

18. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 6x + 1$.

- α. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της καμπύλης της συνάρτησης f , στα οποία οι εφαπτομένες είναι παράλληλες στον άξονα x' .
- β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 2$.

19. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, $x \neq 0$.

- α. Να βρείτε τα σημεία της καμπύλης της συνάρτησης f , στα οποία οι εφαπτομένες είναι παράλληλες στον άξονα x' .
- β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 1$.

20. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

- α. Να βρείτε το σημείο της καμπύλης της συνάρτησης f , στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{O}y$.
- β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο του ερωτήματος α..

21. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5x - 1$.

- α. Να βρείτε τα σημεία στα οποία οι εφαπτομένες της γραφικής παράστασης της f είναι παράλληλες στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{O}y$.
- β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της f στο $A(2, f(2))$.

Γ. Γενικές

22. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 - 8$, όπου a ένας πραγματικός αριθμός.

α. Αν $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 3$, να βρεθεί η τιμή του a .

β. Έστω $a=1$.

i. Να βρεθεί το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2}$.

ii. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 2$.

ΣΥΝΔΥΑ

23. Δίνεται η

- α. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 2$.
- β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 3$.
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 4$.
- δ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 5$.

24. Δίνεται η

- α. Αν οι εφαπτομένες της καμπύλης της συνάρτησης f στο σημείο $x = 2$ είναι $\kappa = 2$, να βρεθεί η τιμή του a .
- β. Να βρεθεί η τιμή του $A(2, f(2))$.
- γ. Να βρεθεί η προηγούμενη τιμή της f στη σημείο $x = 1$.
- δ. Να υπολογιστεί η τιμή της f στη σημείο $x = 3$.

25. Δίνεται η

- α. Να αποδειχθεί ότι η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 8$ είναι παράλληλη στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{O}y$.
- β. Να βρεθεί η τιμή του a στα οποία οι εφαπτομένες της καμπύλης της συνάρτησης $f(x) = ax^3 - 8$ είναι παράλληλες στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{O}y$.
- γ. Να βρεθεί η τιμή του a σημείο στο οποίο οι εφαπτομένες της καμπύλης της συνάρτησης $f(x) = ax^3 - 8$ είναι παράλληλες στη διχοτόμο της γωνίας $x'\hat{O}y$.
- δ. Να βρεθεί η τιμή της f στη σημείο $x = 2$.

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

23. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3x + 1$.

- a. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$ της συνάρτησης f .
- β. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της f στο $x_0 = 2$.
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του προηγούμενου ερωτήματος.
- δ. Να βρείτε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$.

24. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + \kappa x + 2$.

- α. Αν ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της f στο $x_0 = 1$ είναι 5, να βρείτε το κ .

Για $\kappa = 2$:

- β. Να βρείτε την εφαπτομένη ε στη γραφική παράσταση της f στο σημείο της $A(2, f(2))$.
- γ. Να βρείτε τα σημεία τομής με τους άξονες της εφαπτομένης ε του προηγούμενου ερωτήματος.
- δ. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x^2 - 1}$.

25. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x+3)(x-2)^2$.

- α. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = (x-2)(3x+4)$.
- β. Να βρείτε τις τετμημένες των σημείων της γραφικής παράστασης της f , στα οποία οι εφαπτομένες είναι παράλληλες στον άξονα x' .
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στη γραφική παράσταση της f στο σημείο της $A(1, f(1))$.
- δ. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x)}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$.