

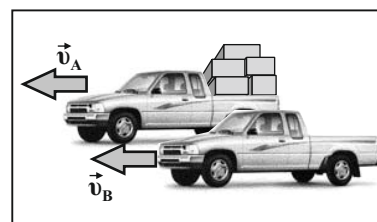
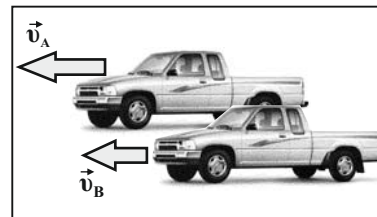
1. ΟΡΜΗ

Δύο όμοια φορτηγά αυτοκίνητα Α και Β κινούνται με ταχύτητες $v_A > v_B$. Είναι πιο εύκολο (χρειάζεται μικρότερη δύναμη), να σταματήσουμε (επιβραδύνουμε) στον ίδιο χρόνο, το αυτοκίνητο που έχει μικρότερη ταχύτητα.

Αν όμως τα δύο φορτηγά έχουν την ίδια ταχύτητα αλλά το Α είναι γεμάτο ενώ το Β άδειο. Πιο φορτηγό θα σταματήσει πιο εύκολα; Από την εμπειρία μας μπορούμε να μαντέψουμε τη σωστή απάντηση. Πιο εύκολα θα σταματήσει το φορτηγό που έχει μικρότερη μάζα. Από την εμπειρία μας επίσης γνωρίζουμε ότι το αποτέλεσμα μιας κρούσης (σύγκρουσης) εξαρτάται από την ταχύτητα αλλά και από τη μάζα των σωμάτων που συγκρούονται

Απο τα παραπάνω παραδείγματα φαίνεται η ανάγκη εισαγωγής ενός νέου φυσικού μεγέθους που θα εξαρτάται από την ταχύτητα και από τη μάζα ενός σώματος.

Ονομάζουμε ορμή $\vec{p}$ ενός σώματος, το γινόμενο της μάζας του m επί την ταχύτητα του $\vec{v}$.



$$\vec{p} = m \vec{v} \quad (1)$$

➤ Από τον ορισμό της η ορμή είναι μέγεθος **διανυσματικό** και έχει πάντα την κατεύθυνση της ταχύτητας.

➤ Μονάδα μέτρησης της ορμής στο SI είναι το **1 kg m/s**

Όπως θα δούμε παρακάτω υπάρχει άλλος ένας σοβαρός λόγος για της εισαγωγή της έννοιας της ορμής. Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερή κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις.

2. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Δεύτερος Νόμος του Newton (Γενικότερη Διατύπωση)

Σε σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα $\vec{v}_{APX}$, ασκείται συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ και του προσδίδει επιτάχυνση $\vec{a}$. Σε χρονικό διάστημα Δt η ταχύτητα του σώματος έχει γίνει $\vec{v}_{TEA}$.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m \vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{\vec{v}_{TEA} - \vec{v}_{APX}}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = m \frac{\vec{v}_{TEA} - \vec{v}_{APX}}{\Delta t} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{m\vec{v}_{TEA} - m\vec{v}_{APX}}{\Delta t}$$

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\vec{p}_{TEA} - \vec{p}_{APX}}{\Delta t} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

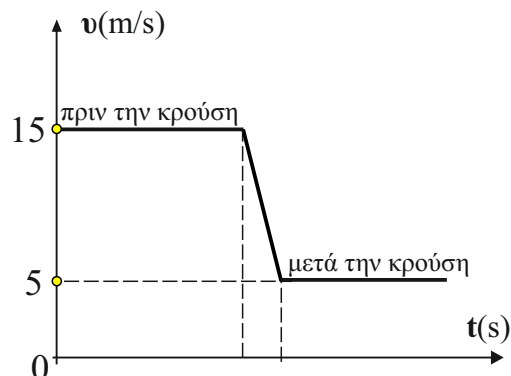
Η συνισταμένη δύναμη $\Sigma \vec{F}$ που ασκείται σε ένα σώμα ισούται με τον ρυθμό μεταβολής $\Delta \vec{p} / \Delta t$ της ορμής του.

