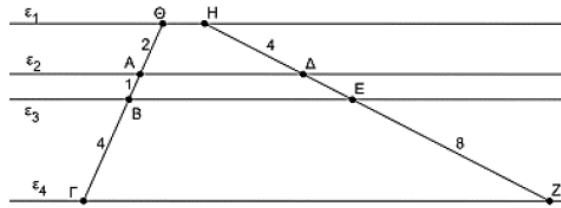


ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ- ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ
2^ο ΘΕΜΑ

21987. Οι ευθείες ΓΘ και ΖΗ τέμνουν τις παράλληλες ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 στα σημεία Θ, Α, Β και Η, Δ, Ε αντίστοιχα και την ευθεία ϵ_4 στα σημεία Γ και Ζ όπως στο παρακάτω σχήμα. Επίσης δίνονται τα μήκη ΘΑ = 2, ΑΒ = 1, ΒΓ = ΗΔ = 4 και ΕΖ = 8.

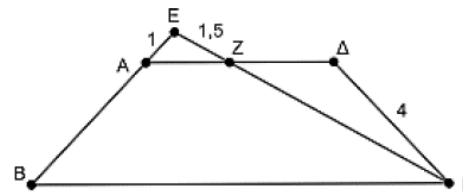


α) Να αποδείξετε ότι ΔΕ = 2. (Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ϵ_4 είναι παράλληλη στις ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 . (Μονάδες 05)

γ) Να σχεδιάσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΘΖ το οποίο τέμνει την ευθεία ϵ_2 στο Κ και την ευθεία ϵ_3 στο Λ και να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\Lambda\text{Z}}{\text{K}\Lambda}$. (Μονάδες 10)

22132. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ = ΓΔ = 4 και με βάσεις ΑΔ και ΒΓ. Στην προέκταση της πλευράς ΒΑ προς το Α παίρνουμε σημείο Ε, ώστε ΕΑ = 1. Το ευθύγραμμο τμήμα ΕΓ τέμνει την ΑΔ στο σημείο Ζ και ΕΖ = 1,5.



α) Να αποδείξετε ότι ΖΓ = 1,5ΑΒ. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε το μήκος του ΖΓ. (Μονάδες 05)

γ) Αν επιπλέον ΒΓ = 10, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΖ του τριγώνου ΕΑΖ. (Μονάδες 10)

14535. Δίνονται δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ για τα οποία γνωρίζουμε ότι: ΑΒ = 9, ΑΓ = 15 και $\angle \text{A} = 48^\circ$, ΖΔ = 12, ΖΕ = 20 και $\angle \text{Z} = 48^\circ$.

α) Να δικαιολογήσετε γιατί τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. (Μονάδες 13)

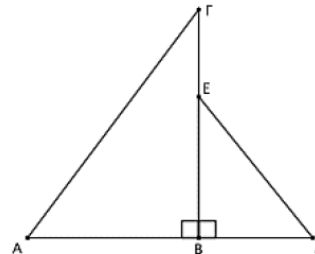
β) i. Να γράψετε τους λόγους των ομόλογων πλευρών των δυο τριγώνων.

ii. Να βρείτε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 12)

16099. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\angle \text{A} = \angle \text{D}$, ΑΓ = 36, ΒΔ = 16 και ΕΔ = 24.

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΕ είναι όμοια. (Μονάδες 15)

β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ. (Μονάδες 10)

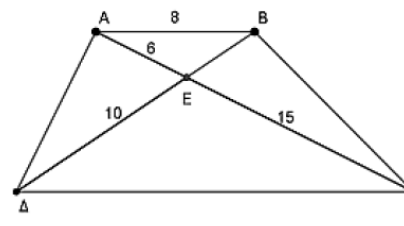


16113. Δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ // ΔΓ, Ε σημείο τομής των διαγώνων, ΑΕ = 6, ΑΒ = 8, ΓΕ = 15 και ΔΕ = 10.

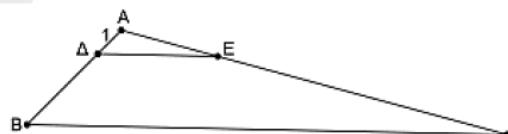
α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΓΕΔ είναι όμοια. (Μονάδες 09)

β) Να γράψετε την αναλογία των ομόλογων πλευρών τους. (Μονάδες 09)

γ) Να υπολογίσετε τα τμήματα ΒΕ και ΓΔ. (Μονάδες 07)



21986. Στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα ώστε η ΔΕ να είναι παράλληλη στην ΒΓ και ΑΔ = 1, όπως στο σχήμα.



