

υπολογίστε τις παρακάτω ρίζες:

β) $\sqrt{39}^2$ γ) $\sqrt{(-23)^2}$

ε) $\sqrt{-13}^2$ στ) $\sqrt{(-41)^2}$

υπολογίστε τις παρακάτω ρίζες:

β) $\sqrt[4]{11}^4$ γ) $\sqrt[6]{(-8)^6}$

ε) $\sqrt[4]{-6^4}$ στ) $\sqrt[7]{-1^7}$

υπολογίστε τις παρακάτω πράξεις:

β) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

δ) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{10}}$

στ) $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{3}}$

η) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18} \cdot \sqrt{27}}$

υπολογίστε τις πράξεις:

β) $\sqrt[6]{3^5} \cdot \sqrt[9]{3}$

δ) $\frac{\sqrt[4]{11^5}}{\sqrt[4]{11}}$

στ) $\sqrt[5]{7^{11}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{7^6}}$

υπολογίστε τις παρακάτω πράξεις:

β) $\sqrt[9]{2^3} \cdot \sqrt[9]{2^5} \cdot \sqrt[9]{2}$

δ) $\frac{\sqrt[5]{3^6} \cdot \sqrt[5]{3^8}}{\sqrt[5]{3^9}}$

στ) $\frac{\sqrt[5]{6^9} \cdot \sqrt[5]{6^3}}{\sqrt[5]{6^6} \cdot \sqrt[5]{6}}$

Οι ασκήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

12.25 Να αποδείξετε ότι:

α) $\sqrt{75} - \sqrt{48} + \sqrt{27} = 4\sqrt{3}$

β) $2\sqrt{45} + \sqrt{80} - \sqrt{245} = 3\sqrt{5}$

γ) $3\sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{50} = 10\sqrt{2}$

δ) $3\sqrt{32} - \sqrt{128} + \sqrt{18} = 7\sqrt{2}$

12.26 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $A = \sqrt{50} - \sqrt{18} - \sqrt{8}$

β) $B = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{75}$

γ) $\Gamma = \sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{180}$

δ) $\Delta = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{2})$

ε) $E = \frac{\sqrt{32} + \sqrt{50} + \sqrt{98}}{\sqrt{2}}$

12.27 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $A = (\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{27})\sqrt{3}$

β) $B = (\sqrt{32} - \sqrt{50} + \sqrt{18})\sqrt{8}$

~~γ) $\Gamma = (\sqrt{20} + \sqrt{45})(\sqrt{80} - \sqrt{5})$~~

~~δ) $\Delta = (\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54})\sqrt[3]{4}$~~

12.28 Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

α) $A = \sqrt{5 + \sqrt{13 + \sqrt{9}}}$

~~β) $B = \sqrt[3]{2\sqrt{8\sqrt{4}}}$~~

γ) $\Gamma = \sqrt[3]{35 - 2\sqrt{11 + \sqrt{25}}}$

~~δ) $\Delta = \sqrt{3} \cdot \sqrt{(\sqrt{27} - \sqrt{12})\sqrt{3}}$~~

12.29 Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

Θέματα προς απάντηση

Υπολογιστικές ασκήσεις εμπέδωσης

13.10 Να υπολογίσετε τις παρακάτω ρίζες:

$$\begin{array}{lll} \alpha) \sqrt[3]{7^4} & \beta) \sqrt{2^8} & \gamma) \sqrt[3]{3^6} \\ \delta) \sqrt[3]{5^6} & \epsilon) \sqrt[4]{6^8} & \sigma\tau) \sqrt[5]{2^{15}} \end{array}$$

13.11 Να απλοποιήσετε τις επόμενες ρίζες:

$$\begin{array}{lll} \alpha) \sqrt[3]{2^9} & \beta) \sqrt[6]{7^4} & \gamma) \sqrt[8]{3^{12}} \\ \delta) \sqrt[12]{2^9} & \epsilon) \sqrt[10]{5^8} & \sigma\tau) \sqrt[15]{3^{10}} \end{array}$$