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (2)$$

➤ Ο 2ος νόμος του Newton στη μορφή $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ ισχύει όταν η μάζα του είναι σταθερή. Η δεύτερη διατύπωση του 2ου νόμου $\Sigma \vec{F} = \Delta \vec{p} / \Delta t$ είναι γενικότερη γιατί περιλαμβάνει και την περίπτωση που η μάζα του σώματος μεταβάλλεται $\Sigma \vec{F} = \Delta(m\vec{v}) / \Delta t$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

01. Στο διάγραμμα παρουσιάζεται η ταχύτητα ενός σώματος μάζας $m = 100 \text{ g}$ λόγω σύγκρουσης με δεύτερο σώμα. Η σύγκρουση διαρκεί χρονικό διάστημα 1 s και εξαιτίας της, το σώμα επιβραδύνεται. Τα σώματα κινούνται στην ίδια ευθεία πριν και μετά την σύγκρουση. Θεωρήστε ότι η δύναμη που δέχθηκε γι' αυτό το χρονικό διάστημα το σώμα είναι σταθερή. Το μέτρο της δύναμης που δέχθηκε το σώμα κατά την κρούση είναι:



- α) 1 N β) 5 N γ) 15 N

02. Ένα βλήμα με μάζα $0,05 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα 800 m/s μέχρι τη στιγμή που σφηνώνεται σε τοίχο. Πριν ακινητοποιηθεί το βλήμα διανύει απόσταση 8 cm μέσα στον τοίχο. Αν η αντίσταση του τοίχου θεωρηθεί σταθερή δύναμη, το βλήμα θα ακινητοποιηθεί μετά από:

- α) $t = 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ β) $t = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ γ) $t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

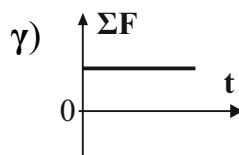
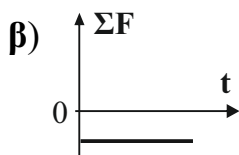
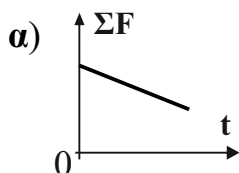
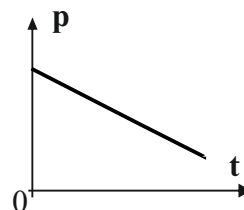
03. Ένα μπαλάκι μάζας m προσκρούει κάθετα σε οριζόντιο πάτωμα με ταχύτητα μέτρου v_1 και αναπηδά κατακόρυφα με ταχύτητα μέτρου v_2 . Η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης είναι Δt . Το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκείται κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης από το πάτωμα στο μπαλάκι είναι:

- α) $N = \frac{m(v_1 + v_2)}{\Delta t} + mg$ β) $N = \frac{m(v_1 - v_2)}{\Delta t} + mg$ γ) $N = \frac{m(v_1 + v_2)}{\Delta t} - mg$

04. Η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ως συνάρτηση της ορμής του είναι:

- α) Ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων
β) Ευθεία που δε διέρχεται από την αρχή των αξόνων
γ) Παραβολή

05. Η ορμή ενός σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο μεταβάλλεται όπως απεικονίζεται στο διάγραμμα. Η γραφική παράσταση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα συναρτήσει του χρόνου είναι:



06. Ένα μπαλάκι μάζας m χτυπά σε έναν κατακόρυφο τοίχο με οριζόντια ταχύτητα, μέτρου v_1 και αναπηδά από αυτόν με ταχύτητα, μέτρου v_2 . Η χρονική διάρκεια της επαφής είναι Δt_1 και το μέτρο της κάθετης δύναμης που ασκεί ο τοίχος στο μπαλάκι είναι N_1 . Το ίδιο μπαλάκι χτυπά στο δάπεδο με κατακόρυφη ταχύτητα, μέτρου v_1 και αναπηδά από αυτό με ταχύτητα, μέτρου v_2 . Η χρονική διάρκεια της επαφής είναι $\Delta t_2 = \Delta t_1$ και το μέτρο της κάθετης δύναμης που ασκεί το δάπεδο στο μπαλάκι είναι N_2 . Για τα μέτρα των δυνάμεων N_1 και N_2 που ασκούνται στο μπαλάκι από τον τοίχο και το δάπεδο αντίστοιχα, ισχύει:

- α) $N_1 > N_2$ β) $N_1 = N_2$ γ) $N_1 < N_2$

07. Τέσσερα σώματα Α, Β, Γ, Δ έχουν μάζες 1/2 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg αντίστοιχα. Τα σώματα κινούνται ομαλά σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβή. Το Α κινείται προς τα δυτικά, με ταχύτητα 4 m/s. Το Β κινείται προς το βορρά με ταχύτητα 2 m/s. Το Γ κινείται ανατολικά με ταχύτητα 1 m/s. Το Δ κινείται προς το νότο με ταχύτητα 1 m/s.

Α) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με το γράμμα Σ αν είναι σωστή ή το γράμμα Λ αν είναι λανθασμένη,

- α) Οι ορμές των Α και Γ είναι ίσες.
β) Οι ορμές των Β και Δ είναι αντίθετες.
γ) Το Α είναι το γρηγορότερο σώμα.
δ) Το Α έχει τη μικρότερη ορμή.

