

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ-ΓΕΝΙΚΕΥΣΗ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟΥ ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ

17348. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 6$ και το E σημείο της πλευράς $B\Gamma$, ώστε $BE = 2$. Έστω ΔZ το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από το σημείο Δ προς την AE .

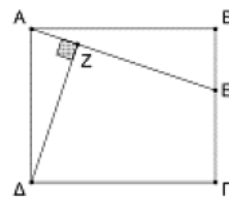
α) Να αποδείξετε ότι $AE = 2\sqrt{10}$.

(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΔZA είναι όμοια και να γράψετε την αναλογία που προκύπτει από τους λόγους των ομόλογων πλευρών τους.

(Μονάδες 9)

γ) Αν $\Delta Z = ZE$, να υπολογίσετε το μήκος του $A\Delta$.



(Μονάδες 8)

21149. Σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας R θεωρούμε διάμετρο AB και σημείο Γ του κύκλου τέτοιο ώστε $\angle BAG = 30^\circ$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $B\Gamma = 2$, τότε:

α) Να υπολογίσετε:

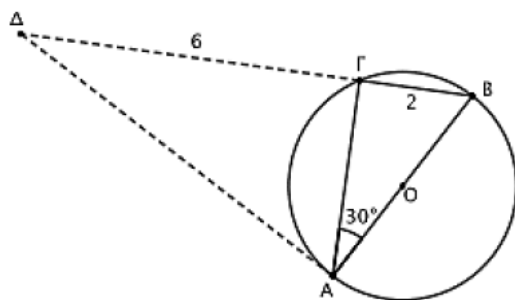
i. Την ακτίνα R .

ii. Το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

(Μονάδες 16)

β) Θεωρούμε σημείο Δ στην προέκταση της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = 6$. Να εξετάσετε αν το τμήμα ΔA εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)



16080. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5$, $B\Gamma = \sqrt{41}$ και $A\Gamma = 8$.

α) Να σχεδιάσετε την προβολή $A\Delta$, της AB στην $A\Gamma$ και να υπολογίσετε το μήκος της.

(Μονάδες 13)

β) Αν $A\Delta = 3$, να υπολογίσετε το μήκος του ύψους $B\Delta$.

(Μονάδες 12)

16101. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB = 8$, $A\Gamma = 6$ και $B\Gamma = 11$.

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο.

(Μονάδες 10)

β) Να σχεδιάσετε την προβολή της πλευράς $A\Gamma$ πάνω στην AB και να υπολογίσετε το μήκος της.

(Μονάδες 15)

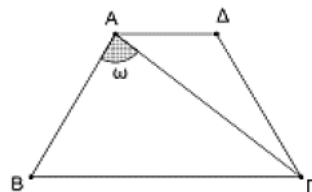
17343. Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι $A\Delta = 3$,

$AB = \Gamma\Delta = 5$, $B\Gamma = 8$ και $\angle \Delta = 120^\circ$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Gamma = 7$.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι $\sin \omega = \frac{1}{7}$, όπου ω είναι η γωνία BAG .



17354. Στα παρακάτω τρίγωνο ΔEZ φέρουμε τα όψη του ΔK και ZI .

α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

i. Η προβολή της πλευράς ΔE στην πλευρά EZ είναι το τμήμα

ii. Η προβολή της πλευράς ΔZ στην πλευρά EZ είναι το τμήμα

iii. Το τμήμα ΔI είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά

iv. Το τμήμα EI είναι η προβολή της πλευράς στην πλευρά

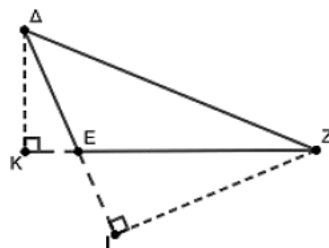
v. $\Delta Z^2 = \Delta E^2 + \dots + 2EZ \cdot \dots$

vi. $EZ^2 = \dots + \Delta Z^2 - 2 \cdot \dots \cdot \Delta I$

(Μονάδες 15)

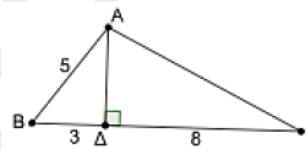
β) Αν $\Delta E = 2$, $EZ = 4$ και $\Delta Z = 5$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔI .

(Μονάδες 10)



21302. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 5$ και AD το ύψος του από την κορυφή A . Αν $BD = 3$ και $\Gamma D = 8$ να αποδείξετε ότι:

- α) $AD = 4$. (Μονάδες 07)
 β) $A\Gamma = \sqrt{80}$. (Μονάδες 08)
 γ) το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι αμβλυγώνιο. (Μονάδες 10)



22400. Τα Δ και E είναι σημεία των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα, ενός τριγώνου $AB\Gamma$. Δίνεται ότι $AB=9$, $A\Gamma = 12$, $A\Delta = 4$ και $AE=3$.

α) Έστω ότι στο παραπάνω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 15$ (Σχήμα 1).

Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

(Μονάδες 7)

ii. $\Delta E = 5$.

(Μονάδες 6)

β) Έστω τώρα ότι στο αρχικό τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = 10$, (Σχήμα 2).

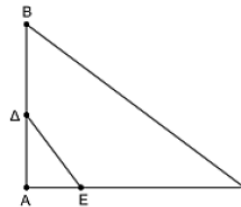
Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ δεν είναι ορθογώνιο.

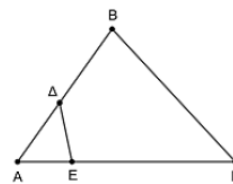
(Μονάδες 6)

ii. $\Delta E = \frac{10}{3}$.

(Μονάδες 6)



Σχήμα 1



Σχήμα 2

16805. Η περίμετρος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος είναι 72 και το E είναι σημείο στην πλευρά AB . Τα μήκη των τμημάτων x , y , z είναι ανάλογα προς τους αριθμούς 2,4,3 αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι $x = 8$, $y = 16$ και $z = 12$.

(Μονάδες 13)

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $\Gamma E\Delta$.

(Μονάδες 12)

16757. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$ και $A\Gamma = 3$. Θεωρούμε σημείο Δ στην πλευρά AB , τέτοιο ώστε $A\Delta = 4$. Φέρουμε την απόσταση BE της κορυφής B από την $\Gamma\Delta$, όπως φαίνεται στο σχήμα.

α) Να υπολογίσετε το τμήμα $\Gamma\Delta$.

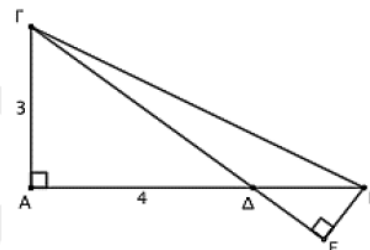
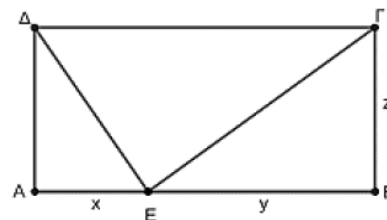
(Μονάδες 8)

β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια.

(Μονάδες 9)

γ) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BE .

(Μονάδες 8)



17342. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 7$, $\angle \Gamma = 45^\circ$ και ύψος $A\Delta = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι:

i. $\Gamma\Delta = 4$.

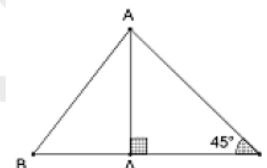
(Μονάδες 5)

ii. $A\Gamma = 4\sqrt{2}$.

(Μονάδες 8)

β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB .

(Μονάδες 12)



14533. Δύο κινητά βρίσκονται στο σημείο A και σκοπεύουν να μεταβούν στο σημείο E , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το ένα κινητό ξεκινάει από ένα σημείο A και κινείται βόρεια 3 χιλιόμετρα, κατόπιν συνεχίζει 10 χιλιόμετρα ανατολικά, στη συνέχεια προχωράει 4 χιλιόμετρα βόρεια και τέλος 14 χιλιόμετρα ανατολικά καταλήγοντας στο σημείο E . Το δεύτερο κινητό ξεκινάει από το σημείο A κινείται βόρεια μέχρι το σημείο Z και συνεχίζει ανατολικά μέχρι το σημείο E . Όταν συναντιούνται στο σημείο E επιστρέφουν μαζί στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα.

α) i. Πόσα χιλιόμετρα διάνυσε το κάθε κινητό από το σημείο A στο σημείο E με τον τρόπο που κινήθηκε;

(Μονάδες 05)

ii. Να βρείτε την απόσταση AE που διάνυσαν τα δύο κινητά κατά την επιστροφή από το σημείο E στο σημείο A κινούμενα ευθύγραμμα.

(Μονάδες 12)

β) Επιστρέφοντας τα δύο κινητά από το σημείο E στο σημείο A , θα περάσουν από το σημείο Γ ; Να αιτιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.

(Μονάδες 08)

