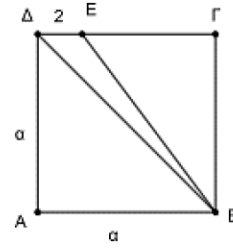


ΕΜΒΑΔΟΝ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ- ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΡΙΓΩΝΟΥ

16817. Στο τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς a , θεωρούμε σημείο E της πλευράς του $\Delta\Gamma$ έτσι ώστε $DE = 2$. Αν γνωρίζουμε ότι: $(BE\Delta) = \frac{(AB\Gamma\Delta)}{8}$ τότε:

- α) Να αποδείξετε ότι η πλευρά του τετραγώνου a είναι ίση με 8.
(Μονάδες 13)
- β) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE .
(Μονάδες 12)

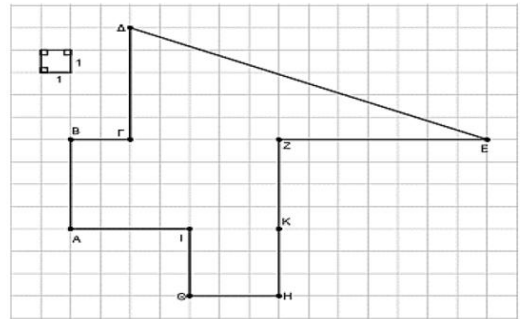


18560. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma = 13$ και $\Gamma\Delta = 14$. Αν ΓE είναι το κάθετο τμήμα από το σημείο Γ στην πλευρά AB και το τμήμα AE έχει μήκος 9, τότε:

- α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓE .
(Μονάδες 13)
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδό
i. του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
ii. του τραπεζίου $AE\Gamma\Delta$.
(Μονάδες 12)

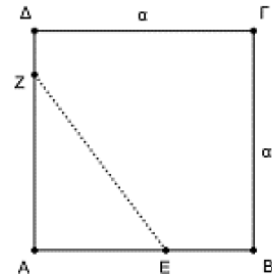
18558. Στο διπλανό σχήμα:

- α) να βρείτε το μήκος της πλευράς ΔE .
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την τεθλασμένη γραμμή $AB\Gamma\Delta E Z H O I A$



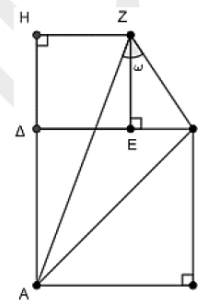
16821. Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς a . Στην πλευρά AB θεωρούμε σημείο E έτσι ώστε $AE = \frac{3}{5} AB$ και στην πλευρά $A\Delta$ θεωρούμε σημείο Z έτσι ώστε $AZ = \frac{4}{5} A\Delta$.

- α) Να υπολογίσετε συναρτήσει του a τα εμβαδά, του τριγώνου AEZ και του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.
(Μονάδες 12)
- β) Αν γνωρίζουμε ότι το εμβαδόν του πενταγώνου $EB\Gamma\Delta Z$ είναι ίσο με 76 να υπολογίσετε το μήκος a της πλευράς του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.
(Μονάδες 13)



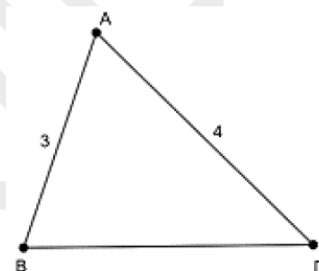
21183. Στο διπλανό σχήμα το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $\sqrt{2}$ και το τετράγωνο ΔEZH έχει πλευρά 1.

- α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 2$.
(Μονάδες 6)
- β) Να αποδείξετε ότι
i. $AZ^2 = 4 + 2\sqrt{2}$.
ii. $\Gamma Z^2 = 4 - 2\sqrt{2}$.
(Μονάδες 7)
(Μονάδες 7)
- γ) Να υπολογίσετε σε μοίρες το μέτρο της γωνίας $AZ\Gamma = \hat{\omega}$.
(Μονάδες 5)



22101. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ του οποίου οι πλευρές AB και $A\Gamma$ έχουν σταθερά μήκη 3 και 4 αντίστοιχα.