Β) Ποιο από τα σώματα είναι ευκολότερο να σταματήσει:

08. Μπαλάκι του τένις, μάζας $m = 0,1$ kg, αφήνεται να πέσει από ύψος $h_1 = 0,8$ m από την επιφάνεια του εδάφους. Αφού χτυπήσει στο έδαφος αναπηδά και φτάνει σε ύψος $h_2 = 0,2$ m από την επιφάνεια του εδάφους. Να υπολογίσετε :

- α) το μέτρο της ταχύτητας που έχει το μπαλάκι ακριβώς πριν προσκρούσει στο έδαφος,
β) τη μεταβολή της ορμής του (μέτρο και κατεύθυνση) κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης του στο έδαφος.
γ) Αν η μέση συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο μπαλάκι κατά τη διάρκεια της πρόσκρουσης έχει μέτρο 6 N να υπολογιστεί η χρονική διάρκεια της πρόσκρουσης.

Στη συνέχεια το μπαλάκι αναπηδά στο έδαφος για δεύτερη φορά.

δ) Εάν γνωρίζετε ότι κατά τη διάρκεια της δεύτερης αυτής πρόσκρουσης χάνεται στο περιβάλλον το 50% της ενέργειας που είχε το μπαλάκι πριν την πρόσκρουση, να υπολογίσετε το νέο μέγιστο ύψος από το έδαφος, h_3 στο οποίο θα ανέβει.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10 \text{ m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

[α) 4 m/s β) 0,6 kg·m/s γ) 0,1 s δ) 0,1 m]

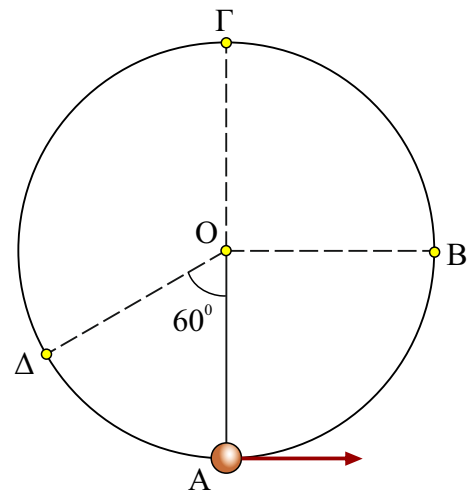
09. Σε σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$, που κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20 \text{ m/s}$, σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δρα δύναμη σταθερού μέτρου $F = 80 \text{ N}$, με κατεύθυνση αντίθετη της v_0 . Θεωρούμε θετική την κατεύθυνση της v_0 . Όταν η μεταβολή της ορμής του σώματος είναι $-120 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$, να υπολογιστούν:

- α)** Η ταχύτητα του σώματος.
- β)** Η χρονική διάρκεια κατά την οποία προκλήθηκε η προηγούμενη μεταβολή ορμής.
- γ)** Το έργο της δύναμης F για την μετατόπιση κατά την οποία η δύναμη F είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του σώματος.
- δ)** Το μέτρο της μετατόπισης που αντιστοιχεί στο έργο που υπολογίσατε στο ερώτημα γ.

10. Σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 20 \text{ rad/s}$, σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 2 \text{ m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σημείο O . Να υπολογίσετε

- (I) τη μεταβολή του μέτρου της ορμής του
- (II) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του για την κίνηση από

- α)** το A στο Γ
- β)** το A στο B
- γ)** το A στο Δ
- δ)** το A στο A



[α) $8 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ β) $4\sqrt{2} \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ γ) $4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ δ) $0 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$]

3. ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΕΣΩΤΕΡΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΞΩΤΕΡΙΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ

Από το σύνολο των σωμάτων μπορούμε να απομονώσουμε (αυθαίρετα), μερικά σώματα για να τα μελετήσουμε. Τα σώματα αυτά αποτελούν ένα **σύστημα σωμάτων**.

Ονομάζουμε **Εσωτερικές Δυνάμεις** ενός συστήματος σωμάτων, τις δυνάμεις με τις οποίες αλληλεπιδρούν τα σώματα που ανήκουν στο σύστημα, δηλαδή τις δυνάμεις που ασκούνται από κάθε σώμα του συστήματος στα υπόλοιπα σώματα του συστήματος.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα, ονομάζονται **Εξωτερικές Δυνάμεις**.

Στο σχ.1 έχουμε το σύστημα δύο σωμάτων m_A, m_B που βρίσκονται σ' επαφή σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ασκούμε στο m_A δύναμη $\vec{F}$. Στα σχ.1α, σχ.1β φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα. F_{AB} είναι η δύναμη που ασκείται στο m_A από το m_B και F_{BA} η δύναμη που ασκείται στο m_B από το m_A . Οι δυνάμεις αυτές είναι ζεύγος Δράση - Αντίδραση : $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Οι δυνάμεις $\vec{F}_{AB}, \vec{F}_{BA}$ είναι οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος των δύο σωμάτων. Οι υπόλοιπες δυνάμεις $\vec{w}_A, \vec{w}_B$ οι έλξεις της Γης στα δύο σώματα, $\vec{N}_A, \vec{N}_B$ οι δυνάμεις που ασκεί στα σώματα το οριζόντιο επίπεδο και η $\vec{F}$, είναι εξωτερικές δυνάμεις.

