

- β) να σχεδιάσετε την ευθεία που παριστάνει η εξίσωση (1),
 γ) να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της παραπάνω ευθείας.

1.25 Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon: x + 2y = 6 \quad \text{και}$$

$$\zeta: x - y = 3$$

- α) Να σχεδιάσετε τις ευθείες ε και ζ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

- β) Να λύσετε γραφικά το σύστημα $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ x - y = 3 \end{cases}$
 στη συνέχεια να επαληθεύσετε το αποτέλεσμα.

1.26 Δίνεται η εξίσωση:

$$8x + 2y = 7 \quad (1)$$

- α) Να γράψετε μια άλλη εξίσωση που να μην έχει καμία κοινή λύση με την εξίσωση (1).
 β) Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις εξισώσεις και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

Αλγεβρική επίλυση γραμμικών συστημάτων 2×2

1.27 Να λύσετε τα παρακάτω συστήματα:

α) $\begin{cases} 7x + 2y = 24 \\ 4x + y = 15 \end{cases}$

β) $\begin{cases} -8x + 5y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} 4x - 2y = 5 \\ -2x + y = -3 \end{cases}$

δ) $\begin{cases} -4x + 2y = -2 \\ 6x - 3y = 3 \end{cases}$

1.28 Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1: 2x + y = 5, \quad \varepsilon_2: -2x + 3y = -9 \quad \text{και}$$

$$\varepsilon_3: 3x + 2y = 7$$

- α) Να βρείτε:

- i) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ε_1 και ε_2 ,
 ii) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ε_1 και ε_3 .

- β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α) να αποδείξετε ότι το κοινό σημείο των ε_2 και ε_3 είναι σημείο της ε_1 .
 (Τ.Θ. - 2ο θέμα)

1.29 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 5(y + 2) - 2(4 - x) = 3 \\ -x - 3(y - 2) = 6 \end{cases}$

β) $\begin{cases} 3(y - 1) - 2(2y - x) = 0 \\ y - 2(x - 1) = -1 \end{cases}$

1.30 Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 5[3y + 1 - 2(y + 1)] - 3(y - x) = -1 \\ 4(y - 3) = x - (3y + 1) - 2[x - 3 - 2(y - 1)] \end{cases}$$

1.31 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} \frac{1}{3}(x + 1) = 1 - y \\ \frac{1}{4}(x - 3) = 1 - 2y \end{cases}$

β) $\begin{cases} 0,5(x + 5) - 0,25(6 - y) = 2 \\ \frac{x + 1}{4} - \frac{5y - 2}{6} = 3 \end{cases}$

1.32 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} \frac{x + y - 5}{2} - \frac{y - x}{3} = 0 \\ 3(x - y - 7) - 2(2 - x - y) = 0 \end{cases}$

β) $\begin{cases} \frac{x + 2y}{2} - \frac{3x + 13y}{10} = \frac{7}{5} \\ 6y - 3(x + 4y) = 38 - 7x \end{cases}$

1.33 Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} (x + 3)^2 - (x + y)(x - y) = 16 - y(5 - y) \\ x^2 - (x + y)(x + 3) = -1 - y(x + 1) \end{cases}$$

Να βρείτε τους αριθμούς λ και μ, αν το σύστημα έχει μοναδική λύση τη $(x, y) = (-5, 1)$.

1.69 Σε ένα σύστημα δύο γραμμικών εξισώσεων, με αγνώστους x και y, ισχύει:

$$D^2 + D_x^2 + D_y^2 = 4D + 2D_x - 5$$

Να λύσετε το σύστημα αυτό.

1.70 Για τις ορίζουσες ενός 2×2 γραμμικού συστήματος, με αγνώστους x και y, ισχύει ότι:

$$\begin{vmatrix} D_x & -D_y \\ D_y & D_x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & D \\ D & D - 2D_y - 5 \end{vmatrix}$$

Να λύσετε το σύστημα.