α) Να αποδείξετε ότι ΑΕ · ΒΔ = ΓΕ.

(Μονάδες 10)

β) Αν επιπλέον ΒΔ = ΑΕ και ΓΕ = 9:

i. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = 3 και ΑΒ = 4. (Μονάδες 10)

ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια και να υπολογίσετε το λόγο ομοιότητάς τους. (Μονάδες 05)

16100. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ότι $AE = 5$, $AG = 4$, $EG = 2$, $DE = 6$, $BE = 15$ και $BD = 12$.

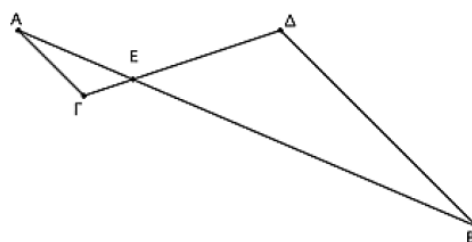
α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{BD}{AG}$, $\frac{DE}{EG}$, $\frac{BE}{AE}$.
(Μονάδες 9)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα AEG και BED είναι όμοια.
(Μονάδες 8)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων AEG και BED και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$A = \dots\dots\dots$, $\Gamma = \dots\dots\dots$, $AEG = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 8)

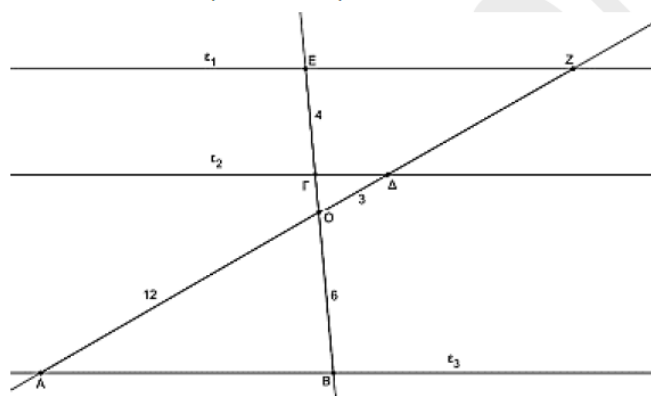


16086. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 και ϵ_3 είναι παράλληλες. Δίνονται ότι $GE = 4$, $OD = 3$, $OA = 12$, $OB = 6$.

α) Να υπολογίσετε τα τμήματα OG και DZ .
(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα OEZ και OBA είναι όμοια.
(Μονάδες 09)

γ) Αν $OG = 1.5$ και $DZ = 8$, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{EZ}{AB}$.
(Μονάδες 06)



16755. Θεωρούμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 2AG$ και σημείο Δ στην πλευρά $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $AG = 2G\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

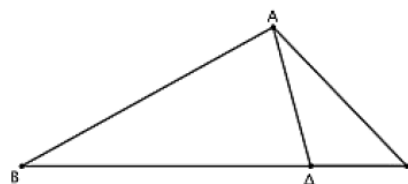
α) Να υπολογίσετε τους λόγους $\frac{B\Gamma}{AG}$ και $\frac{AG}{G\Delta}$.
(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta A\Gamma$ είναι όμοια.
(Μονάδες 9)

γ) Να συμπληρώσετε τις ακόλουθες ισότητες οι οποίες προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $AB\Gamma$ και $\Delta A\Gamma$ και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

$BA\Gamma = \dots\dots\dots$, $B = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 8)



4^ο Θέμα

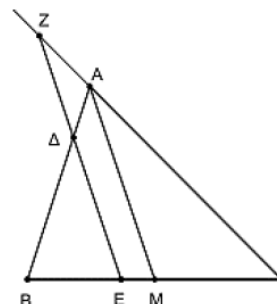
14499. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Θεωρούμε AM τη διάμεσό του και E τυχαίο σημείο του τμήματος BM . Από το E φέρουμε ευθεία παράλληλη στην AM που τέμνει την πλευρά AB στο Δ και την προέκταση της GA στο Z .

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες και να αιτιολογήσετε την επιλογή σας:

i. $\frac{AE}{\dots} = \frac{\dots}{BM} = \frac{B\Delta}{\dots}$

ii. $\frac{\dots}{AM} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\Gamma E}{\Gamma A}$

(Μονάδες 12)



β) Να αποδείξετε ότι $DE + EZ = 2AM$ για οποιαδήποτε θέση του E στο BM .

(Μονάδες 13)