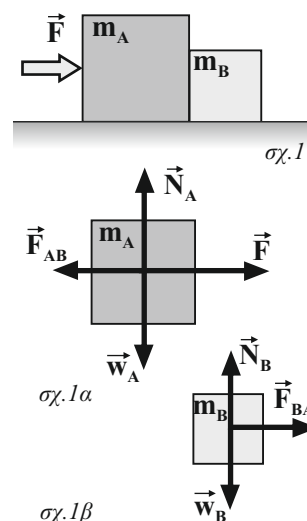
Εφαρμόζουμε σε κάθε σώμα τον 2ο νόμο Newton :

$$\Sigma F = m \alpha \quad \left\{ \begin{array}{l} F - F_{AB} = m_A \alpha \\ F_{BA} = m_B \alpha \end{array} \right.$$

και με πρόσθεση κατά μέλη: $F - F_{AB} + F_{BA} = (m_A + m_B) \alpha$ ή

$$F = (m_A + m_B) \alpha$$

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, οι εσωτερικές δυνάμεις παίζουν ρόλο στην κίνηση κάθε σώματος όχι όμως στην κίνηση του συστήματος.



4. ΟΡΜΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΩΜΑΤΩΝ

Έστω σύστημα αποτελούμενο από N σώματα με μάζες $m_1, m_2, \dots, m_N$ και ταχύτητες $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_N$. Η ορμή του συστήματος είναι το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των σωμάτων :

$$\vec{p}_{OL} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N \quad \text{ή} \quad \vec{p}_{OL} = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + \dots + m\vec{v}_N$$

5. ΑΡΧΗ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΟΡΜΗΣ

Θεωρούμε τη μεταβολή της ορμής συστήματος σωμάτων από $\vec{p}_{OL(APX)}$ σε $\vec{p}_{OL(TEΛ)}$ που πραγματοποιείται σε χρόνο Δt . Εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο Newton στη γενικότερη διατύπωση του :

$$\Sigma \vec{F}_{EE} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \quad (i)$$

Αν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων ενός συστήματος σωμάτων, είναι μηδέν, τότε το σύστημα ονομάζεται **μονωμένο**

από την (i): $\Delta \vec{p} = 0$ ή $\vec{p}_{OL(TEΛ)} - \vec{p}_{OL(APX)} = 0$

$$\vec{p}_{OL(APX)} = \vec{p}_{OL(TEΛ)} \quad (2)$$

Η ορμή ενός μονωμένου συστήματος σωμάτων διατηρείται σταθερή.

6. ΚΡΟΥΣΕΙΣ

Στην μηχανική με τον όρο **κρούση** εννοούμε τη σύγκρουση δύο σωμάτων, που διαρκεί ελάχιστο χρόνο και συνοδεύεται με την εμφάνιση μεγάλων δυνάμεων μεταξύ των σωμάτων που έρχονται σε επαφή.

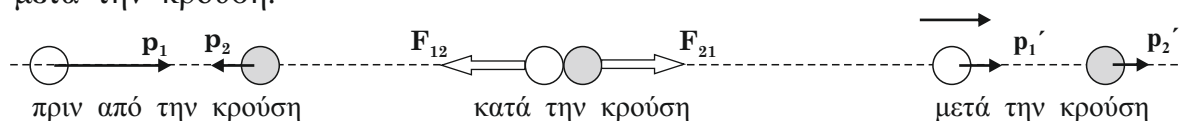
Στον μικρόκοσμο η έννοια της κρούσης (**σκέδαση**), επεκτείνεται ώστε να περιλάβει και τις αλληλεπιδράσεις σωματιδίων που δεν έρχονται σ' επαφή, αλλά αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις σε μικρό χρονικό διάστημα, μεταβάλλοντας την κινητική κατάσταση των σωματιδίων.

Η ορμή ενός συστήματος σωμάτων, κατά τη διάρκεια της κρούσης, διατηρείται.