Επίλυση γραμμικών συστημάτων 3×3

1.71 Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 4x - 2y - 7\omega = 4 \\ 3y + 5\omega = -1 \\ 2\omega = -4 \end{cases}$$

1.72 Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3\omega = 1 \\ 3y + \omega = 11 \\ y + \omega = 7 \end{cases}$$

1.73 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} -3x + y + \omega = 1 \\ -x + 3y - \omega = 3 \\ x + y - 3\omega = 9 \end{cases}$

β) $\begin{cases} x + 2y + \omega = 2 \\ x + y + 2\omega = -1 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} x - 12y - \omega = -6 \\ x + 2y + \omega = 4 \\ 3x - y + 2\omega = 7 \end{cases}$

1.74 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} 2x + 3y - \omega = 0 \\ x - y + \omega = 0 \\ x + 9y - 5\omega = 0 \end{cases}$

β) $\begin{cases} 6x - y + \omega = 0 \\ x - 4y + 7\omega = 0 \\ 2x - 8y + 13\omega = 0 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} -x + 2y + \omega = 3 \\ 2x - 4y - 2\omega = -6 \\ -3x + 6y + 3\omega = 9 \end{cases}$

Συστήματα που λύνονται με τεχνάσματα

1.75 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} x + y = -2 \\ y + \omega = 1 \\ \omega + x = -7 \end{cases}$

β) $\begin{cases} 2\alpha + \beta + \gamma = 5 \\ \alpha + \beta + 2\gamma = 1 \\ \alpha + 2\beta + \gamma = 2 \end{cases}$

γ) $\begin{cases} \frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{3} = \frac{3-\omega}{4} \\ 2x - 4y + \omega = 5 \end{cases}$

1.76 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{\omega}{5} \\ 3x + y - \omega = 15 \end{cases}$

β) $\begin{cases} x + 4y + \omega = 7 \\ x + 4y - \omega = 13 \\ 2x - y + 2\omega = 5 \end{cases}$

1.77 Να λύσετε τα συστήματα:

α) $\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta = 6 \\ \delta + \alpha = 7 \\ \delta + \beta = 1 \\ \delta + \gamma = 8 \end{cases}$

β) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2y + 2\omega = 1 \\ 4\omega + 4x = 3 \end{cases}$

1.78 Να λύσετε τα συστήματα:

$$\alpha) \begin{cases} \frac{1}{x+y} = 2 \\ \frac{1}{y+\omega} = 3 \\ \frac{1}{\omega+x} = 6 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{\omega} = 3 \\ \frac{1}{\omega} + \frac{1}{x} = 6 \end{cases}$$

1.79 Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{2}{x+y} - \frac{3}{y+\omega} + \frac{4}{\omega+x} = 4 \\ -\frac{4}{x+y} + \frac{3}{y+\omega} - \frac{1}{\omega+x} = 0 \\ -\frac{2}{x+y} + \frac{9}{y+\omega} + \frac{3}{\omega+x} = 1 \end{cases}$$

Επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια συστημάτων 2×2 και 3×3

1.80 Σε ένα πορτοφόλι υπάρχουν 4200 € σε χαρτονομίσματα των 50 € και των 100 €. Τα χαρτονομίσματα των 100 € είναι τριπλάσια από αυτά των 50 €. Πόσα είναι τα χαρτονομίσματα των 100 € και πόσα των 50 €;

1.81 Στο δημοτικό parking μιας επαρχιακής πόλης στις 10 το πρωί, το σύνολο των δίκυκλων και τετράτροχων οχημάτων που έχουν παρκάρει είναι 830 και το πλήθος των τροχών τους είναι 2700.

- Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.
- Να βρείτε τον αριθμό των δίκυκλων, καθώς και τον αριθμό των τετράτροχων οχημάτων.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

1.82 Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η καθέμία από τις σειρές

- Ο Μάριος πλήρωσε 24 € για 4 κρουασάν πάστες.
 - Ο Νίκος πλήρωσε 12 € για 2 κρουασάν πάστες.
- Με τις παραπάνω πληροφορίες μπορούμε υπολογίσουμε την τιμή ενός κρουασάν και μιας πάστας;
 - Αν η Ελένη πλήρωσε 10,5 € για 3 κρουασάν 2 πάστες, να βρείτε την τιμή ενός κρουασάν και μιας πάστας.

1.84 Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος x cm, πλάτος y cm, περίμετρο ίση με 20 cm και με την ακόλουθη ιδιότητα:

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 2 cm και μειώσουμε το πλάτος του κατά 4 cm, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του αρχικού.