- α) Αν η γωνία A έχει μέτρο 60° , τότε να υπολογίσετε:
i. Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
ii. Το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.
(Μονάδες 08)
(Μονάδες 09)
- β) Πόσο πρέπει να είναι το μέτρο της γωνίας A ώστε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ να γίνεται μέγιστο;
Να υπολογίσετε το μέγιστο εμβαδόν και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
(Μονάδες 08)



18173. Δίνεται τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $\Gamma\Delta = 2AB$. Δίνεται επίσης ότι το σημείο K είναι μέσο της $\Gamma\Delta$ και M τυχαίο σημείο στην $A\Delta$.

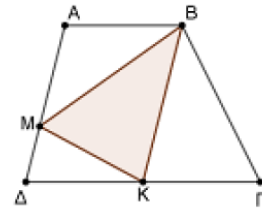
α) Να αποδείξετε ότι:

i. $(BKG) = \frac{1}{2}(ABK\Delta)$. (Μονάδες 09)

ii. $(BMK) = (BKG)$ (Μονάδες 09)

β) Δίνεται η πρόταση: «Αν το σημείο M κινείται πάνω στο εσωτερικό της $A\Delta$, τότε ο λόγος των εμβαδών $(AB\Gamma\Delta)$ και (MBK) παραμένει σταθερός και ίσος με 3». Να διερευνήσετε την ορθότητα της πρότασης αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Μονάδες 07)



22396. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$ και έστω Δ η προβολή του σημείου B πάνω στην ευθεία $A\Gamma$.

Έστω $A\Delta = 3$ και $\Delta\Gamma = 2$.

α) Να αποδείξετε ότι:

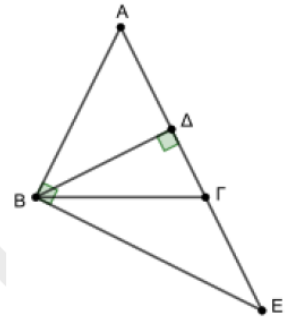
i. $B\Delta = 4$. (Μονάδες 6)

ii. $(AB\Gamma) = 10$. (Μονάδες 6)

β) Έστω ότι η κάθετη της AB στο σημείο B , τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο E . Να βρείτε:

i. Το μήκος του ΔE . (Μονάδες 6)

ii. Το εμβαδόν του τριγώνου $B\Gamma E$. (Μονάδες 7)



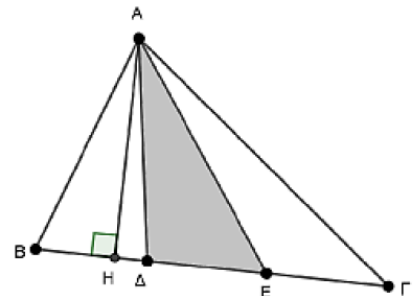
22259. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και στην πλευρά του $B\Gamma$, τα σημεία Δ, E ώστε $B\Delta = \Delta E = E\Gamma$. Από την κορυφή A , φέρνουμε το ύψος AH του τριγώνου $AB\Gamma$.

α) Να αποδείξετε ότι $(A\Delta E) = \frac{1}{3}(AB\Gamma)$.

(Μονάδες 13)

β) Αν M είναι το μέσο της $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι

$(AME) = \frac{1}{6}(AB\Gamma)$.



(Μονάδες 12)

22511. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 2$, $A\Gamma = 3$ και $A = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της πλευράς $B\Gamma$. (Μονάδες 9)

β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 8)

γ) το ύψος u_a . (Μονάδες 8)

22369. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 8$, $B\Gamma = 7$ και

$A = 60^\circ$.

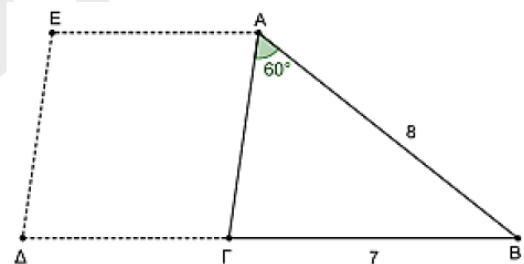
α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 3$ ή $A\Gamma = 5$. (Μονάδες 6)

β) Έστω ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι οξυγώνιο όπως στο διπλανό σχήμα.

i. Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 5$. (Μονάδες 6)