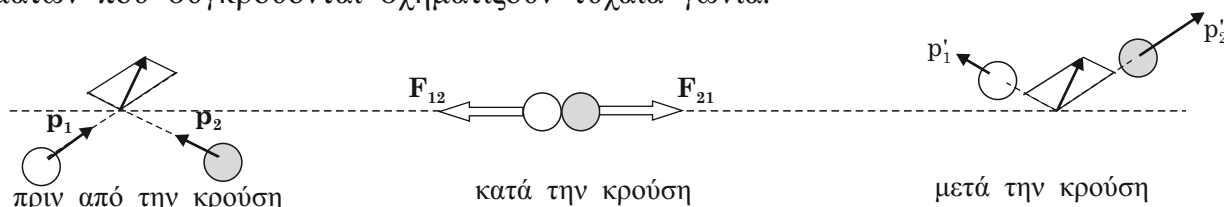
Κατά την κρούση, θεωρούμε ότι η ορμή του συστήματος διατηρείται, ακόμα και όταν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων δεν είναι μηδέν. Η επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων είναι μικρή σε σύγκριση με τις ισχυρές δυνάμεις που εμφανίζονται κατά την κρούση.

Ανάλογα με τη διεύθυνση που κινούνται τα σώματα πριν συγκρουστούν οι κρούσεις διακρίνονται σε κεντρικές, πλάγιες και έκκεντρες.

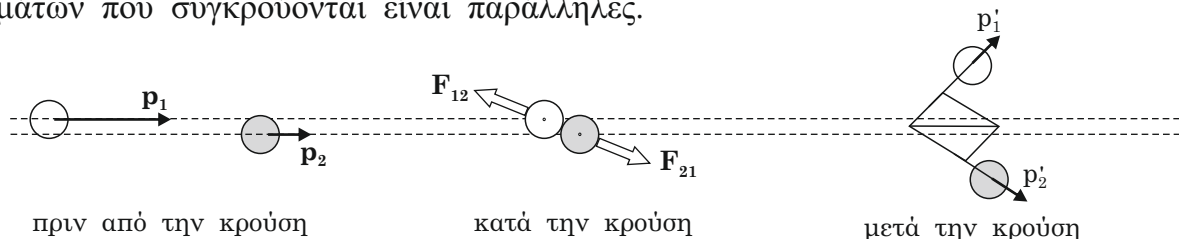
➤ **Κεντρική (ή μετωπική)** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των σωμάτων που συγκρούονται βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, πριν και μετά την κρούση.



➤ **Πλάγια** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία τα διανύσματα των ταχυτήτων των σωμάτων που συγκρούονται σχηματίζουν τυχαία γωνία.



➤ **Έκκεντρη** ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.



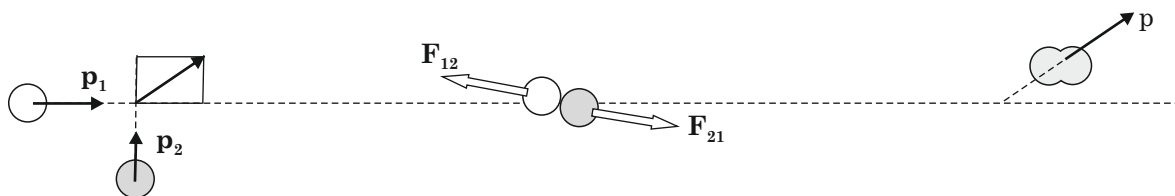
Η ενέργεια στις κρούσεις

Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων ένα μέρος της μηχανικής τους ενέργειας μετατρέπεται σε θερμότητα. Στην ιδανική περίπτωση που η μηχανική ενέργεια των σωμάτων δε μεταβάλλεται με την κρούση, η κρούση ονομάζεται ελαστική. Επειδή η κρούση είναι ένα φαινόμενο αμελητέας χρονικής διάρκειας, η δυναμική ενέργεια των σωμάτων (που εξαρτάται από τη θέση τους στο χώρο), δε μεταβάλλεται. Επομένως :

Ελαστική ονομάζεται η κρούση κατά την οποία η κινητική ενέργεια του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων διατηρείται.

Ανελαστική ονομάζεται η κρούση κατά την οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας του συστήματος των συγκρουόμενων σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

Μια ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι εκείνη που οδηγεί στη συγκόλληση των σωμάτων- στη δημιουργία συσσωματώματος. Αυτή η κρούση ονομάζεται **πλαστική**.



Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (μηχανικής) του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση είναι:

$$\Delta K = K_{\text{ΤΕΛ}(ΟΛ)} - K_{\text{ΑΡΧ}(ΟΛ)}$$

Η εκατοστιαία (%) μεταβολή της κινητικής ενέργειας (μηχανικής) του συστήματος των σωμάτων κατά την κρούση είναι:

$$\frac{\Delta K}{K_{\text{ΑΡΧ}(ΟΛ)}} 100$$

Αν ζητείται η απώλεια της κινητικής ενέργειας (ή μηχανικής ενέργειας ή η παραγόμενη θερμότητα) κατά την κρούση τότε η μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας ΔK υπολογίζεται κατ' απόλυτη τιμή:

$$|\Delta K| = K_{\text{ΑΡΧ}(ΟΛ)} - K_{\text{ΤΕΛ}(ΟΛ)} \quad \frac{|\Delta K|}{K_{\text{ΑΡΧ}(ΟΛ)}} 100$$

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Σώμα μάζας m_1 έχει ταχύτητα v_1 και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Να αποδείξετε ότι μετά την κρούση οι ταχύτητες v_1 και v_2 των δύο σωμάτων δίνονται από τις σχέσεις :

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (3)$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (4)$$

$$\text{ΑΔΟ : } \vec{p}_{\text{ολ}(αρχ)} = \vec{p}_{\text{ολ}(τελ)}$$

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad \Leftrightarrow \quad m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2' \quad (i)$$

Ελαστική κρούση άρα η Κινητική Ενέργεια διατηρείται :

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 \quad \Leftrightarrow \quad m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \quad (ii)$$

$$\frac{(i)}{(ii)} \Leftrightarrow \frac{m_1(v_1 - v_1')}{m_1(v_1^2 - v_1'^2)} = \frac{m_2 v_2'}{m_2 v_2'^2} \Leftrightarrow \frac{(v_1 - v_1')}{(v_1 - v_1')(v_1 + v_1')} = \frac{1}{v_2'} \Leftrightarrow v_1 + v_1' = v_2' \quad (iii)$$

$$\text{Από (i) και (iii)} \quad \Leftrightarrow \quad (3) \quad (4)$$

Α) Αν $m_1 = m_2$, οι (3) και (4) δίνουν : $v_1' = 0$ και $v_2' = v_1$

Β) Αν $m_1 \gg m_2$, οι (3) και (4) δίνουν : $v_1' = v_1$ και $v_2' = 2v_1$

Γ) Αν $m_1 \ll m_2$, οι (3) και (4) δίνουν : $v_1' = -v_1$ και $v_2' = 0$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

11. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 0,4 \text{ kg}$ και $m_2 = 0,6 \text{ kg}$, κινούνται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο έχουν συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,2$. Τα σώματα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις και συγκρούονται πλαστικά έχοντας κατά τη στιγμή της σύγκρουσης ταχύτητες $v_1 = 20 \text{ m/s}$ και $v_2 = 5 \text{ m/s}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

- α) Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 - β) Την απώλεια στην κινητική ενέργεια του συστήματος λόγω της κρούσης.
 - γ) Το διάστημα που θα διανύσει μετά την κρούση το συσσωμάτωμα.
- Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

12. Βλήμα μάζας $m = 0,4 \text{ kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_1 = 400 \text{ m/s}$. Το βλήμα στην πορεία του συναντάει σώμα μάζας $M = 2 \text{ kg}$ που ήταν ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο, το διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα $v_2 = 300 \text{ m/s}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης του σώματος M , με το οριζόντιο επίπεδο είναι $0,5$. Να υπολογίσετε:

- α) την ταχύτητα του σώματος M , αμέσως μετά την κρούση.
- β) τη μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση.
- γ) το διάστημα που θα διανύσει το M μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

[α) 20 m/s β) 13.600 J γ) 40 m]

13. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 10 \text{ kg}$ και $m_2 = 20 \text{ kg}$ κινούνται με αντίθετη φορά πάνω στην ίδια ευθεία με ταχύτητες $v_1 = 3 \text{ m/s}$ και $v_2 = 2 \text{ m/s}$ αντίστοιχα, και συγκρούονται πλαστικά. Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του συστήματος που χάθηκε κατά την κρούση.

[$0,33 \text{ m/s}$, 98%]

14. Δύο σφαίρες με μάζες $m_1 = 6 \text{ kg}$ και $m_2 = 4 \text{ kg}$ κινούνται στο οριζόντιο επίπεδο, με ταχύτητες $v_1 = 8 \text{ m/s}$ και $v_2 = 9 \text{ m/s}$ κάθετες μεταξύ τους, και συγκρούονται πλαστικά. Να υπολογίσετε:

- α) την κοινή τους ταχύτητα μετά την κρούση.
- β) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος.

[α) 6 m/s , $\varepsilon\phi\theta = 3/4$, β) -174 J]

15. Ξύλινη πλάκα με μάζα $M = 5 \text{ kg}$ είναι δεμένη από σκοινί και κρέμεται κατακόρυφα. Ένα βλήμα με μάζα $m = 50 \text{ g}$ και οριζόντια ταχύτητα $v_1 = 520 \text{ m/s}$ χτυπά την πλάκα στο κέντρο της τη διαπερνά και βγαίνει με ταχύτητα $v_2 = 80 \text{ m/s}$. Η απόσταση του κέντρου της πλάκας από το σημείο όπου είναι δεμένο το σκοινί είναι $\ell = 2 \text{ m}$. Πόσο θα εκτραπεί το σκοινί από την κατακόρυφη θέση; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$. Θεωρήστε ότι η πλάκα αρχίζει να κινείται όταν την έχει διαπεράσει το βλήμα.

