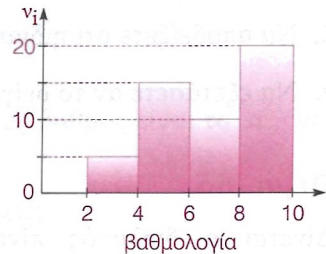
γ. Να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω παρατηρήσεων είναι ομοιογενές.

$$\text{Δίνεται } s^2 = \frac{1}{n} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{n} \right\} \text{ και } \sqrt{0,9475} \approx 1.$$

x_i	v_i
1	4
2	a
3	7
4	3

Θέμα 57

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ιστόγραμμα συχνοτήτων που παρουσιάζει τη βαθμολογία μιας ομάδας φοιτητών στο μάθημα της Στατιστικής. Η βαθμολογία κυμαίνεται από 2 έως 10.



α. Να συμπληρώσετε το διπλανό πίνακα.

β. Να βρείτε τη μέση τιμή και τη διάμεσο.

γ. Να υπολογίσετε την διακύμανση.

Δίνεται ότι

$$s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^k x_i^2 v_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^k x_i v_i \right)^2}{v} \right\}.$$

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	F_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
[,)						
[,)						
[,)						
[,)						
Σύνολο						

Θέμα 58

Ο μέσος χρόνος που χρειάζονται οι μαθητές ενός σχολείου να πάνε το πρωί από το σπίτι τους μέχρι το σχολείο είναι 10 λεπτά με τυπική απόκλιση 2 λεπτά και ακολουθεί περίπου την κανονική κατανομή.

α. Να βρείτε τη διάμεσο της κατανομής του χρόνου μετάβασης στο σχολείο.

β. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής και να εξετάσετε αν το δείγμα των χρόνων είναι ομοιογενές.

γ. Αν οι μαθητές του σχολείου είναι 200, να βρείτε πόσοι περίπου μαθητές χρειάζονται χρόνο:

i. μεταξύ 8 και 14 λεπτών

ii. το πολύ 14 λεπτά.

Θέμα 87

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

ΗΛΙΚΙΕΣ (χρόνια)	x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$	$x_i v_i$
$[25, 35)$			x			
$[\quad , \quad)$			$x + 20$			
$[\quad , \quad)$			$2x$			
$[\quad , \quad)$			$x^2 - 6x$	50		
Σύνολο						

- α. Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες $f_i\%$, $i = 1, 2, 3, 4$.
- β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.
- γ. Να υπολογίσετε την μέση τιμή $\bar{x}$ των ηλικιών.
- δ. Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια;
- ε. Από την εταιρεία αποχωρούν 10 υπάλληλοι με ηλικίες στην τέταρτη κλάση και 5 υπάλληλοι με ηλικίες στην τρίτη κλάση, ενώ ταυτόχρονα προσλαμβάνονται 15 υπάλληλοι με ηλικίες στην πρώτη κλάση. Να υπολογίσετε τη νέα μέση τιμή των ηλικιών των υπαλλήλων.

Θέμα 88

Στο διπλανό πίνακα δίνεται η κατανομή των παρατηρήσεων μιας μεταβλητής X .

- α. Να αποδείξετε ότι $\omega = 10$.

Για $\omega = 10$:

- β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

- γ. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή.

- δ. Αν στο παραπάνω δείγμα προστεθούν 50 παρατηρήσεις με μέση τιμή 6, να βρείτε τη μέση τιμή του νέου δείγματος.

x_i	v_i	$f_i\%$	$F_i\%$	$x_i v_i$
2			2ω	
5			6ω	
6			9ω	
8			10ω	
Σύνολο	50			

Θέμα 89

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν n μαθητές για να λύσουν ένα πρόβλημα Μαθηματικών έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 ισοπλάτεις κλάσεις πλάτους c , όπως φαίνεται στο διπλανό πίνακα.

Κλάσεις	x_i	v_i
$[8, \dots)$		20
$[\dots, \dots)$	14	15
$[\dots, \dots)$		v_3
$[\dots, \dots)$		5
Σύνολο		

α. Να αποδείξετε ότι $c = 4$.

Έστω επιπλέον ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 14$.

β. Να αποδείξετε ότι $v_3 = 10$.

γ. Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση είναι $s = 4$ και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

δ. Να βρείτε πόσοι μαθητές χρειάστηκαν τουλάχιστον 18 λεπτά για να λύσουν το πρόβλημα.