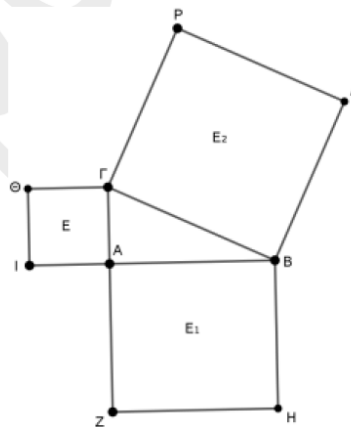
ii. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $(AB\Gamma) = 10\sqrt{3}$. (Μονάδες 6)

iii. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = A\Gamma$ και σχηματίζουμε τον ρόμβο $A\Gamma\Delta E$. Να βρείτε το εμβαδόν του ρόμβου $A\Gamma\Delta E$. (Μονάδες 7)



17907. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Με πλευρές τις AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$ κατασκευάζουμε εξωτερικά του τριγώνου $AB\Gamma$, τα τετράγωνα $ABHZ$, $A\Gamma\Theta I$, $B\Gamma P\Delta$. Έστω E , E_1 , E_2 , τα εμβαδά των τετραγώνων $A\Gamma\Theta I$, $ABHZ$, $B\Gamma P\Delta$ αντίστοιχα. Αν ισχύουν οι ισότητες $E_1 = 4E$, $E_2 = 5E$ τότε:

- α) να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με ορθή τη γωνία A . (Μονάδες 9)
 β) να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$, $A\Gamma Z$, $B\Gamma\Delta$, $\Gamma P\Theta$ είναι ίσα. (Μονάδες 9)
 γ) αν η $A\Gamma=1$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του πολυγώνου $ZH\Delta P\Theta I$. (Μονάδες 7)



21189. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και M , N τα μέσα των πλευρών του AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) $(AB\Gamma) = (A\Gamma\Delta) = \frac{1}{2}(AB\Gamma\Delta)$. (Μονάδες 8)
 β) $\frac{(BMN)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{4}$. (Μονάδες 12)
 γ) $(BMN) = \frac{1}{8}(AB\Gamma\Delta)$. (Μονάδες 5)

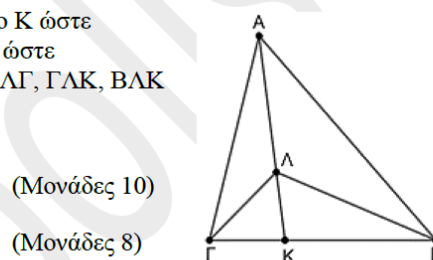
22375. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Στην πλευρά $B\Gamma$ παίρνουμε σημείο K ώστε $KB = 2K\Gamma$ και στο ευθύγραμμο τμήμα AK παίρνουμε σημείο Λ ώστε $\Lambda A = 2\Lambda K$. Έστω E_1 , E_2 , E_3 και E_4 τα εμβαδά των τριγώνων $A\Lambda\Gamma$, $\Gamma\Lambda K$, $B\Lambda K$ και $A\Lambda B$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\frac{E_1}{E_2} = 2$ και $\frac{E_4}{E_3} = 2$.

ii. $E_1 = E_3$.

β) Αν $E_1 = 10$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. (Μονάδες 7)



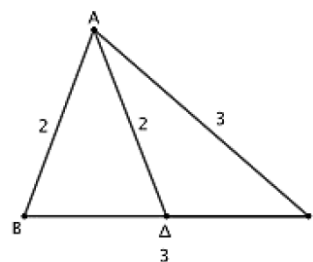
(Μονάδες 10)

(Μονάδες 8)

18101. Στο σχήμα, τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι ισοσκελή με $A\Gamma = B\Gamma = 3$ και $AB = A\Delta = 2$.

- α) Να αποδείξετε ότι οι γωνίες B και $BA\Gamma$ είναι ίσες. (Μονάδες 8)
 β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta A$ είναι όμοια. (Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{(AB\Gamma)}{(B\Delta A)}$ των εμβαδών των δύο τριγώνων.



(Μονάδες 8)

18369. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, $\angle A = 36^\circ$.

α) Αν η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας B , να αποδείξετε ότι:

i. Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.

(Μονάδες 10)

ii. Να γράψετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών.

(Μονάδες 06)

β) Μετακινούμε το σημείο Δ στο εσωτερικό της $A\Gamma$.

Για ποια θέση του σημείου Δ θα ισχύει $\frac{(AB\Delta)}{(AB\Gamma)} = 3$.

(Μονάδες 09)