[περίπου 60°]

16. Μια σφαίρα μάζας m_1 συγκρούεται ελαστικά με σφαίρα μάζας m_2 , που αρχικά ηρεμεί. Η κρούση δεν είναι κεντρική.

- α) Να δείξετε ότι αν $m_1 = m_2$ και τότε μετά την κρούση οι σφαίρες θα κινηθούν σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.
- β) Να δείξετε ότι αν μετά την κρούση οι σφαίρες κινούνται σε διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους, τότε $m_1 = m_2$.

17. Ένα βλήμα με μάζα $m = 20 \text{ g}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται σε κομμάτι ξύλου με μάζα $M = 1 \text{ kg}$ το οποίο είναι δεμένο σε κατακόρυφο σκοινί μήκους 1 m . Μετά τη σύγκρουση το νήμα εκτρέπεται από την κατακόρυφο κατά γωνία $\theta = 60^\circ$. Να υπολογιστεί η μηχανική ενέργεια που χάθηκε κατά την κρούση. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

[Απ: 255J]

18. Ένα σώμα με μάζα $m_1 = 20 \text{ kg}$ ισορροπεί σε πλάγιο επίπεδο με κλίση $\varphi = 30^\circ$. Ένα δεύτερο σώμα με μάζα $m_2 = 30 \text{ kg}$ που ανεβαίνει στο πλάγιο επίπεδο, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο έχοντας ταχύτητα $v = 10 \text{ m/s}$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ συσσωματώματος και επιπέδου είναι $\mu = \sqrt{3} / 3$. Να υπολογίσετε το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα μέχρι να σταματήσει. Θα επιστρέψει το συσσωμάτωμα στη βάση του πλάγιου επιπέδου; Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

[1,8m, όχι]

19. Από την κορυφή πλάγιου επιπέδου, που έχει μήκος $s = 4,2 \text{ m}$ και σχηματίζει με το οριζόντιο επίπεδο γωνία $\varphi = 30^\circ$ αφήνεται να ολισθήσει σώμα με μάζα $m = 1 \text{ kg}$, χωρίς τριβή. Κατά την κάθοδο του και ενώ έχει διανύσει διάστημα $s_1 = 1,6 \text{ m}$ συναντά ακίνητο σώμα της ίδιας μάζας και συγκρούεται πλαστικά με αυτό. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται από την κρούση ολισθαίνει στο πλάγιο επίπεδο και φτάνει στη βάση του με μηδενική ταχύτητα. Να υπολογίσετε :

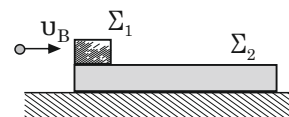
α) το συντελεστή τριβής ολίσθησης του συσσωματώματος με το πλάγιο επίπεδο.

β) τη συνολική θερμότητα που παράχθηκε κατά τη διάρκεια του φαινομένου.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

[α) $5\sqrt{3} / 13$ β) 34 J]

20. Το σώμα Σ_2 του σχήματος έχει μάζα $m_2 = 4 \text{ kg}$ και βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο Σ_2 βρίσκεται δεύτερο σώμα Σ_1 που έχει μάζα $m_1 = 950 \text{ g}$. Το επίπεδο επαφής των σωμάτων Σ_1, Σ_2 είναι οριζόντιο και ο συντελεστής τριβής μεταξύ τους είναι $\mu = 0,5$. Στο Σ_1 σφηνώνεται ένα βλήμα, μάζας $m_B = 50 \text{ g}$ που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $v_B = 100 \text{ m/s}$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης του βλήματος με το σώμα Σ_1 θεωρείται αμελητέα.



α) Ποια είναι η κοινή ταχύτητα που αποκτούν τα σώματα

β) Πόση, συνολικά, θερμότητα μεταφέρεται στο περιβάλλον;

γ) Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή της κρούσης τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αποκτούν κοινή ταχύτητα;

δ) Πόσο μετακινήθηκε το συσσωμάτωμα βλήμα - Σ_1 μέχρι τη στιγμή αυτή;

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

[α) 1m/s β) 247,5J γ) 0,8s δ) 2m]

21. Σώμα μάζας m που κινείται με ταχύτητα $v = 12 \text{ m/s}$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα τριπλάσιας μάζας. Να υπολογιστούν οι ταχύτητες των σωμάτων μετά την κρούση.