Θέμα 90

Οι ημέρες άδειας των εργαζομένων σε μια εταιρεία ομαδοποιούνται σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους c , σύμφωνα με το διπλανό πίνακα και επιπλέον στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων των ημερών αδείας το τόξο α_1 , του κυκλικού τομέα, το οποίο αντιστοιχεί στην πρώτη κλάση είναι 72° .

Κλάσεις	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$F_i\%$
$[6, \dots)$		16			
$[\dots, \dots)$			24		
$[\dots, \dots)$				30	
$[\dots, \dots)$					90
$[\dots, 26)$					
Σύνολο					

α. Να δείξετε ότι $c = 4$ και $n = 80$.

β. Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

γ. Πόσοι εργαζόμενοι πήραν άδεια τουλάχιστον 20 ημέρες;

δ. Ποιο είναι το ποσοστό των εργαζομένων που πήραν άδεια το πολύ 12 ημέρες;

Θέμα 91

Θεωρούμε ένα δείγμα παρατηρήσεων με μια συνεχή ποσοτική μεταβλητή X που ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή. Έστω ότι ο συντελεστής μεταβολής είναι 20% και η διάμεσος 10.

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων του δείγματος.
- β. Να βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες από 8.
- γ. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 800, να βρείτε πόσες τουλάχιστον παρατηρήσεις είναι μεγαλύτερες από 14.
- δ. Αν όλες οι παρατηρήσεις του δείγματος αυξηθούν κατά 10 η κάθε μία, τότε το νέο δείγμα είναι ομοιογενές;

Θέμα 92

Οι βαθμοί που έγραψαν οι μαθητές μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών έγραψε πάνω από 13 και το 16% έγραψαν κάτω από 11.

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{x}$ και την τυπική απόκλιση s των βαθμών.
- β. Να βρείτε το εύρος των βαθμών.
- γ. Εάν 10 μαθητές έγραψαν βαθμό κάτω από 9, να βρείτε:
 - i. το πλήθος των μαθητών της τάξης
 - ii. το πλήθος των μαθητών που έγραψαν βαθμό τουλάχιστον 11.

Θέμα 93

Οι βαθμοί των μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών μιας τάξης ενός Λυκείου ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή. Το 50% των μαθητών έγραψε τουλάχιστον 12 και η τυπική απόκλιση είναι 2.

- α. Να βρείτε τη μέση τιμή και το συντελεστή μεταβολής των βαθμών των μαθητών.
- β. Να βρείτε το εύρος της κατανομής των βαθμών.
- γ. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έγραψε από 6 έως 14.
- δ. Αν 17 μαθητές έγραψαν από 12 έως 14, να βρείτε:
 - i. το πλήθος των μαθητών της τάξης
 - ii. το πλήθος των μαθητών της τάξης που έγραψαν τουλάχιστον 10.

Θέμα 94

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x + \beta$.

α. Αν η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(1, 0)$ και ισχύει

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 24, \text{ να βρείτε τις τιμές των } \alpha \text{ και } \beta.$$

Για $\alpha = 12$ και $\beta = -13$:

β. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$.

γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης ε στη γραφική παράσταση της f στο σημείο της $A(1, f(1))$.

δ. Αν τα σημεία $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$, $M_4(x_4, y_4)$, $M_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στην ευθεία ε του προηγούμενου ερωτήματος και οι τετμημένες x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$, να βρείτε τη μέση τιμή $\bar{y}$ των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων αυτών.

Θέμα 95

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 2$.

α. Αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = 1$ και ισχύει

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 15, \text{ να βρείτε τα } \alpha \text{ και } \beta.$$

Για $\alpha = 3$ και $\beta = -9$:

β. Να βρείτε το σημείο της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f , στο οποίο έχει τον ελάχιστο ρυθμό μεταβολής.

γ. Αν η συνάρτηση θέσης ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα (πάνω στον άξονα $x'x$) είναι $x(t) = f(t)$, να βρείτε ποια χρονική στιγμή είναι ακίνητο και την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t = 3 \text{ s}$.

δ. Αν τα σημεία $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$, $M_4(x_4, y_4)$ και $M_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στη γραφική παράστασης της $y = f''(x)$ και η τυπική απόκλιση των τετμημένων x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 των παραπάνω σημείων είναι 3, να βρείτε την τυπική απόκλιση των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 .