13.12 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[6]{2^{13}} & \beta) \sqrt[4]{7^5} \cdot \sqrt[4]{7^3} \\ \gamma) \frac{\sqrt[3]{2^{16}}}{\sqrt[3]{2^4}} & \delta) \sqrt[5]{3^3} \cdot \sqrt[5]{3^4} \cdot \sqrt[5]{3^8} \\ \epsilon) \frac{\sqrt[5]{6^9} \cdot \sqrt[5]{6^7}}{\sqrt[5]{6^6}} & \sigma\tau) \frac{\sqrt[3]{2^7} \cdot \sqrt[3]{2^{13}}}{\sqrt[3]{2^4} \cdot \sqrt[3]{2}} \end{array}$$

13.13 Να υπολογίσετε τις παρακάτω ρίζες:

$$\begin{array}{lll} \alpha) \sqrt{2^4 \cdot 3^2} & \beta) \sqrt[3]{3^6 \cdot 5^3} & \gamma) \sqrt[4]{3^{12} \cdot 2^8} \\ \delta) \sqrt[3]{3^9 \cdot 2^{12}} & \epsilon) \sqrt[6]{2^{24} \cdot 3^{18} \cdot 5^6} & \sigma\tau) \sqrt[5]{2^{24} \cdot 3^{18} \cdot 5^6} \end{array}$$

13.14 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\begin{array}{lll} \alpha) 36^{\frac{1}{2}} & \beta) 27^{\frac{1}{3}} & \gamma) 16^{\frac{1}{4}} \\ \delta) 8^{\frac{2}{3}} & \epsilon) 9^{\frac{1}{2}} & \sigma\tau) 4^{\frac{5}{2}} \end{array}$$

13.15 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\begin{array}{lll} \alpha) 4^{\frac{5}{6}} \cdot 4^{\frac{2}{3}} & \beta) 49^{\frac{1}{6}} \cdot 49^{\frac{1}{3}} & \gamma) \frac{27^{\frac{3}{4}}}{27^{\frac{1}{12}}} \\ \delta) \frac{8^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{14}{15}}}{8^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{15}}} \end{array}$$

13.16 Να βρείτε τις τιμές των επόμενων παραστάσεων:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \left(8^{\frac{8}{9}}\right)^{\frac{3}{2}} & \beta) \left(9^{\frac{15}{8}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(9^{\frac{3}{20}}\right)^{\frac{5}{3}} \\ \gamma) \frac{\left(4^{\frac{39}{8}}\right)^{\frac{2}{3}}}{\left(4^{\frac{27}{28}}\right)^{\frac{7}{9}}} & \delta) \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(18^{\frac{7}{10}}\right)^{\frac{5}{7}} \end{array}$$

13.17 Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$\begin{array}{ll} \alpha) A = \sqrt[3]{4^{\frac{13}{4}}} \cdot \sqrt[4]{4^{\frac{17}{6}}} & \beta) B = \left(\sqrt[4]{8^3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\sqrt{8}\right)^{\frac{1}{3}} \end{array}$$

13.18 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \sqrt{\sqrt[3]{2^5}} \cdot \sqrt[6]{2} & \beta) \sqrt[3]{\sqrt[5]{3^5}} \cdot \sqrt[12]{3^7} \\ \gamma) \frac{\sqrt[4]{\sqrt[6]{6^{11}}}}{\sqrt[8]{6^3}} & \delta) \sqrt[6]{\sqrt[5]{5^{13}}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt[5]{5^{11}}} \\ \epsilon) \sqrt[3]{\sqrt[6]{7^{23}}} \cdot \sqrt[9]{\sqrt[7]{7^{13}}} & \sigma\tau) \frac{\sqrt[8]{\sqrt[4]{4^{37}}}}{\sqrt[4]{\sqrt[4]{4^5}}} \end{array}$$

13.19 Να υπολογίσετε τις παραστάσεις που ακολουθούν:

$$\begin{array}{ll} \alpha) \sqrt[3]{\sqrt[2]{2^9}} \cdot \sqrt{2} & \beta) \sqrt[4]{\sqrt[3]{7^2}} \cdot \sqrt[6]{7^5} \\ \gamma) \frac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{3^{15}}}}{\sqrt{3}} & \delta) \sqrt[10]{\sqrt[3]{4^5}} \cdot \sqrt[6]{4^{11}} \\ \epsilon) \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^9}} \cdot \sqrt[5]{4} & \sigma\tau) \sqrt[6]{\sqrt[5]{13^9}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt[4]{13^{14}}} \end{array}$$

13.20 α) Να αναλύσετε τους αριθμούς 1.296 και 1.728 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

β) Να υπολογίσετε τις ρίζες:

$$\text{i) } \sqrt{1.296} \quad \text{ii) } \sqrt[3]{1.296} \quad \text{iii) } \sqrt[4]{1.728}$$

13.21 α) Να αναλύσετε τους αριθμούς 576 και 216 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\sqrt{576}}{\sqrt[3]{216}}$.

