

Θέματα προς απάντηση

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

3.6 Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| α) $x^2 + 5x - 6$ | β) $x^2 + 6x + 9$ |
| γ) $x^2 - x + 2$ | δ) $-x^2 + 4x - 3$ |
| ε) $-x^2 + 8x - 16$ | στ) $3x^2 + 5x - 2$ |
| ζ) $-2x^2 + 3x + 9$ | η) $6x^2 - x - 2$ |

3.7 Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| α) $\frac{1}{3}x^2 - x - 6$ | β) $\frac{x^2}{2} - 3x + 4$ |
|-----------------------------|-----------------------------|

3.8 Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

- α) $x^2 - (2 - \sqrt{2})x - \sqrt{8}$
 β) $-2x^2 + (3 - 2\sqrt{3})x + 3\sqrt{3}$
 γ) $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6}$
 δ) $9x^2 - 9\sqrt{3} \cdot x + 6$

3.9 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| α) $x^3 - 3x^2 - 4x$ | β) $x^3 + 2x^2 + 3x$ |
| γ) $2x^3 - 12x^2 + 18x$ | δ) $-x^3 - x^2 + 6x$ |
| ε) $6x^3 + 7x^2 - 3x$ | στ) $12x^3 - x^2 - 6x$ |

3.10 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $x(x^2 - 4) - 3x + 6$
~~β)~~ $2x(x^2 + 2x + 1) - 9(x^2 - 1) - 3x - 3$
 γ) $x(3x^2 - x - 2) + 2(x^2 - 3x + 2)$

3.11 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| α) $x^4 - 5x^2 + 4$ | β) $x^4 - 10x^2 + 9$ |
| γ) $x^2 - 3 x - 10$ | δ) $-x^2 + 3 x + 4$ |
| ε) $x^6 + 7x^3 - 8$ | στ) $4x^5 - 5x^3 + x$ |

3.12 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $(x^2 + 2)^2 - 9(x^2 + 2) + 18$
 β) $-(x^2 - 6)^2 - 2x^2 + 27$
 γ) $(x^2 - 3x)^2 - 2x^2 + 6x$
 δ) $(2x^2 - 5x)^2 - 20x^2 + 50x + 21$

3.13 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $(x - 2y)^2 - 4(x - 2y) - 5$
 β) $(x + y)^2 + 4x + 4y + 3$
 γ) $(x - y)^2 - 6x + 6y + 9$
 δ) $2(3x - 2y)^2 - 9x + 6y - 5$

3.14 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- | | |
|-----------------------|-------------------------|
| α) $x^2 - 3yx + 2y^2$ | β) $2x^2 + 5xy + 3y^2$ |
| γ) $-x^2 + xy + 6y^2$ | δ) $6x^2 + 7xy - 20y^2$ |

3.15 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $x^2 - 2ax - 8a^2$
 β) $x^2 + 2(a - 1)x - 3a(a + 2)$
 γ) $ax^2 + (2a - 3)x - 6$
 δ) $a(a + 3)x^2 + (a - 3)x - 2$

Απλοποίηση κλασματικών παραστάσεων

3.16 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- | | |
|---|--|
| α) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ | β) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 + 4x}$ |
| γ) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 3x - 10}$ | δ) $\frac{-x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x - 4}$ |

3.17 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

- | | |
|--|---|
| α) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4x + 3}$ | β) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 + 7x + 6}$ |
| γ) $\frac{2x^2 + x - 6}{4x^2 - 12x + 9}$ | δ) $\frac{-x^2 + 4x + 5}{-2x^2 + 2x + 4}$ |

3.18 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \frac{x^3 - 4x}{x^3 - x^2 - 6x} & \beta) \frac{x^3 + 3x^2 - 10x}{x^3 + 5x^2} \\ \gamma) \frac{2x^2 + 5x - 12}{2x^3 - x^2 - 3x} & \delta) \frac{-x^3 - 5x^2 + 6x}{3x^3 - 5x^2 + 2x} \end{array}$$

3.19 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 + x - 2} & \beta) \frac{2x^2 + 5|x| - 3}{x^2 - 2|x| - 15} \\ \gamma) \frac{x^6 - 7x^3 - 8}{x^2 - x - 2} & \delta) \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 + 2|x| - 3} \end{array}$$

3.20 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) \frac{x^2 + 2(a-1)x - 3a(a+2)}{x^2 - (3a+2)x + 2a(a+2)} \\ \beta) \frac{-x^2 + ax + \beta(\beta - \alpha)}{x^2 + (a + \beta)x - 2a(a - \beta)} \end{array}$$

3.21 Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{2x(x^2 - 4x + 4) + 3(x^2 - 4) - 9x + 18}{3(x^3 - x) - 5x^2 - x + 4}$$

3.22 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} \\ \beta) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 - x} : \frac{x^2 - 5x + 6}{x^4 - 4x^3 + 3x^2} \\ \gamma) \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + x - 2} : \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6} \\ \delta) \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 + 2x + 1} : \left(\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 2x - 3} : \frac{1}{x^2 + 2x - 3} \right) \end{array}$$

3.23 Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{2x^2 + 6x}{3x^2 + 8x - 3} + \frac{x + 5}{x^2 + 3x - 10} - \frac{2x + 1}{3x^2 - 7x + 2}$$

Επίλυση εξισώσεων

3.24 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) \frac{1}{x^2 - 5x + 6} - \frac{x}{x - 3} = \frac{1 - x}{x - 2} \\ \beta) \frac{x + 3}{x - 1} = \frac{x + 4}{x - 2} - \frac{2(x + 1)}{x^2 - 3x + 2} \\ \gamma) \frac{4}{x^2 + 2x - 3} = \frac{x + 2}{x + 3} + \frac{x + 1}{1 - x} \\ \delta) \frac{1}{x^2 - 3x + 2} - \frac{1}{x^2 + x - 2} = \frac{1}{x^2 - 4} \end{array}$$