[6 m/s, 6m/s αντίθετων κατευθύνσεων]

22. Σφαίρα (1) μάζας $m_1 = 1 \text{ kg}$ προσπίπτει με ταχύτητα v_1 , σε ακίνητη σφαίρα (2) και συγκρούεται ελαστικά και κεντρικά με αυτή. Μετά την κρούση η (1) κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_1' = v_1 / 3 \text{ m/s}$. Ποια πρέπει να είναι η μάζα m_2 της σφαίρας (2) ώστε :

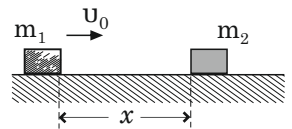
α) Η v_1' να είναι ομόρροπη της v_1 . β) Η v_1' να είναι αντίρροπη της v_1 .

[0,5kg, 2kg]

23. Όταν ένα κινούμενο νετρόνιο συγκρουστεί με ακίνητο πυρήνα χάνει μέρος της κινητικής του ενέργειας και επιβραδύνεται. Τι ποσοστό της κινητικής του ενέργειας χάνει το νετρόνιο αν συγκρουστεί α) με πυρήνα πρωτίου ${}^1_1\text{H}$ β) με πυρήνα δευτερίου ${}^2_1\text{H}$ και γ) με πυρήνα ηλίου ${}^4_2\text{He}$. Οι κρούσεις θεωρούνται ελαστικές.

[100%, 88,9%, 64%]

24. Σώμα μάζας m_1 έχει ταχύτητα u_0 και προσκρούει σε ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 2m_1$ που βρίσκεται σε απόσταση $x = 1\text{ m}$. Μετά την κρούση, που είναι ελαστική, το πρώτο σώμα επιστρέφει και σταματά στην αρχική του θέση. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δυο σωμάτων με το δάπεδο είναι $\mu = 0,5$. Να υπολογίσετε :



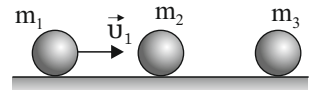
α) την αρχική ταχύτητα u_0 του πρώτου σώματος.

β) το διάστημα που θα διανύσει το δεύτερο σώμα μέχρι να σταματήσει.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$.

[α) 10 m/s β) 4m]

25. Τρεις μικρές σφαίρες Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται ακίνητες πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο όπως στο σχήμα. Οι σφαίρες έχουν μάζες $m_1 = m$, $m_2 = m$ και $m_3 = 3m$ αντίστοιχα με $m = 2\text{ kg}$. Δίνουμε στη σφαίρα Σ_1 ταχύτητα μέτρου $v_1 = 10\text{ m/s}$. Όλες οι κρούσεις που ακολουθούν ανάμεσα στις σφαίρες είναι κεντρικές και ελαστικές. Να βρεθούν:



α) ο αριθμός των κρούσεων που θα γίνουν συνολικά.

Αφού ολοκληρωθούν όλες οι κρούσεις των σφαιρών μεταξύ τους, να υπολογισθεί:

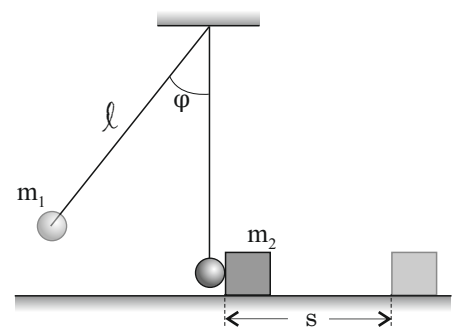
β) η τελική ταχύτητα κάθε σφαίρας.

γ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής της πρώτης σφαίρας.

δ) το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη τρίτη σφαίρα Σ_3 .

[α) 3 β) 5 m/s, 0, 5 m/s γ) -30 kgms⁻¹ δ) 75%]

26. Αρχικά η σφαίρα m_1 βρίσκεται ακίνητη και το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Εκτρέπουμε τη σφαίρα μάζας $m_1 = m$ από την αρχική της θέση ώστε το νήμα μήκους $\ell = 1,6\text{ m}$ να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία $\varphi = 60^\circ$ και την αφήνουμε ελεύθερη. Όταν αυτή περάσει από την αρχική της θέση ισορροπίας συγκρούεται ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 3m$ που βρισκόταν πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με τριβές. Το σώμα μετά την κρούση, αφού διανύσει διάστημα s σταματάει. Να βρεθούν:



α) Το μέτρο της ταχύτητας v_1 του σώματος μάζας m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

β) Το συνημίτονο της τελικής γωνίας απόκλισης που θα σχηματίσει το νήμα με την κατακόρυφη μετά την ελαστική κρούση.

γ) Το διάστημα s μέχρι να σταματήσει το σώμα m_2 .

δ) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας του m_1 κατά την κρούση.

Δίνονται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και επιπέδου $\mu = 0,2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.

[α) 4 m/s β) 7/8 γ) 1 m δ) 75%]

