

7.39 Να βρείτε ποιες τιμές μπορεί να πάρει ο x όταν:

i) $|x - 1| = 0$

ii) $|x| = 6$

iii) $|2 - x| = 3$

iv) $|x + 1| = 1$

v) $|x| = -5$

7.40 Να αποδείξετε ότι αν n φυσικός με $n \neq 0$, τότε:

i) $|x|^{2n} = x^{2n}$

ii) $|x|^{2n+1} = \begin{cases} x^{2n+1}, & \text{αν } x \geq 0 \\ -x^{2n+1}, & \text{αν } x < 0 \end{cases}$

7.41 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $A = \frac{1 - x^2}{|x| + 1}$

ii) $B = \frac{|x - 1| - 2(x^2 - 2x + 1)}{|1 - x|}$

iii) $\Gamma = \frac{|x| - x^2}{x^2 - 2|x| + 1}$

iv) $\Delta = \frac{x - \frac{1}{x}}{|x| + 1}$

7.42 i) Τι σημαίνει η ισότητα $|a| + |b| = 0$;

ii) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό x αν $|x^2 - 1| + (x - 1)^2 = 0$.

7.43 Να συγκρίνετε τους αριθμούς:

i) $|-a|$ και $|a|$

ii) $-|a|$ και $||-a||$

iii) $|\alpha^2|$, $|\alpha|^2$ και $|- \alpha^2|$

iv) $|\alpha^3|$, $|\alpha|^3$ και α^3

v) $-5 - |x|$ και $-5 - x$

vi) $1 - |x|$ και $1 + x$

7.44 Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $7|x| - 4 = -2|x| + 5$

ii) $(3|x| + 5) - (|x| + 2) = 2(|x| - 1) + 3$

iii) $(2|x| + 1) - (3|x| - 7) = 5 - [(|x| - 3) - 4|x|]$

iv) $\frac{|x|+3}{5} = \frac{|x|+1}{2}$

v) $\frac{3|x|+7}{12} = \frac{|x|+5}{8}$

7.45 Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|3x-4|=5$

ii) $|3x+9|=15$

iii) $|2x-3|=-1$

iv) $|10x+5|=45$

v) $|2-x|=4$

vi) $|3-2x|=7$

7.46 Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\frac{4|x-1|-1}{5} = 7$

ii) $\frac{3-5|1-2x|}{6} = 3$

iii) $\frac{|x+1|}{2} - \frac{|x+1|}{3} = 4$

iv) $\frac{|x+24|}{2} + \frac{|x+24|}{3} + \frac{|x+24|}{6} = 24$

v) $2|x-8| = \frac{|x-8|}{3} + 5$

vi) $\frac{|x-2|}{5} - 1 = |2-x|$

7.47 Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|3x+2|=|5x-2|$

ii) $|7x-3|=|9x+5|$

iii) $|5-x|=|3x-2|$

iv) $|4-x|=|5x+6|$

v) $||x|+2|=2$

vi) $||x|-3|=3$

7.48 Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $|x| < 2$

ii) $|x| < 0$

iii) $|x| > -1$

iv) $|x| \geq 3$

v) $2|x| \leq 3$

vi) $|-x| > 0$

vii) $|x| \leq 0$

7.49 Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $|x-2| \leq 2$

ii) $|x-5| \leq 7$

iii) $|x+10| < 8$

iv) $|5-x| < 14$

v) $|x-1| > 3$

vi) $|x-3| \geq 5$

vii) $|x+3| \geq 2$

viii) $|x-4| \leq 0$

7.50 Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $1 \leq |x| \leq 3$

ii) $0 \leq |x-1| \leq 4$

iii) $-4 \leq -|x| \leq -2$

iv) $-1 \leq |x+4| \leq 8$

7.51 Να λύσετε τις ανισώσεις:

i) $\frac{|x|-3}{5} > 0$

ii) $2(|x|+4) < 0$

iii) $\frac{1}{2}(|x-1|+6) \geq 0$

iv) $\frac{|x|-4}{5} < 1$

v) $\frac{1}{|x|} < 1$

vi) $\frac{1}{|x|} > 1$

7.52 Αν $|x| \leq 2$ και $|y| \leq 1$, να αποδείξετε ότι:

i) $|x-y| \leq 3$

ii) $|2x+y| \leq 5$

iii) $|3x-2y| \leq 8$

iv) $\left| \frac{1}{2}x - 3y + 1 \right| \leq 5$

7.53 Να συμπληρώσετε τον πίνακα, όπως δείχνει η πρώτη γραμμή.