3.25 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) \frac{x + 1}{x - 1} = \frac{x + 2}{x + 3} - \frac{4}{x^2 + 2x - 3} \\ \beta) \frac{2x - 2}{x^2 - x - 2} - \frac{x - 5}{x^2 - 3x + 2} = \frac{16}{x^2 - 1} \end{array}$$

3.26 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{array}{l} \alpha) x^6 + 7x^3 - 8 = 10(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 4) \\ \beta) (x^2 + 2x - 3)(x^2 - 3x - 10) = 4x^2 - 8x - 60 \\ \gamma) (x^2 - 3x - 10)^2 + (x^2 - 2x - 15)^2 = (x^2 - x - 20)^2 \end{array}$$

3.27 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{(x^2 - 3|x| - 4)(x^2 + |x| - 6)}{x^2 + 4|x| + 3}$$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A .

γ) Να λύσετε την εξίσωση $A = 3$.

3.28 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{(x^2 + 3|x| - 10)(x^2 - |x| - 6)}{x^2 + 2|x| - 15}$$

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

Θέματα προς απάντηση

Ανισώσεις 2ου βαθμού - Βασικές περιπτώσεις

4.14 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^2 + 2x - 3 > 0$ β) $x^2 - 3x - 10 \leq 0$
γ) $-x^2 + 3x + 4 \leq 0$ δ) $-3x^2 + 4x + 4 > 0$

4.15 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ β) $2x^2 - 4x + 2 < 0$
γ) $-x^2 + 8x - 16 \geq 0$ δ) $4x^2 - 12x + 9 > 0$

4.16 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^2 - x + 2 > 0$ β) $2x^2 - 5x + 4 < 0$
γ) $-x^2 + 2x - 3 \geq 0$ δ) $-3x^2 + 3x - 1 \leq 0$

4.17 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^2 - 5x < 0$ β) $x^2 + 3x \geq 0$
γ) $-x^2 - 6x \geq 0$ δ) $-3x^2 + 4x > 0$

ε) $-2x^2 \leq 4x$ στ) $-x > \frac{x^2}{4}$

ζ) $-\frac{x}{6} \geq -x^2$ η) $x \leq -x^2$

4.18 Να λύσετε τις επόμενες ανισώσεις:

α) $x^2 - 9 \leq 0$ β) $x^2 - 16 > 0$
γ) $2x^2 < 50$ δ) $\frac{x^2}{2} \geq 18$

ε) $2x^2 - \frac{25}{2} > 0$ ~~στ)~~ $-9x^2 + 16 \geq 0$

4.19 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $(x+3)^2 > 4(2x+3)$

β) $4(x-5) - (x-4)(x+4) \geq 0$

γ) $2(x-3)(x+3) - (x-1)^2 \leq -11$

~~δ)~~ $x^2 + 1 - \frac{(x+2)^2}{5} > 0$

~~4.20~~ Να βρείτε τη μεγαλύτερη αρνητική ακέραια λύση της ανίσωσης:

$$2x^2 + x - 10 \geq 0$$

~~4.21~~ Να βρείτε τη μικρότερη θετική ακέραια λύση της ανίσωσης:

$$3x^2 - 7x - 10 \geq 0$$

~~4.22~~ Να βρείτε τις ακέραιες λύσεις της ανίσωσης:

$$x \leq 2[2(x+2) - (x+1)^2]$$

4.23 Να βρείτε για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

α) $x^2 + x - 2 \geq 0$ και $x^2 + 2x - 8 < 0$

β) $x^2 + 4x - 5 > 0$ και $x^2 - 4 \leq 0$

γ) $x^2 - 5x + 4 \geq 0$ και $-x^2 + 2x + 8 \geq 0$

δ) $x^2 + x - 6 \leq 0$ και $x^2 - 2x + 1 > 0$

4.24 Να βρείτε για ποιες τιμές του x συναληθεύουν οι ανισώσεις:

α) $4(x+1) < x(x+7) < 2(2x+5)$

β) $2x^2 - 8x - 6 < (x-3)^2 < 3x^2 - 8x + 5$

4.25 Να λύσετε την ανίσωση:

$$3 \leq x^2 - 2x < 8$$

4.26 Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες το τριώνυμο $x^2 - 14x + 50$ παίρνει τιμές τουλάχιστον ίσες με 5 και το πολύ ίσες με 26.

Σύνθετες ανισώσεις

4.27 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^4 - 10x^2 + 9 \geq 0$ β) $x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0$

γ) $x^2 - 6|x| + 8 > 0$ δ) $x^2 - 7|x| + 6 < 0$

4.28 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $(2x-3)^2 - |12x-18| + 5 \leq 0$

β) $(x^2 + 2x)^2 + 24 \geq 11x^2 + 22x$

4.29 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $x^2 < 3|x|$ β) $x^2 - 6x + 9 < 2|x-3|$

4.30 Να λύσετε την ανίσωση:

$$(x-2)^2 + 4 < |3x-6| + |2x-4|$$

4.31 Να λύσετε την ανίσωση:

$$x^6 - 9x^2|x| + 8 < 0$$

4.32 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|x^2 + 3x - 1| < 3$ β) $|x^2 - 2x - 9| > 6$

4.33 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|x-3| \geq 2|x+1|$

β) $2|x+2| < |x+4|$

γ) $|1-x| - 3|x+5| > 0$

δ) $2|x+3| - |3x-3| \leq 0$

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.