Οι απαντήσεις βρίσκονται στο τέλος του βιβλίου.

Ρητοποίηση παρονομαστή

13.22 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ γ) $\frac{10}{\sqrt{5}}$
 δ) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ε) $\frac{6}{\sqrt[3]{32}}$ στ) $\frac{12}{\sqrt[8]{9^5}}$
 ζ) $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ η) $\frac{5}{2\sqrt[3]{5}}$ θ) $\frac{6}{5\sqrt[7]{3^5}}$

13.23 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ β) $\frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$
 γ) $\frac{2}{\sqrt{7}-1}$ δ) $\frac{11}{5-\sqrt{3}}$
 ε) $\frac{1}{3\sqrt{2}+2}$ στ) $\frac{6}{4\sqrt{3}-5\sqrt{2}}$

13.24 Τα παρακάτω κλάσματα να μετατραπούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ β) $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ γ) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$
 δ) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ε) $\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

13.25 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}}$ β) $\frac{20}{\sqrt[5]{6^3} \cdot \sqrt[4]{5}}$
 γ) $\frac{4}{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ δ) $\frac{8}{\sqrt[3]{3} \cdot (3-\sqrt{5})}$
 ε) $\frac{12}{\sqrt[6]{2^5} \cdot (\sqrt{7}+\sqrt{6})}$ στ) $\frac{6}{\sqrt[7]{3^4} \cdot (\sqrt{5}-1)}$

13.26 Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt[4]{3\sqrt{3}\sqrt{3}}$.

- α) Να γράψετε την παράσταση A με τη βοήθεια μίας μόνο ρίζας.
 β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{A}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

13.27 Να βρείτε τους αντίστροφους των παρακάτω αριθμών και να τους μετατρέψετε σε κλάσματα με ρητό παρονομαστή:

α) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ β) $4 - \sqrt{6}$
 γ) $\sqrt{7} + 3$ δ) $2\sqrt{3} - 1$
 ε) $3\sqrt{2} - 4$ στ) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$

13.28 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}+1}$ β) $\frac{1}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{3}}$
 γ) $\frac{1}{\sqrt[4]{6}+\sqrt{2}}$ δ) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt[4]{7}}$

13.29 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$ β) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}$
 γ) $\frac{2}{2-\sqrt[3]{2}}$ δ) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}-1}$

13.30 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$ β) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
 γ) $\frac{1}{3-\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ δ) $\frac{1}{\sqrt{3}-1+\sqrt{6}}$

13.31 Με την προϋπόθεση οι εκφράσεις ορίζονται, να τις απλοποιήσετε με ρητό παρονομαστή:

α) $A = \frac{x^2-9x}{\sqrt{x}-3}$
 γ) $\Gamma = \frac{x^2-4x+4}{\sqrt{x^2+5}-3}$

13.32 Αν x οποιοσδήποτε αριθμός, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $\sqrt[4]{x^6}$
 γ) $\sqrt[3]{x^6}$

13.33 Αν $\alpha, \beta \geq 0$, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $\sqrt{\alpha^4\beta^6}$ β) $\sqrt{\alpha^6\beta^4}$
 γ) $\sqrt[4]{\alpha^{12}\beta^8}$ δ) $\sqrt[4]{\alpha^8\beta^{12}}$

13.34 Αν ισχύει $x < 0$, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $A = \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$
 β) $B = \sqrt{16y^2} - \sqrt{25x^2}$
 γ) $\Gamma = \sqrt{36x^2y^2}$
 δ) $E = \sqrt[3]{8x^6y^6}$

13.35 Αν $\alpha, \beta > 0$, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α) $\sqrt{25\alpha^6}$
 γ) $\sqrt[3]{\frac{8\alpha^6}{27\beta^{12}}}$
 δ) $\sqrt[3]{\frac{27}{\alpha^{15}\beta^{18}}}$

13.36 Αν $\alpha, \beta \geq 0$, να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

Ρητοποίηση παρονομαστή

13.22 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ γ) $\frac{10}{\sqrt{5}}$
 δ) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ ε) $\frac{6}{\sqrt[3]{3^2}}$ στ) $\frac{12}{\sqrt[8]{9^5}}$
 ζ) $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ η) $\frac{5}{2\sqrt[3]{5}}$ θ) $\frac{6}{5\sqrt[7]{3^5}}$

13.23 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ β) $\frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$
 γ) $\frac{2}{\sqrt{7}-1}$ δ) $\frac{11}{5-\sqrt{3}}$
 ε) $\frac{1}{3\sqrt{2}+2}$ στ) $\frac{6}{4\sqrt{3}-5\sqrt{2}}$

13.24 Τα παρακάτω κλάσματα να μετατραπούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{15}{\sqrt{3}}$ β) $\frac{10}{\sqrt{5}-1}$ γ) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$
 δ) $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$ ε) $\frac{6}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$

13.25 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2}}$ β) $\frac{20}{\sqrt[5]{6^3} \cdot \sqrt[4]{5}}$
 γ) $\frac{4}{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3}-\sqrt{2})}$ δ) $\frac{8}{\sqrt[3]{3} \cdot (3-\sqrt{5})}$
 ε) $\frac{12}{\sqrt[6]{2^5} \cdot (\sqrt{7}+\sqrt{6})}$ στ) $\frac{6}{\sqrt[7]{3^4} \cdot (\sqrt{5}-1)}$

13.26 Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt[4]{3\sqrt[3]{3\sqrt{3}}}$.

- α) Να γράψετε την παράσταση A με τη βοήθεια μίας μόνο ρίζας.
 β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{A}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

13.27 Να βρείτε τους αντίστροφους των παρακάτω αριθμών και να τους μετατρέψετε σε κλάσματα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ β) $4 - \sqrt{6}$
 γ) $\sqrt{7} + 3$ δ) $2\sqrt{3} - 1$
 ε) $3\sqrt{2} - 4$ στ) $2\sqrt{5} - 4\sqrt{3}$

13.28 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt[4]{2}+1}$ β) $\frac{1}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{3}}$
 γ) $\frac{1}{\sqrt[4]{6}+\sqrt{2}}$ δ) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt[4]{7}}$

13.29 Να μετατρέψετε τα επόμενα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$ β) $\frac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{3}}$
 γ) $\frac{2}{2-\sqrt[3]{2}}$ δ) $\frac{2}{\sqrt[3]{5}-1}$

13.30 Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

- α) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$ β) $\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
 γ) $\frac{1}{3-\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ δ) $\frac{1}{\sqrt{3}-1+\sqrt{6}}$

13.31 Με την προϋπόθεση ότι οι παραστάσεις ορίζονται, να μετατρέψετε τις παρακάτω με ρητό παρονομαστή:

- α) $A = \frac{x^2-9x}{\sqrt{x}-3}$
 γ) $\Gamma = \frac{x^2-4x+4}{\sqrt{x^2+5}-3}$

13.32 Αν x οποιαδήποτε πραγματική να απλοποιηθούν οι παρακάτω:

- α) $\sqrt[4]{x^6}$
 γ) $\sqrt[3]{x^6}$

13.33 Αν $\alpha, \beta \geq 0$ να απλοποιηθούν οι παρακάτω:

- α) $\sqrt{\alpha^4\beta^6}$
 β) $\sqrt[4]{\alpha^{12}\beta^8}$

13.34 Αν ισχύει $x > 0$ να απλοποιηθούν οι επόμενες παραστάσεις:

- α) $A = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}$
 β) $B = \sqrt{16y^2} - \sqrt{4y^2}$
 γ) $\Gamma = \sqrt{36x^2y^2}$
 δ) $E = \sqrt[3]{8x^6y^6}$

13.35 Αν $\alpha, \beta > 0$ να απλοποιηθούν οι παρακάτω:

- α) $\sqrt{25\alpha^6}$
 γ) $\sqrt[3]{\frac{8\alpha^6}{27\beta^{12}}}$
 ε) $\sqrt[3]{\frac{27}{\alpha^{15}\beta^{18}}}$

13.36 Αν $\alpha, \beta \geq 0$ να απλοποιηθούν οι παρακάτω παραστάσεις: